

fb.com/aelib.af

www.ael.af

t.me/aelibaf

خودآموز منطق

ریاضی

تالیف: یان هاکنگ

ترجمه: غلامرضا یاسی پور

برای گسترش علم

یا شمع باش یا آئینه ...



AMIN ELECTRONIC LIBRARY
www.ael.af

خودآموز

منطق ریاضی

تألیف: یان ها کینگ

IAN HACKING

ترجمه: غلامرضا یاسی پور

این اثر ترجمه‌ای است از:

A Concise

IAN HACKING

Introduction to Logic

Cambridge University

■ خودآموز منطق ریاضی

□ تألیف : یان هاکینگ، مدرس کمبریج

□ ترجمه : غلامرضا یاسی پور

□ تیراژ: ۴۰۰۰ نسخه

□ چاپ اول : پائیز ۱۳۷۰ شمسی

□ حروفچینی : مهدی

□ چاپ : چاپخانه آرمان

□ انتشارات بینش با همکاری انتشارات پروین

□ کلیه حقوق محفوظ است.

هرچه نادانسته بُود، به دانسته دانسته
شود. ولیکن نه هر دانسته‌یی راه برد به هر
نادانسته؛ که هر نادانسته‌یی را دانسته‌یی
هست اندر خوروی، که از وی شاید او را
دانستن، و راهی است که بدان راه شاید
شدن از دانسته به نادانسته تا دانسته شود.
و علم منطق آن علم است که اندر
وی پدید شود حال دانسته شدن نادانسته
به دانسته.

«دانشنامهٔ علانی ابن سینا به تصحیح دکتر
معین»

درباره مؤلف کتاب

یان هاکینگ از سال ۱۹۶۹ به بعد دانشیار دانشکده فلسفه دانشگاه کمبریج بوده است. درجه Ph.D ی خود را در سال ۱۹۶۲ از کمبریج دریافت، و در دانشگاه بریتیش کلمبیا، دانشگاه ماکرر، و دانشگاه ایلینویز تدریس کرده است. دکتر هاکینگ در بسیاری از مجلات حرفه‌یی، از جمله مجله منطق سمبلیک و نشریه فلسفی شرکت داشته، و مؤلف کتاب منطق استنتاج آماری است.

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

مقدمه مترجم

عمر در محمول و در موضوع رفت
بی بصیرت عمر در مسموع رفت
جز به مصنوعی ندیده صانعی
بر قیاس افترائی فانعی
پای استدلالیان چوبین بود
پای چوبین سخت بی تمکین بود°

در اشعار فوق حضرت مولانا قدس سره در بیان این که چرا باید به قیاس افترائی قانع باشیم و چگونه است که پای استدلالمان بی تمکین است خود از قیاس افترائی و استدلال استفاده و ناچار به گفته مشهور ارسطو که اگر فلسفیدن باید کرد فلسفیدن باید کرد و اگر فلسفیدن نباید کرد باز هم فلسفیدن باید کرد عمل کرده است. به همین علت است که علم منطق را مدخل گفته اند و به همین دلیل که آن را آلت قانونی بی که مراعات آن ذهن را از خطا بازمی دارد خوانده اند و به همین سبب ابن سینا در دانشنامه علم منطق را علم ترازو و علم های دیگر را علم سود و زیان دانسته و هر دانشی را که به ترازو سخنه نبود یقینی نشمرده، و به حقیقت دانش نخوانده و لاجرم چاره بی جز آموختن منطق ندیده است.

و منطق علاوه بر این مقام عام در دوران اخیر مرتبه بی خاص یافته، ریاضت کشیده و با صفت ریاضی موصوف شده و در کتب

ه مولوی

ریاضی آمده و در زبان‌شناسی به کار رفته و به این ترتیب اخص شده و سرانجام پای در سرای هستی‌شناسی نهاده و داد هستی‌شناسی داده و با این همه و با چنان مقامی و چنین خرامی در این دیار^۰ غریب افتاده است و جز یک دو یاریش شه دو وصل نداده.

و اما در مورد کتاب حاضر متن اصلی در غایت پاکی و به قلم یکی از شاهدان خاکی این علم افلاکی است^{۰۰} ولی درباره ترجمه چه بگوئیم که شرمساریمان بیشتر نشود؟ عیان است و حاجتیش به بیان نیست. تنها می‌گوئیم که سعی مان بر این بوده که جز در مورد مثال‌ها از متن اصلی پر دور نشویم و به این مقصود تا چه حد نزدیک شده‌ایم خدا دانایتر است. از صاحب نظران که چشم از معایب زبردستان می‌پوشند و در افشای جرائم کهتران نمی‌کوشند تقاضا مندیم که خطاها را یادآوری کنند، و از خداوند متعال خواهانیم که در این مرحله مان نگذارد و جز این نطق نطقی دیگرمان نیز عطا کند.

نطق خاک و نطق آب و نطق گل

هست محسوس حواس اهل دل

فلسفی کومنکر حثانه است

از حواس انبیا بیگانه است^{۰۰۰}

اهل دل‌مان کند. و من الله التوفیق.

۰ البته در دوران اخیر و گرنه در گذشته ایران اسلامیان| با کتب ارجمندی چون

اساس الاقتباس، شفا و درة التاج به استفنا و قادر حکمتی در این راه قلم زده.

۰۰ برای آگاهی بیشتر در این مورد به مقاله استاد ارجمند دکتر ضیاء موحد در نشر

ریاضی مراجعه فرمائید.

۰۰۰ مولوی

مقدمه مؤلف

کتاب حاضر برای اولین ترم دانشگاه به نوعی که قابل توصیه برای دانشجویان رشته‌های متعدد و چه بسا به عنوان جزئی از برنامهٔ تعلیم عمومی، باشد در نظر گرفته شده است، و حداقل آنچه را که چنین دوره‌یی باید دربرگیرد می‌آموزد. دانشجویان و معلم‌شان می‌توانند خود مطالب دیگری را که مایل به بررسی آنند انتخاب کنند. مطالب کتاب هستهٔ مرکزی مختصری از منطق است که می‌توان موارد اضافی اختیاری بسیاری به آن مربوط کرد. هستهٔ مرکزی مذکور رو به تحصیل معرفت عملی و نظری منطق هر دو دارد:

مهارت‌های عملی

۱. موارد استعمال الفاظ منطقی‌یی چون «هر» و «اگر...» در این صورت...» را دقیق کند.
۲. شناخت استدلال‌ات طالب اثبات نتایج از مقدمات، نیز تمیز مقدمات از نتایج را تعلیم دهد.
۳. پاره‌یی از استدلال‌ات بد مقدمات دروغ دارند؛ و در پاره‌یی دیگر نتیجه از مقدمات استنتاج نمی‌شود. اختلافات این دو را بیاموزد.
۴. ملاحظهٔ صورت منطقی برخی از نمونه‌های متعارف استدلال یاد و علامت استاندارد نمایش صورت‌های منطقی تا حساب محمولات را

۵. چگونگی ساختن مثال‌های نقض، در اثبات نادرستی، و

روش‌های ساده امتحان درستی را بیاموزد.

۶. دانش استنتاج چه از چه را تعلیم دهد، و این نه به مفهوم عمل با دستگاه منطقی صوری به خصوصی، بلکه از راه تمرین و با دانستن این که کدام مراحل قیاسی درست و کدام نادرستند است.

درک نظری

شاید در این مورد و در ابتدای کار تنها یک چیز دارای اهمیت باشد و آن این که شروع به دانستن این که درستی چیست کنیم، و این را بدانیم که این مطلب در اصل به صورت و نه به ماده ارتباط دارد، و بدانیم که، به یک مفهوم، نتیجه یک استدلال درست محتوی اطلاعاتی بیش از آنچه در مقدمات آن است نیست. (این را با استفاده از نمودار ون توضیح می‌دهیم.) ملاحظه کنیم که در یک استدلال درست، نتیجه در هر امکان که در آن مقدمات راست باشند راست است. (این را با جداول ارزش می‌آموزیم.) نمودارها و جداول استفاده عملی زیادی ندارند، اما وسائل ساده‌ی در توضیح این طبیعت دنباله منطقی به شمار می‌روند. این دورا در معرفی یکی از کشفیات اساسی منطق جدید، یعنی تمیز بین طبقات مسائلی که در مورد آن‌ها روند تشخیص موجود است، و طبقات مسائلی که در موردشان این روند وجود ندارد، به کار می‌برند.

موضوعات متروک

کتاب حاضر حداقل است. در آن تقریباً از تحلیل ارسطویی قیاس اثری

fb.com/aelibaf www.aelibaf t.me/aelibaf
نیست، و طریقه مفاظه‌های غیرصوری به تطویل نیامده، و از روش
آکسیوماتیک خبری نیست. هیچ دوره‌منطق یک ترمی‌یی نمی‌تواند به‌طور
مستوفی این سه را مطرح کند. مردمان در مورد این که کدام مطلب مهم‌تر
است توافق ندارند. در این صورت معلمان و دانشجویان در چگونگی
تکمیل مطالب اساسی این کتاب درسی به اختیارند.

روش طرح

متن مورد بحث متنی به‌طور کامل شامل سؤال و جواب است. اما کتاب
برنامه‌ریزی‌شده‌یی به مفهوم اکید این عبارت نیست، زیرا تعداد کمی
«برنامه‌های فرعی» دارد که به قصد کمک به دانشجویان بلیدتر یا تهیه
میان‌برهائی برای دانشجویان فطن‌سر در نظر گرفته شده‌اند. تنها ماشین
است که شعبه زدن را به کفایت می‌داند؛ کتاب‌ها به گونه‌ی چاره‌ناپذیری
طولی‌اند، و جهد در اجتناب از این واقعیت از آن سخت‌تر است که به
توفیق رسد. سؤال‌ها توسط بسیاری از گروه‌های دانشجویان مورد بررسی
قرار گرفته، و تقریباً جز در مورد فصول نهایی، جمیع مسائل مشکل‌حذف
شده‌اند. فراوانی سؤالات، و «نیروی امدادی» بخش پاسخ‌ها به
برنامه‌های ماشینی موفق تاسی کرده‌اند.

قواعد رابط‌های تابع ارزش

Alternatives	منفصل‌ها، ۲۵۲
Association	شرکت‌پذیری، ۲۳۹
Conjunction	ترکیب عطفی، ۱۵۶
Contraposition	عکس نقیض، ۲۳۸
De Morgan laws	قوانین دومورگان، ۱۷۹، ۱۸۰
Detachment of an alternative	انفصال منفصل، ۱۶۹، ۲۰۲
Detachment of the consequent	انفصال تالی، ۲۱۸، ۲۳۸
Double denial	نقیض دوگانه، ۱۶۸، ۲۰۱
Identity	عینیت، ۲۵۶
Permutation	تبدیل، ۲۰۱
Weakening	تضعیف، ۲۰۲
Wedge-arrow equivalence	تبادل فاصل - پیکان، ۲۲۱، ۲۳۷

قواعد سورها

خلاصه مطلب در صفحات مربوطه مسطور است؛ نیز موارد زیر را ملاحظه کنید:

Existential conclusion	نتیجه وجودی، ۳۲۸، ۳۳۰
Existential premise	مقدمه وجودی، ۳۴۱
Generalization	تعمیم، ۳۳۷
Instantiation	تمثیل، ۳۲۹
Quantifier equivalence	تبادل سوری، ۳۰۴

فهرست مطالب کتاب

۱۷	۱ / گزاره‌ها و استدلالات
۲۹	۲ / نقد استدلالات
۴۴	۳ / صورت منطقی
۵۶	۴ / صورت‌هائی از استدلال
۷۲	۵ / رسم نمودار گزاره‌ها (I)
۸۸	۶ / رسم نمودار گزاره‌ها (II)
۱۰۱	۷ / نمودارهای ون
۱۱۴	۸ / قیاس‌های درست
۱۲۸	۹ / مرور و کاربرد
۱۳۲	۱۰ / گزاره‌های مرکب
۱۴۴	۱۱ / «و»، «یا»، و «نه»
۱۵۹	۱۲ / جداول ارزش
۱۷۳	۱۳ / قوانین دومورگان
۱۸۵	۱۴ / تشکیل جداول ارزش
۱۹۴	۱۵ / امتحان درستی
۲۰۵	۱۶ / رابط‌های تابع ارزش
۲۲۵	۱۷ / شرطی‌ها

۲۳۵	fb.com/aelib.af	www.ael.af	۱۸ / استنتاج
۲۴۵			۱۹ / اثبات شرطی
۲۵۶			۲۰ / صادق ها
۲۷۰			۲۱ / تحویل به محال
۲۷۹			۲۲ / سور وجودی
۳۰۰			۲۳ / سور عمومی
۳۱۳			۲۴ / منطق محمولی تک واحدی
۳۲۳			۲۵ / استنتاجات و مثال های نقض
۳۳۴			۲۶ / استنتاجات بیشتر
۳۴۵			۲۷ / نسب
۳۶۳			۲۸ / انواع نسبت
۳۷۴			۲۹ / صور پری نکس
۳۸۹			۳۰ / ترتیب سورها
۳۹۶			جواب ها
۳۹۶			۱: گزاره ها و استدلالات
۳۹۸			۲: نقد استدلالات
۴۰۲			۳: صورت منطقی
۴۰۵			۴: صورت هائی از استدلال
۴۰۸			۵: رسم نمودار گزاره ها (I)
۴۱۲			۶: رسم نمودار گزاره ها (II)
۴۱۶			۷: نمودارهای ون
۴۲۲			۸: قیاس های درست
۴۲۹			۹: مرور و کاربرد

۴۳۶

۱۱: «و»، «یا»، و «نه»

۴۴۲

۱۲: جداول ارزش

۴۴۸

۱۳: قوانین دومورگان

۴۵۴

۱۴: تشکیل جداول ارزش

۴۵۷

۱۵: امتحان درستی

۴۶۴

۱۶: رابط های تابع ارزش

۴۷۰

۱۷: شرطی ها

۴۷۵

۱۸: استنتاج

۴۷۸

۱۹: اثبات شرطی

۴۸۱

۲۰: صادق ها

۴۹۰

۲۱: تحویل به محال

۴۹۵

۲۲: سور وجودی

۵۰۰

۲۳: سور عمومی

۵۰۴

۲۴: منطق محمولی تک واحدی

۵۰۸

۲۵: استنتاجات و مثال های نقض

۵۱۲

۲۶: استنتاجات بیشتر

۵۱۶

۲۷: نسب

۵۲۱

۲۸: انواع نسبت

۵۲۵

۲۹: صور پری نکس

۵۲۹

۳۰: ترتیب سورها

fb.com/aelib.af

www.ael.af

t.me/aelibaf



گزاره‌ها و استدلال‌ات Statements & Arguments

یکی از هدف‌های منطق این است که استدلال خوب را از استدلال بد مشخص و آشکار کند که چه چیزی بعضی استدلال‌ات را خوب و بعضی را بد می‌کند. در این صورت باید ابتدا شناختن استدلال‌ات را بیاموزیم. در این فصل کمک می‌کنیم که این کار را انجام دهید. تمام مثال‌های این فصل از صفحه سردبیری یکی از شماره‌های شیکاگو تریبیون^۱ گرفته شده، و بنابراین «واقعی» اند.

موارد زیر گزاره‌هایی^۲ هستند که در صفحه سردبیری شیکاگو تریبیون آورده شده‌اند. هر یک از این گزاره‌ها راست یا دروغ است. در هر مورد، در جلو گزاره‌هایی که فکر می‌کنید راستند « T » و در جلو گزاره‌هایی که فکر می‌کنید دروغند « F » بگذارید، در مقابل آن‌هایی که در موردشان نامطمئنید « T یا F » قرار دهید.

- (۱) — «در صورتی که دو قلو یا سه قلو داشتن صفت مشخصه موروثی باشد این مانع نمی شود که بسیاری از آبستنی ها خانواده بزرگی به دست آورند».
- (۲) — «ارتش برای هر شخص کاری را که بهتر می تواند انجام دهد انتخاب می کند».
- (۳) — «اغلب دانشمندان در اپوزیسیون ضد موشک های قاره پیما چون هانس بث از کرنل ۱، آی. آی. ربای از کلمبیا ۲، و جروم ویس نر از ام. آی. تی ۳ بیشتر از سهمشان در علم به خاطر احساسات سیاسی شان مورد توجه اند».
- (۴) — «پروتئین را می توان از غلات، نان، شیر، لبنیات، ماهی، و سوپ گوشت به دست آورد».
- (۵) — «آخرین رئیس جمهور درجه یکی که این مملکت داشت کالوین کولیدج ۴ بود».

ممکن است اشخاص در صدق یا کذب (۱) تا (۵) موافقت نداشته باشند، و بعضی فکر کنند که (۳) راست است، در حالیکه بعضی دیگر مطمئن باشند که دروغ می باشد. اما به هر تقدیر این گزاره راست یا دروغ است، و این صفت ویژه گزاره هائی چون (۱) تا (۵) می باشد. آنها یا راست یا دروغند. در مقابل، به سؤال زیر توجه می کنیم،

يك زن چند فرزند می تواند داشته باشد؟

این سؤال نه راست نه دروغ است. ممکن است سؤال خوب یا احمقانه بی باشد، اما نه راست نه دروغ است. يك گزاره یا راست یا دروغ است. يك سؤال (۶) نه راست نه دروغ / یا راست یا دروغ است. از این جابه بعد، چون موردی با حروف سیاه برای انتخاب داده شود، پاسخ صحیح را با دایره

-
1. Hans Bethe of Cornell 2. I. I. Rabi of Columbia
3. Jerome Wiesner of M. I. T. 4. Calvin Coolidge

مشخص کنید. می‌توانید برای ملاحظه این که درست انتخاب کرده‌اید به بخش پاسخ‌ها رجوع کنید.

مورد زیر تقاضا یا نصیحت است:

اجازه ندهید که هیأت مدیره برای نابودی یکی از زیباترین مناظر داخلی‌یی که تاکنون دیده‌ایم پول خرج کند و لقب وحشی را برای خود بخرد.

آیا این مورد راست یا دروغ است؟ (۷) بله / نه. آیا گزاره است؟ (۸) بله / نه. يك گزاره (۹) یا راست یا دروغ / نراست نه دروغ است. گرچه هر گزاره یا راست یا دروغ می‌باشد، ممکن است ندانیم که کدام يك است. به‌عنوان مثال،

ایالات متحده اکنون دارای ۱۰۵۴ موشک زمینی است اما تنها ۵۴ عدد از آنها یعنی تایتان‌های سوخت‌مایع، دارای کلاهک انفجاری + ۵ مگا تن می‌باشند.

مشکل که کسی بداند که این مورد راست یا دروغ است، اما محققاً یکی از این دو است، و بنابراین (۱۰) گزاره / سؤال می‌باشد، و به‌عنوان مثال، به‌طور کامل با تقاضای زیر متفاوت است:

لطفاً اجازه دهید قفسه کتابخانه جای دیگری نصب شود.

این عبارت (۱۱) یا راست یا دروغ / نراست نه دروغ است. در جلو گزاره‌های زیر «S» بنویسید.

(۱۲) — «نرمی استخوان به‌علت کمبود ویتامین D است.»

(۱۳) — «نگاه کن چند تفاق‌ی افتاده.»

(۱۴) — «آیا جانشینی برای گوشت و سبزیجات وجود دارد که بچه

سه‌ساله من نخورد؟»

(۱۵) — هر قدر هم که دادگاه در انجام عملش موفق شده باشد، محققاً این نتیجه را مسلم کرده که دادگاه‌ها با تقاضاهای استیناف بسیاری که در اصل به کارهای موقوفه سنگین کنونی می‌فزایند مواجه خواهند شد.

(۱۶) — «لطفاً، ممکن است که تمام شهروندان علاقه‌مند نظراتشان را برای اینکه بتوانیم با خواسته‌های مردم این شهر راهنمایی شویم، مشخص کنند؟».

در مقابل گزاره‌های راست «*T*» و در مقابل گزاره‌های دروغ «*F*» بنویسید.

(۱۷) — گزاره‌هایی وجود دارند که، هر چند راست یا دروغند، نمی‌دانیم که راستند و نمی‌دانیم که دروغند.

(۱۸) — بعضی گزاره‌ها نه راست نه دروغند.

(۱۹) — هر گزاره، حتی اگر ندانیم کدام، یا راست یا دروغ است.

(۲۰) — هر گزاره یا واضحاً راست یا در غیر این صورت واضحاً دروغ است.

اگر به گزاره‌ی توجه داشته باشیم، اما در مورد این که راست یا دروغ است نامطمئن باشیم، می‌توانیم در مورد آن استدلال کنیم. می‌توانیم در مورد این فکر که راست یا دروغ است دلالتی^۲ ارائه دهیم. هنگامی که مردم در مورد راستی یک گزاره موافق نیستند، در مورد آن بحث و استدلال می‌کنند. به‌عنوان مثال مقالهٔ سردبیر در شیکاگو تریبیون چنین می‌گوید که:

پیدایش و ترقی اتحادیه‌گری در مشاغل عمومی تهدیدی بر انتخاب رأی دهنده در مورد دولتش می‌باشد.

واگر شما به این مطلب اعتقاد نداشته باشید، باید بتوانید علیه این گزاره (۲۱) استدلال / مبارزه کنید. باید بتوانید در مورد این فکر که گزاره مورد بحث دروغ است (۲۲) نظر بدهید / دلیل بیاورید. به عبارت دیگر باید بتوانید نوعی استدلال^۱ به دست دهید.

چند ظهور حرف «e» را می‌توانید در کلمه «argument» بیابید؟ (۲۳) — (تعداد کاملاً کمی از اشخاص این کلمه را با دو حرف: «arguement» هجی می‌کنند، که غلط است.)

چنین نیست که تمام دلایل خوب باشند. در همان صفحه تریبون، ا.ج. ال. هانت^۲ این گزاره‌اش را یادآوری می‌کند که «اگر در هفته کمتر از یک میلیون دلار به دست آورد گرسنگی می‌کشد». و این است آنچه که در واقع برای گزاره‌اش «دلیل» می‌نامد.

A. خانواده‌ها ۱۳ برابر این مبلغ - ۱۳ میلیون دلار - برای نگهداری مواد غذایی، نفت، گله‌داری، مستغلات، و سایر فعالیت‌های مورد توجه خرج می‌کند.

آیا آقای هانت برای گزاره‌اش دلیل خوبی داده است؟ (۲۴) بله / نه. گزاره آقای هانت که

B. اگر در هفته کمتر از یک میلیون دلار به دست آورد گرسنگی می‌کشد.

نتیجه^۳ مشخصی است که به آن رسیده است. طبق نظر او، گزاره A (۲۵) دلیلی / گمانی بر نتیجه B اوست. A را مقدمه^۴، و B را (۲۶) — استدلال او می‌نامیم.

استدلال را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد. در آن قسمتی وجود دارد که نتیجه‌ها را بیان می‌کند و قسمتی که دلایل را می‌دهد. گزاره‌های دلیل دهنده به

1. argument

2. H. L. Hant

3. conclusion

4. premise

(۲۷) مقدمات / نتایج موسومند. (۲۸) — دلائل (۲۹) — را به دست می‌دهند.

آیا می‌توانید به‌طور ساده نتیجه يك استدلال را از مقدماتش مشخص کنید؟ در زیر مثال‌هایی برای امتحان مهارتتان می‌آوریم.

اخیراً شخصی از پروژه سد مرتفع اوکلی^۱ در دیکیتور^۲ به عنوان ارزان‌ترین روش از چند طریق ذخیره آب حمایت کرده است. در این مورد خواننده‌یی به‌سزا پاسخ داده است که، «شرکت مهندسی هارتس^۳ از شیکاگو پروژه مزبور را بررسی و پنج طریق دیگر را که همان سود را می‌دهند و کمتر از سد مرتفع هزینه بر می‌دارند، پیشنهاد کرده است. بنابراین مخزن اوکلی بهترین پیشنهاد نیست.»

(۳۰) زیر نتیجه این خواننده خط بکشید. پیش از این نتیجه کلمه (۳۱) بنا بر این / در / برای / اگرچه آمده است. توجه داشته باشید که کلمه «بنا بر این» عملاً قسمتی از نتیجه نیست. نتیجه مزبور عبارت از این است که، «مخزن اوکلی بهترین پیشنهاد نیست.» کلمه «بنا بر این» مشخص می‌کند که بعد از آن نتیجه آمده است، اما قسمتی از نتیجه نیست. مثال دیگری می‌آوریم.

هر چه این بحث بیشتر طول بکشد، دیکیتور بیشتر از مخزن آب مطمئن برای آینده محروم می‌ماند. می‌توان روش دیگری جز سد مرتفع یافت که ارزان‌تر تمام شود، نیازهای آبی‌مان را برآورده کند و ضمناً آلرتون پارک^۴ را حفظ کند. بنا بر این باید برای پذیرفتن روش دیگر عجله کنیم.

(۳۲) زیر نتیجه خط بکشید.

(۳۳) آیا دو گزاره دیگر هر دو مقدمه‌اند؟ بله / نه.

1. Oakley

2. Decatur

3. Harze

4. Allerton Park

(۳۴) کدام کلمه پیش از نتیجه آمده است؟ _____ .

کلمه دیگری که اغلب اشاره بر نتیجه دارد «به این ترتیب» است.

اخیراً دسته بلاک استون رینجرز^۱ از بلاک آلیانس^۲. گروه اجتماعی جنوبی، اخراج شد. این اقدام پس از این که به بلاک آلیانس خبر رسید که صاحبان خاندها توسط دسته مزبور برای پرداخت مخارج شن‌باشی و زیبا کردن ساختمان‌هایی که توسط خرابکاران از زیبایی افتاده بودند تحت فشار قرار گرفتند انجام گرفت. به این ترتیب، بسیاری از شهر و ندان سیاه‌پوست نشان دادند که از گروه‌های جنگ‌طلبی که در جامعه‌شان وحشت بنوعی می‌آورند بیزارند.

(۳۵) زیر نتیجه خط بکشید.

(۳۶) کلمه _____ نتیجه را مشخص می‌کند.

(۳۷) آیا کلمه «به این ترتیب» عملاً جزئی از نتیجه است؟ بله / نه.

درامثله پیشین نتیجه (۳۸) پیش از / بعد از مقدمات آمده، یعنی در (۳۹) آغاز / انتهای استدلال آورده شد. اما بعضی استدلالات به طریق معکوس ترتیب داده می‌شوند. در این مورد مثالی می‌آوریم.

آخرین رئیس‌جمهور درجه اولی که مملکت داشت کالوین کولیدج بود، برای این که طی پنج و نیم سال حکومتش هیچ بنائی منهدم نشد، ناراحتی‌های فاجعه‌بار رخ نداد، و او قرضه ملی مختصر ۲۳ میلیون دلاری را ۲۳٪ کاهش داد.

توجه کنید که در این استدلال نتیجه در آغاز آمده، و بعد از آن دلایل این گزاره آورده شده است. (۴۰) زیر نتیجه خط بکشید. کلمه (۴۱) بنا بر این / از آنجا که / زیرا / برای این که در جلو مقدمه این استدلال قرار گرفته است. درست

همان گونه که کلمات «بنا بر این» و «به این ترتیب» نتیجه را مشخص می کنند، کلماتی چون «برای این که» می توانند به مقدمات اشاره داشته باشند.

«زیرا» را نیز می توان برای مشخص کردن مقدمات به کار برد:

روس ها مجبور نیستند که برای ناتوان کردن ارتباطات الکترونیکی، هدف گیری، و سیستم راهنمای موشک های زمینی ما ضربات مستقیم یا حتی نزدیک به هدف وارد آورند. زیرا در حال حاضر دارای ۲۰۰ فوق موشک SS-۹ جدید که قادر به حمل کلاهک های انفجاری ۲۵ مگاتنی هستند و تأثیرشان لرزاندن شدید زمین است، می باشند.

(۴۲) زیر نتیجه خط بکشید. پیش از مقدمات استدلال فوق کلمه (۴۳) — آمده، و نتیجه در آغاز قرار گرفته است.

از آنجا که اسید نیکوتی نیک رگ های خون را متسع می کند و مقدار کلسترول را پایین می آورد، در حالیکه نیکوتین تنباکو این تأثیرات را ندارد، تفاوتی بین این دو ماده وجود دارد.

در این جا کلمه (۴۴) برای این که / زیرا / از آنجا که / به این ترتیب قبل از مقدمات قرار گرفته است.

(۴۵) زیر نتیجه خط بکشید. نتیجه مورد بحث در (۴۶) آغاز / انتهای استدلال آمده است.

بعضی کلمات اشاره به نتیجه دارند. کلمات دیگر مقدمات را مشخص می کنند. در موارد زیر جلو کلمات مشخص کننده مقدمه «P»، و جلو کلمات مشخص کننده نتیجه (C) قرار دهید.

(۴۷) — به این ترتیب. (۴۸) — برای این که.

(۴۹) — زیرا. (۵۰) — از آنجا که.

(۵۱) — از این رو. (۵۲) — بنا بر این.

مقدمات و نتیجه همواره این چنین آسان مشخص نمی‌شوند، و گاهی اوقات چون در مثال زیر از وسائلی که معروفیت کمتری دارند استفاده می‌کنند.

می‌توانم بگویم که ایستادگی بریتانیا در دان کرک^۱ با شکوه بود. هنگامیکه تخلیه جریان داشت، سپاهیان آلمانی من توسط یک گردان از گاردهای بریتانیایی عقب‌نگاه داشته می‌شدند. آن‌ها تا پای مرگ با تفنگ‌هاشان علیه تانک‌های ما می‌جنگیدند. به همین گونه آمریکایی‌ها در جنوب اقیانوس آرام جایی که به زودی پس از شروع جنگ عقب‌نشینی کردند با شکوه بودند. نکته‌ی را که سعی در بیانش دارم این است که شجاعت لشکریان به هیچ وجه ارتباطی با آنچه که مورخین هزیمت می‌نامند ندارد.

در این جا، «نکته‌ی را که سعی در بیانش دارم» عبارت مفصلی است که برای مشخص کردن (۵۳) نتیجه / مقدمات به کار رفته است. (۵۴) زیر نتیجه خط بکشید.

این طور نیست که هر رشته از گزاره‌های جدلی استدلال باشد. به عنوان مثال:

ممکن است تعادل وحشت - در صورتی که آن را حفظ کنیم - نجات دنیا باشد. یا این کار را انجام می‌دهیم و به عنوان آمریکایی‌های آزاد باقی می‌مانیم، یا، توسط افکار کوتاهی که در خور میراث فرهنگی مان نیستند اغفال شده لژیمانه چون گل‌سه‌ی گوسفند هلاک خواهیم شد.

شیکاگو تریبیون در این مقاله سردبیر خود (۵۵) گزاره‌ی / استدلالی جدل آمیز ایراد کرده است. چه در مورد این گزاره هیچ گونه دلیلی به دست نمی‌دهد. بنابراین در این مرحله استدلالی موجود نیست.

در این مورد مثال‌های بیشتری می‌آوریم. بعضی از این مثال‌ها استدلال می‌باشند، و بعضی نیستند. در هر حالت از شما خواسته شده که مطلب نقل شده

تشکیل استدلال می‌دهد یا خیر. هنگامی که پاسخ‌تان مثبت است زیر نتیجه استدلال خط بکشید. اما این‌طور نیست که تمام این مثال‌ها واضح و به‌سادگی قابل درک باشند. یکی از عیوب بسیاری از بحث‌ها این است که مشکل است که به‌درستی مشخص کنیم که چه موقع شخص استدلالی را ارائه می‌دهد و چه وقت صرفاً آنچه که میندیشد را بیان می‌کند.

شخص ممکن است که تصور کند که تمام این مطالب می‌تواند به‌طور کامل برای هر خواننده‌ی نظر دادگاه عالی واضح باشد. اما ده سال تجربه در دادگاه به‌من آموخته‌است که دقیق‌ترین نظریات نوشته‌شده همواره دقیق‌ترین خواننده‌شده‌ها، حتی توسط کسانی که بیشتر از همه و مستقیماً با موضوع سروکار دارند، نیستند.

آیا این اظهار بک استدلال است؟ (۵۶) بله / نه .

(۵۷) اگر تصور می‌کنید که مثال زیر استدلال است، زیر نتیجه‌اش خط

بکشید:

امروزه حقوق مستخدمین دولت معمولاً آنچه را که بازرگانی اقتضا می‌کند و آنچه را که فشار تاکتیکی مستخدمین دولتی سازمان یافته می‌تواند از هیأت‌های دولتی استفاده کند منعکس می‌کند. به این ترتیب حقوق مزبور هیچگونه ارتباطی با «اهلیت» استخدام شده یا کارش ندارد.

آیا این مورد استدلال است؟ (۵۸) بله / نه.

(۵۹) زیر نتیجه، در صورت وجود، خط بکشید:

زمین‌های تحتانی ارزشمند نیستند، زیرا در دوره‌های کوتاهی طی سال دچار سیل می‌شوند.

آیا این مورد استدلال است؟ (۶۰) بله / نه.

(۶۱) زیر نتیجه، در صورت وجود، خط بکشید.

آن‌ها که آلتون پارك را دیده‌اند می‌دانند که جنگل حاصل از زمین‌های تحتانی آن در چشم‌انداز پستی و بلندی‌های پارك نقشی مهم ایفای کند؛ تحت طرح کنونی، قسمت اعظم این جنگل، نه توسط آب، بلکه توسط باتلاق‌های گل ولای بسد منظره پوشیده می‌شود. بنابراین اهمیت دارد که این زمین‌ها را همانگونه که هستند نگه داریم و به دست سیل نسپاریم.

آیا این مورد استدلال است؟ (۶۲) بله / نه.

(۶۳) زیر نتیجه، در صورت وجود خط بکشید:

با توجه به اشارات وحشت‌انگیز موجود در اظهارات ملوین لیردا وزیر دفاع در مورد تهدید حرارت هسته‌یی نخستین ضربت روس‌ها مخالفت مداوم صلح‌طلبان سنا و بعضی از دانشمندان آکادمی در مورد به‌حالت تهاجمی در آوردن دستگاه‌های به شدت محدود ضد موشکی نامفهوم است.

آیا این مورد استدلال است؟ (۶۴) بله / نه.

(۶۵) در صورت وجود، زیر نتیجه خط بکشید:

دادگاه عالی در این مورد وارد دريك حکم سه‌جانبه شده؛ چه این حکم از يك طرف بر این است که صاحب هر خانه می‌تواند علیه استراق‌سمع غیرقانونی از ملکش چه در آنجا حاضر بوده باشد یا نباشد یا در قسمتی از آن حاضر بوده باشد، اعتراض کند. از طرف دیگر بر آن است که مدعی می‌تواند تمام اسناد به‌دست آمده از مراقبت غیرقانونی را بدون جدا شدن ابتدائی آن‌ها توسط قاضی، حتی در موارد امنیت ملی، مورد بررسی قرار دهد. نیز بر آن است که محصولات مراقبت غیرقانونی الکترونیکی‌ئی، که علیه يك مدعی علیه، به‌عنوان ناقض حقوق او، غیرمجاز است، می‌تواند در

جای دیگر مجاز باشد.

آیا این مورد استدلال است؟ (۶۶) بله / نه.
(۶۷) در صورت وجود، زیر نتیجه خط بکشید:

این تصمیم باید در طریق مستثنی کردن مراقبت از جاسوسان بیگانه
تعدیل شود، زیرا در صورتی که تعدیل نشود، اداره دادگستری
ممکن است خیلی ساده آگاه کردن دادگاهها را در مورد اینکه حتی
رونوشت چنین استراق سمع‌هایی موجود است، متوقف کند.

آیا این مورد استدلال است؟ (۶۸) بله / نه.
(۶۹) در صورت وجود، زیر نتیجه خط بکشید:

به نظر می‌رسد که در این مورد که يك زن چند بچه می‌تواند با تك
زادن به دنیا بیاورد محدودیتی وجود نداشته باشد. يك زن ۲۲
بچه در ۲۶ سال به دنیا آورد. زن دیگری که در ۱۶ سالگی ازدواج
کرده بود، از يك شوهر ۳۹ فرزند داشت که همه قبل از او مردند.
از این تعداد، ۳۲ دختر و ۷ پسر، تماماً به سن بلوغ رسیدند. در
این مورد رکورد دار زنی اسکاتلندی است که ۶۲ کودک از يك
شوهر زائید.

آیا این اظهار يك استدلال است؟ (۷۰) بله / نه. مثال اخیر احتمالاً يك استدلال
است. محتمل است که غرض از آمارهای کمی باور نکردنی واقع در آن، که
در (۷۱) آغاز / انتهای اظهار آمده، دادن دلیل در مورد نتیجه باشد. اما
تفاوت بزرگی بین يك استدلال بودن و يك استدلال خوب بودن موجود است.
آمارهای مزبور محققاً برای اثبات نتیجه کافی نیستند. چه اگر زنی حتی ۶۲
فرزند داشته باشد، باز به نظر می‌رسد که در این مورد که يك زن می‌تواند چند بچه با
تك زادن به دنیا بیاورد حدی (مثلاً، ۱۰۰۰) وجود دارد. مثال اخیر باید
يك استدلال باشد، اما استدلال بسیار بدی است. یکی از هدف‌های منطق جدا
کردن استدلال‌های خوب از استدلال‌های بد است.

۲

Criticizing Arguments

نقد استدلالات

حتی موقعیکه بتوانیم استدلالات را بشناسیم امکان دارد که تشخیص استدلال خوب از بد آسان نباشد. در این فصل دو طریق به طور اساسی متفاوت نقد استدلالات را مشخص می کنیم.

اگر شخصی بگوید،

لطفاً قلم را پس بده.

گزاره (۱) ساخته / نساخته، بلکه (۲) تقاضا کرده / دستور داده است. اما اگر بگوید،

قلم را بده!

(۳) تقاضا کرده / دستور داده است. اگر کسی پس از ضرب خوردن «آخ!» بگوید از درد فریاد کشیده، اما گزاره (۴) ساخته / نساخته است. اما اگر بگوید:

قلم از جیبم در خیابان افتاده است.

(۵) گزاره / استدلال / تقاضا ساخته است. گزاره‌ها می‌توانند یا راست یا
(۶) — باشند. سؤال‌ها، تقاضاها، فریادهای درد و شادی و تعجب، دستورها،
و مشابیه آن‌ها نمی‌توانند راست یا دروغ باشند، بنا بر این گزاره (۷) هستند /
نیستند.

اگر شخصی هنگامی که به طرف خیابان درحرکتیم به‌ما بگوید:

در آن گوشه پلیس‌های بسیاری هستند.

یک (۸) — تشکیل داده است. گزاره این شخص را می‌توان در زمینه‌های
بسیاری نقد و بررسی کرد: ممکن است رشته افکار تان را پاره کرده ناراحتان
کند. امکان دارد تذکر بسیار خسته‌کننده‌یی باشد، زیرا همیشه در آن گوشه
پلیس‌های بسیاری وجود دارند. ممکن است کسی را درمورد پلیس آگاه کرده
باشد که نمی‌خواستید آگاه باشد، و غیره. برای نقد گزاره‌ها راه‌های بسیاری
موجود است. اما به‌خصوص یک نوع از این نقدها دارای اهمیت است.
ممکن است رفیق تان اشتباه کرده باشد: آن‌ها پلیس نیستند، بلکه هنرپیشه‌های
تاترند. ممکن است دروغ گفته باشد: می‌خواست شما را، بسته به برداشتن
از پلیس، عصبی، ناراحت، خاطر جمع، عصبانی، یا خوشحال کند. اما در واقع
پلیسی در آن گوشه نیست. در هر حال، رفیق تان چیزی دروغ می‌گوید. بنا بر این،
یکی از طرق مهم نقد یک گزاره گفتن این که دروغ است می‌باشد.

استدلالات را چگونه می‌توان نقد کرد؟ آن‌ها می‌توانند عصبانی‌کننده،
خسته‌کننده، بی‌ربط، احمقانه، و غیره باشند. اما طریقی اساسی برای نقد
استدلالات درست است. نقد اساسی یک گزاره گفتن این است که آن گزاره
دروغ است، و این به‌خاطر این است که یکی از نکات اصلی تشکیل گزاره‌ها
گفتن چیزی راست است. نکته اصلی تشکیل استدلالات چیست؟ یکی از نکات
اصلی قانع کردن کسی، شاید خودمان، در این مورد که چیزی راست می‌باشد،
است، بنا بر این استدلال قانع‌نکننده موضوع نقد است. به‌عنوان مثال، تصور

کنید که شخصی بگوید:

این بچه فوراً باید توسط دکتر معاینه شود.

از او می پرسید «چرا؟». جواب می دهد:

زیرا تب 104°F دارد، و هر بچه با این قدر درجه حرارت باید بلافاصله توسط دکتر معاینه شود.

واضح است که جواب این شخص (۹) دلیل / نظر او در مورد گزاره اش می باشد. شخص مزبور استدلالی آورده که در آن گزاره اولش (۱۰) نتیجه / مقدمه و جوابش (۱۱) نتیجه / مقدمه است. استدلال مورد بحث را می توانیم به صورت زیر طرح دهیم:

- A. هر بچه با تپی بیش از 104°F باید بلافاصله توسط دکتر معاینه شود.
 B. این بچه تپی بیش از 104°F دارد.
 C. بنا براین، این بچه باید بلافاصله توسط دکتر معاینه شود.

در این صورت مقدمات کدامند؟ (۱۲) $C/B/A$ نتیجه کدام است؟ (۱۳) $C/B/A$. استدلال A, B ، بنا براین C خیلی قانع کننده به نظر می رسد. با این همه ممکن است قانع نشده باشید که نتیجه C راست است، زیرا ممکن است در راستی مقدمات شك داشته باشید. در این صورت به حق پاسخ می دهید:

کاملاً در اشتباهید. بچه تنها سرماخوردگی مختصری دارد، و در هر حال، میزان الحرارة ما کاملاً نادقیق است، نگاه کن! طبق این میزان الحرارة، این طور به نظر می رسد که حتی درجه حرارت من 103° باشد!

در این صورت، با تذکری شبیه این مطرح می کنید که مقدمه B/A (۱۴) دروغ است. اگر واقعاً تصور می کنید که مقدمه B دروغ است، در این صورت احتمال ندارد که دنبال دکتر بروید، چه توسط استدلال فوق قانع نشده اید.

یکی از طرقی که ممکن است استدلالی مطابق با آن، در قانع کنندگی شکست بخورد این است که به نظر نرسد که تمام مقدمات آن راستند. یکی از طریق‌های نقد استدلالی که به منظور اثبات نتیجه‌ی ارائه شده این است که بگوییم که یکی یا بیشتر از یکی از مقدمات آن دروغ است.

به عنوان مثال، استدلال نسبتاً ساده زیر را در نظر می‌گیریم.

A. — هر کس که تاکنون رئیس جمهور ایالات متحده شده پدر و مادر ثروتمند داشته است.

B. — لینکلن رئیس جمهور آمریکا بوده.

C. — بنابراین، لینکلن پدر و مادر ثروتمند داشته است.

(۱۵) نتیجه این استدلال کدام است؟ $C/B/A$.

(۱۶) در جلو گزاره‌های راست « T »، و در مقابل گزاره‌های دروغ « F » بنویسید.

(۱۷) آیا مقدمه‌ی از این مقدمات دروغ است؟ $بله / نه$

به علت این که مقدمه اول این استدلال دروغ است می‌توان آن را بر این زمینه که (۱۸) تمام مقدمات آن دروغند/ حداقل یکی از مقدمات دروغ است، نقد کرد. مورد زیر استدلال دیگری در همین صورت است:

A. — هر کس که تاکنون رئیس جمهور ایالات متحده شده پدر و مادر ثروتمند داشته است.

D. — جی. اف. کندی رئیس جمهور آمریکا بوده.

E. — بنابراین، جی. اف. کندی پدر و مادر ثروتمند داشته است.

(۱۹) بار دیگر، در جلو گزاره‌های راست « T » و در مقابل گزاره‌های دروغ « F » بنویسید.

(۲۰) کدام مقدمه دروغ است؟ D/A .

این استدلال را می‌توان بر این زمینه که (۲۱) — نقد کرد. توجه داشته باشید که در استدلال اول، نتیجه، یعنی، لینکلن پدر و مادر ثروتمند داشته است، (۲۲)

F/T است در حالیکه در استدلال دوم، نتیجه، یعنی، جی. اف. کندی پدر و مادر ثروتمند داشته است، (۲۳) F/T است. بنابراین در استدلال اول، نتیجه دروغ است، و در استدلال دوم، راست می باشد، و با این همه هر دو استدلال به طور متساوی بدند. هر دو با مقدمه بی آغاز می شوند که هر کس می داند که دروغ است. گرچه هر دو استدلال به طور متساوی بدند، استدلال در مورد (۲۴) لینکلن / کندی نتیجه راست دارد. بنابراین استدلالات بد می توانند نتایج راست داشته باشند.

بعضی اشخاص از این موضوع متعجب می شوند. متحیر می شوند که چگونه استدلالی در صورتیکه نتیجه اش راست است می تواند بد باشد. استدلال با نتیجه راست استدلالی خوب است! اما تصور کنید که شخصی تاریخ گذشته آمریکا را می داند، اما از وقایع اخیر بی اطلاع است، و چیزی در مورد ثروت خانواده کندی نمی داند. می خواهد بداند آیا جی. اف. کندی پدر و مادر ثروتمند داشته یا نه. در این صورت او توسط شخصی که استدلال می کند، «خوب، تمام رئیس جمهورهای آمریکائی پدر و مادر ثروتمند داشته اند، و از آنجا که جی. اف. کندی رئیس جمهور آمریکا بوده، او نیز پدر و مادر ثروتمند داشته است.» متقاعد نمی شود. زیرا چنین اعتراض می کند که بعضی از رئیس جمهورهای آمریکا، فی المثل، لینکلن، پدر و مادر فقیر داشته اند. می گوید استدلال شما کاملاً نامتقاعدکننده است، زیرا یکی از مقدمات آن دروغ است. این استدلال استدلال بدی است، حتی اگر نتیجه اش راست باشد.

برای تقویت کردن این نکته، مثالی را که ممکن است با آن نا آشنا باشید در نظر می گیریم. جولیس نایره رئیس جمهور کشور آفریقای شرقی تانزانیا است. شخصی به ما می گوید که نایره نمایشنامه جولیس سزار شکسپیر را به زبان ساحلی (سواحلی)، زبان ملی تانزانیا، ترجمه کرده است. در این مورد تردیدی کنیم که این سخن راست است یا خیر. بنابراین او استدلال می کند، A. هر شخصی که به زبان ساحلی سخن می گوید جولیس سزار را به زبان ساحلی ترجمه کرده است.

- B. پوزیدنت جولویوس نایرره به زبان ساحلی سخن می گوید.
 C. بنا براین، نایرره جولویوس سزاد را به زبان ساحلی ترجمه کرده است.

شاید ندانیم که نتیجه این استدلال راست است یا نه. اما نامحتمل است که استدلال متقاعدمان کند. چرا که مقدمه اول با اطمینان بسیار (۲۵) **راست / دروغ** است. بنا بر این استدلال مورد بحث (۲۶) **متقاعدکننده / نامتقاعدکننده** است. این استدلال استدلال بدی است. با این همه (در واقع) نتیجه آن، C، راست است.

جوابهای صحیح را مشخص کرده، مکانهای خالی را با «T» یا «F» پر کنید.

(۲۷) مقدمات هر استدلال استدلال / گزاره اند.

(۲۸) گزاره‌ها یا _____ یا _____ اند.

(۲۹) در نتیجه، مقدمات یا _____ یا _____ اند.

(۳۰) یکی از راههای نقد استدلال گفتن این است که یکی یا بیش از یکی از مقدمات آن _____ است.

(۳۱) اگر استدلالی نامتقاعدکننده باشد، ممکن است نتیجه‌اش دروغ باشد. اما نتیجه می‌تواند حتی _____ باشد.

(۳۲) استدلالی که در آن یکی از مقدمات _____ به نظر می‌رسد احتمالاً نامتقاعدکننده است.

(۳۳) دروغ خواندن یکی از مقدمات، هنگامی که هدف استدلالی اثبات نتیجه‌بی است، یکی از راههای تنقید / تمجید کردن استدلال است.

در نقد استدلال روش‌های دیگری نیز موجوداند. فرض می‌کنیم این استدلال را بشنویم:

A. _____ بعضی از رؤسای جمهور آمریکا پدرمادر خیلی ثروتمندی داشته‌اند.

B. _____ ریچارد نیکسون یکی از رؤسای جمهور آمریکاست.

C. — بنا بر این، ریچارد نیکسون پدر و مادر خیلی ثروتمندی داشته است.

(۳۴) در جلو گزاره‌های راست «T» و در جلو گزاره‌های دروغ «F» بنویسید. آیا مقدمه دروغی موجود است؟ (۳۵) بله / نه. از آنجا که هیچ يك از مقدمات دروغ نیست، (۳۶) می‌توانیم / نمی‌توانیم از گزاره فوق بر این زمینه که مقدمه دروغ دارد انتقاد کنیم. با این همه، استدلال مزبور بسیار (۳۷) متقاعد کننده / نامتقاعد کننده است، و به این علت متقاعد کننده نیست که گرچه بعضی از رؤسای جمهور ایالات متحده پدر و مادر ثروتمند داشته‌اند، نتیجه نمی‌شود که هر رئیس جمهور به خصوصی پدر و مادر ثروتمند داشته است. مقدمات این استدلال همه (۳۸) راست / دروغ‌اند، با این همه نتیجه آن از مقدمات آن به دست (۳۹) می‌آید / نمی‌آید.

استدلال اخیر نامتقاعد کننده بود. نیز نتیجه‌ی دروغ داشت. مورد زیر مثالی است از استدلالی با همان صورت که همانقدر نامتقاعد کننده است و نتیجه راست دارد:

بعضی از اشخاصی که به زبان ساحلی سخن می‌گویند نمایشنامه‌های شکسپیر را به زبان ساحلی ترجمه کرده‌اند.
 پرزیدنت نایر به زبان ساحلی سخن می‌گوید.
 بنا بر این، پرزیدنت نایر به نمایشنامه‌های شکسپیر را به زبان ساحلی ترجمه کرده است.

استدلال فوق در صورتی که ندانیم نتیجه‌اش راست است، در مورد نتیجه متقاعدمان (۴۰) می‌کند / نمی‌کند. حتی اگر مقدمات را بپذیریم باز هم متقاعدمان نمی‌کند. زیرا نتیجه از مقدمات به دست نمی‌آید. در این صورت حتی اگر مقدمات راست باشند (۴۱) می‌توان / نمی‌توان مطمئن بود که نتیجه راست است، مگر آنکه چیزی بیش از آنکه مقدمات بیان می‌کنند بدانیم.
 مثال همام دو طریق متفاوت نقد استدلال را مطرح می‌کنند.

(۴۲) يك استدلال را ممکن است نقد کرد اگر یکی از مقدماتش راست / دروغ باشد.

(۴۳) آن را نیز می‌توان بر این زمینه که نتیجه‌اش از مقدماتش به دست نمی‌آید / مستلزم مقدمات آن نیست مورد انتقاد قرار داد.

(۴۴) اگر استدلالی حداقل يك مقدمه دروغ / راست داشته باشد، ممکن است در این که متقاعد کننده باشد مردود شود .

(۴۵) اگر نتیجه‌ی از مقدماتش حاصل شود / نشود ، ممکن است در این که متقاعد کننده باشد مردود شود .

در این مرحله دو مثال از استدلال‌های ساده هر چند نسبتاً "احمقانه" می‌آوریم.

A. بعضی شهرها که اسم‌شان با «C» آغاز می‌شود در ایلینویزند.

شیکا گودارای اسمی است که با «C» آغاز می‌شود.

بنابراین، شیکا گو در ایلینویز است.

B. تمام شهرهایی که اسم‌شان با «C» آغاز می‌شود در ایلینویزند .

شیکا گودارای اسمی است که با «C» آغاز می‌شود .

بنابراین، شیکا گو در ایلینویز است .

(۴۶) کدام يك از دو استدلال فوق را می‌توان بر این زمینه که نتیجه‌اش از

مقدماتش به دست نمی‌آید مورد انتقاد قرار داد؟ (۴۶) A/B.

(۴۷) کدام استدلال را می‌توان بر این زمینه که نه تمام مقدماتش راستند

نقد کرد؟ (۴۷) A/B.

طبیعی است که يك استدلال می‌تواند در هر دو طریق معیوب باشد . در

این مورد مثال افراطی زیر را می‌آوریم:

بعضی شهرها که اسم‌شان با «U» آغاز می‌شود در ایلینویزند.

شیکا گوشهری است که اسمش با «U» آغاز می‌شود.

بنابراین، شیکا گو در ایلینویز است.

(۴۸) دوزمینة تنقید استدلال مزخرف فوق عبارتنداز: _____

توجه داشته باشید که علی‌رغم این حقیقت که سه مثال اخیر همه استدلال‌هایی (۴۹) خوب/ بد بوده‌اند، نتیجه‌ی هر یک از سه استدلال (۵۰) راست / دروغ است.

گرچه استدلال‌های بسد ممکن است نتایج دروغ داشته باشند، این امکان نیز هست که استدلال بدی دارای نتیجه‌ی (۵۱) راست / دروغ باشد.

بعضی از انواع میوه‌ها از لحاظ ویتامین غنی هستند.

موز نوعی میوه است.

بنابراین، موزها از لحاظ ویتامین غنی‌اند.

(۵۲) آیا تمام مقدمات راستند؟ بله / نه.

(۵۳) آیا نتیجه از مقدمات به دست می‌آید؟ بله / نه.

(۵۴) آیا استدلال فوق متقاعدکننده است؟ بله / نه.

نتیجه استدلال فوق دروغ است.

هر پایتخت ایالتی در آمریکا به سرمایه‌ی بیشتری برای سرمایه‌گذاری درهسته‌ی شهریش نیاز دارد.

شیکاگو یکی از پایتخت‌های ایالتی آمریکاست.

بنابراین شیکاگو به سرمایه‌ی بیشتری برای سرمایه‌گذاری درهسته‌ی شهریش نیاز دارد.

(۵۵) آیا هر دو مقدمه راستند؟ بله / نه.

(۵۶) آیا نتیجه از مقدمات به دست می‌آید؟ بله / نه.

(۵۷) آیا این استدلال متقاعدکننده است؟ بله / نه.

لنین کمونیست بود.

بعضی کمونیست‌ها دزدهای محکوم شده‌ی بوده‌اند.
در نتیجه، لنین دزد محکوم شده‌ی بوده است.

(۵۸) آیا هر دو مقدمه راستند؟ بله / نه .

(۵۹) آیا نتیجه از مقدمات به دست می‌آید؟ بله / نه .

(۶۰) آیا این استدلال متقاعد کننده است؟ بله / نه .

لوئیزیانا محل خوبی برای کشت پنبه است، زیرا لوئیزیانا قسمتی از ایالات متحده است، و هر قسمت از ایالات متحده برای کشت پنبه خوب است.

(۶۱) آیا نتیجه در آغاز / انتهای این استدلال آمده است؟

(۶۲) آیا نتیجه راست است؟ بله / نه .

(۶۳) آیا تمام مقدمات راستند؟ بله / نه .

(۶۴) آیا این استدلال متقاعد کننده است. بله / نه .

در زیر چهار استدلال آورده‌ایم. ممکن است حتی تمام کلمات به کار رفته در آن‌ها را ندانیم. با این‌همه باید بتوانیم بگوئیم که چه موقع نتیجه از مقدمات به دست می‌آید.

A. — تمام اسماعیلیان مسلمانند.

— آقاخان اسماعیلی است.

— بنا بر این، آقاخان مسلمان است

B. — بعضی اسماعیلیان مسلمانند.

— آقاخان اسماعیلی است.

— بنا بر این، آقاخان مسلمان است.

C. — بعضی اسماعیلیان مسیحی‌اند.

— آقاخان اسماعیلی است.

_____ بنا بر این، آقاخان مسیحی است.

D. _____ تمام اسماعیلیان مسیحی اند.

_____ آقاخان اسماعیلی است.

_____ بنا بر این، آقاخان مسیحی است.

(۶۵) استدلال‌هایی را که در آن‌ها نتیجه از مقدمات به دست می‌آید با دایره مشخص کنید. حتی اگر هیچ ایده‌ی در مورد این که اسماعیلی کیست نداشته باشید، باید توانسته باشید مشخص کنید که کدام یک از این استدلالات استدلالی، با نتیجه‌ی که از مقدمات به دست می‌آید است. این نشان می‌دهد که این موضوع که آیا نتیجه از مقدمات به دست می‌آید یا نه، به طور کامل بستگی به این که استدلال در چه مورد می‌باشند ندارد. زیرا ممکن است به طور کامل ندانیم که این استدلال در چه مورد هستند و با این همه بدانیم که آیا نتیجه از مقدمات به دست می‌آید یا خیر. اسماعیلی هر چه که باشد، حتی اگر آقاخان اسماعیلی باشد، و بعضی اسماعیلیان مسلم باشند، نتیجه نمی‌شود که آقاخان مسلمان است. بعضی اسماعیلیان مسلمانند، اما، شاید این اسماعیلی خاص - آقاخان - مسلمان نباشد.

اینک حقایق چند درباره‌ی این مذهب می‌آوریم.

اسماعیلیان فرقه‌ی از مسلمانانند (درست همانطور که کاتولیک‌ها و باپ‌تیس‌ها به عنوان فرقی از مسیحیت توصیف می‌شوند).

آقاخان رئیس روحانی فرقه‌ی اسماعیلی است.

هیچ مسلم، هیچ اسماعیلی‌ئی مسیحی نیست؛ آقاخان مسیحی نیست.

(۶۶) در سایه‌ی این حقایق، در جلو گزاره‌های راست واقع در استدلال A تا D داخل پرانتز «T» بگذارید، و در جلو گزاره‌های دروغ آن‌ها «F» بنویسید. ممکن است گزاره‌های «بعضی» دار کمی ایجاد زحمت کنند. تمام اسماعیلیان مسلمانند. خوب، در این صورت آیا این راست است که بعضی اسماعیلیان

مسلمانند؟ (۶۷) **بله / نه** . اگر «بله» جواب داده‌اید ، احتمالاً می‌توانید بند بعد را ندیده بگیرید و سؤالات ۶۸ تا ۷۲ را حذف کنید . اما اگر «نه» پاسخ داده‌اید، ابتدا بند زیر را مطالعه کنید .

در منطق، مخصوصاً منطق استدلال قیاسی، سعی‌مان بر این است که با راستی لفظی آنچه گفته شده کار داشته باشیم . و به عبارت دیگر به صورت الفاظ توجه کنیم . اکنون فرض کنید که چیزی در مورد دین اسلام نمی‌دانیم ، و کسی به ما بگوید بعضی اسماعیلیان مسلمانند . در این صورت ممکن است فوراً به این نتیجه برسیم که بعضی اسماعیلیان مسلمان نیستند . زیرا در صورتیکه تمام اسماعیلیان مسلمان بودند، مطمئناً گفته می‌شود که تمام آن‌ها و نه بعضی از آن‌ها مسلمانند . اگر چنین فکر کنیم، در این صورت از آنجا که «تمام اسماعیلیان مسلمانند» راست است ، «بعضی اسماعیلیان مسلمانند» باید دروغ باشد . اما، تصور کنید که در مسافرتی به آفریقای شرقی (جایی که تعداد معتنا بهی اسماعیلی موجودند) به اسماعیلیانی برخورد کنیم و از آن‌ها پرسیم مسلمانند یا خیر؟ و آن‌ها جواب دهند «البته که هستیم» در این صورت به عنوان خبرنگاران محتاط، نمی‌توانیم فوراً نتیجه بگیریم که تمام اسماعیلیان مسلمانند . و تنها می‌توانیم بگوئیم که «به تحقیق می‌دانیم که بعضی اسماعیلیان مسلمانند . و هنوز به‌طور مسلم نمی‌دانیم که تمام اسماعیلیان مسلمانند یا خیر» . بنا بر این آنچه گفته‌ایم راست است . این که بعضی اسماعیلیان مسلمانند ، نیز (نامعلوم برای ما) تمام اسماعیلیان مسلمانند هر دو راست‌اند . در این وضعیت، راست است که تمام اسماعیلیان مسلمانند . نیز (۶۸) **راست / دروغ** است که بعضی اسماعیلیان مسلمانند . گفتن این که بعضی اسماعیلیان مسلمانند مستازم این (۶۹) **است / نیست** که بعضی اسماعیلیان مسلمان نیستند . اگر گزاره «بعضی اسماعیلیان مسلمانند» را کاملاً ظاهری در نظر بگیریم، به طور ساده (۷۰) **راست / دروغ** است . البته، وضعیت‌هایی وجود دارند که در آن‌ها ممکن است که گفتن «بعضی اسماعیلیان مسلمانند» برای شنوندگان این را مطرح کند که قصد دارید اضافه کنید که، «و بعضی اسماعیلیان مسلمان نیستند» . اما آنچه را که مطرح کرده‌اید آن چیزی که لفظاً گفته‌اید نیست . تمام اسماعیلیان مسلمانند ، زیر اسماعیلیه

فرقه‌یی از اسلام است. در نتیجه، (۷۱) راست/دروغ است که بعضی اسماعیلیان مسلمانند، و به عنوان مثال، مقدمه اول استدلال B فوق (۷۲) راست/دروغ است.

اکنون، اگر به سؤال ۶۶ پاسخ نداده‌اید، معین کنید هر يك از گزاره‌های استدلالات A تا D راست یا دروغ است، و پهلوی آن‌ها که راستند «T» و پهلوی آن‌ها که دروغند «F» بنویسید.

(۷۳) کدام يك از گزاره‌ها را می‌توان بر این زمینه که نه تمام مقدماتشان راست‌اند مورد انتقاد قرار داد؟ **D/C/B/A**.

(۷۴) کدام را می‌توان بر این زمینه که نتیجه از مقدمات به دست نمی‌آید انتقاد کرد؟ **D/C/B/A**.

(۷۵) کدام يك از استدلالات نتیجه راست دارد؟ **D/C/B/A**.

(۷۶) کدام يك تنها استدلالی با مقدمات راست و نتیجه‌یی که از مقدمات به دست می‌آید است؟ **D/C/B/A**.

توجه داشته باشید که هر چند (۷۷) **يك / دو** استدلال از استدلالات واقع در فهرست فوق نتیجه راست دارد (دارند)، تنها (۷۸) **يك / دو** استدلال دارای تمام مقدمات راست و نتیجه‌یی که از این مقدمات به دست می‌آید می‌باشد (می‌باشند). این موضوع یادآوری می‌کند که استدلالات بد (۷۹) **می‌توانند / نمی‌توانند** نتیجه راست داشته باشند.

به خاطر مشخص کردن این که کدام يك از استدلالات A تا D دارای نتیجه‌یی که از مقدماتشان به دست می‌آید می‌باشد، لازم (۸۰) **است / نیست** که دقیقاً بدانیم که اسماعیلیان کیستند، و به طور ساده بانگه‌کردن به صورت استدلالات B و C، می‌توانید ملاحظه کنید که چیزی خطاست. اما برای مشخص کردن این که مقدمات راستند یا نه، لازم (۸۱) **داریم / نداریم** که چیزی در مورد آقاخان و اسماعیلیان بدانیم.

به خاطر مشخص کردن این که چه موقع مقدمات راستند، به اطلاعاتی

در مورد مذهب نیاز (۸۲) **دارید/ ندارید**؛ اما به خاطر این که بدانیم که نتیجه از مقدمات به دست می‌آید به اطلاعاتی در مورد مذهب نیاز (۸۳) **دارید/ ندارید** .

منطق با این مطلب که چه از چه نتیجه می‌شود سروکار دارد . منطق با تفصیلات مذهب اسلام‌کار (۸۴) **دارد/ ندارد** . به خاطر نقد C و D بر این زمینه که مقدمه اول دروغ است، نیاز به دانستن چیزی در مورد دیسن (۸۵) **داریم/ نداریم** . به خاطر نقد C و B بر این زمینه که نتیجه از مقدمات حاصل نمی‌شود، نیاز به داشتن چیزی در مورد مذهب (۸۶) **داریم/ نداریم** . نوع اول انتقاد، موضوع مذهب است. در حالیکه نوع دوم انتقاد، موضوع (۸۷) **مذهب/ منطق** می‌باشد.

در منطق، استدلالی که در آن نتیجه از مقدمات به دست می‌آید درست^۱ نامیده می‌شود. اگر استدلالی درست باشد، در این صورت نتیجه آن از مقدمات آن (۸۸) _____ . حداقل دو طریق نقد استدلال موجود است. می‌توانیم بگوئیم که حداقل یکی از مقدمات (۸۹) _____ است. این نوع انتقاد موضوع منطق (۹۰) است / نیست . یا می‌توانیم بگوئیم که نتیجه از (۹۱) _____ به دست نیامده است. در منطق، می‌گوئیم استدلالی که در آن نتیجه از مقدمات نتیجه نشده، (۹۲) _____ نیست، و به صورت خلاصه می‌گوئیم که استدلال نادرست^۲ است. این که استدلالی درست می‌باشد یا نه موضوع منطق (۹۳) است / نیست .
در این جا یکی دو مثال می‌آوریم:

زهره به دور خورشید می‌گردد، زیرا زهره سیاره‌ی در منظومه شمسی است، و هر سیاره در منظومه شمسی به دور خورشید می‌گردد.

در این مثال، نتیجه در (۹۴) **آغاز/ انتهای** استدلال آمده است. نتیجه مورد بحث (۹۵) **F/T** است. هر یک از مقدمات (۹۶) **F/T** است. از این گذشته،

نتیجه از مقدمات به دست (۹۷) می آید / نمی آید . به خاطر دانستن این که مقدمات راستند ، نیاز به دانستن چیزی در مورد (۹۸) مذهب / نجوم داریم . اما به خاطر دانستن این که نتیجه از مقدمات به دست می آید ، نیاز به دانستن نجوم (۹۹) داریم / نداریم .

دانشگاه کلمبیا شورش دانشجویی را در دوره ۱۹۷۰ - ۱۹۶۷ تجربه کرد ، زیرا هر دانشگاه بزرگ آمریکائی بی شورش دانشجویی را در این دوره تجربه کرده ، و کلمبیا یکی از دانشگاه های بزرگ آمریکاست .

بار دیگر نتیجه در (۱۰۰) آغاز / انتهای این استدلال آمده است . این نتیجه (۱۰۱) F/T است . اما ، یکی از مقدمات F می باشد . با این همه نتیجه از مقدمات به دست آمده است . به خاطر دانستن این که نه تمام مقدمات راستند ، نیاز به دانستن چیزی در مورد وقایع اخیر دنیای دانشگاهی (۱۰۲) داریم / نداریم . اما به خاطر دانستن این که نتیجه از مقدمات به دست می آید ، (۱۰۳) می توانید / نمی توانید به طور کامل از وقایع اخیر بی اطلاع باشید . ارسطو چیزی در مورد کلمبیا یا حتی قاره آمریکا نمی دانسته ، اما همین قدر که مطمئن شده باشد که گزاره های استدلال فوق دارای معنی اند ، می توانسته به شما بگوید که استدلال مورد بحث درست است . درستی موضوع (۱۰۴) منطقی / مذهب / نجوم / وقایع جاری است .

* * *

Logical Form

۳ صورت منطقی

نشان دادیم که هر چند راستی مقدمات يك استدلال بستگی به آنچه که استدلال در مورد آن است دارد، درستی خیلی به مادهٔ استدلال وابسته نیست، و در این مورد صورت استدلال است که به حساب می آید. در این فصل شروع به توضیح مفهوم صورت منطقی می کنیم.

مقدمات و نتایج استدلال (۱) استدلال / گزاره اند. گزاره ها ممکن است (۲) راست یا دروغ / درست یا نادرست باشند. اما، استدلال ها را راست یا دروغ نمی نامیم؛ در مقابل، آن ها را (۳) راست یا دروغ / درست یا نادرست می نامیم. يك استدلال وقتی درست است که نتیجه اش (۴) مستلزم مقدماتش باشد / از مقدماتش به دست آید. در اصطلاح منطق، کلمهٔ «مستلزم است» معکوس «به دست می آید از» یا «نتیجه می شود» است؛ به عبارت دیگر، اگر نتیجه از مقدمات به دست آید، می گوئیم که مقدمات مستلزم نتیجه اند. به این ترتیب در يك استدلال درست، مقدمات (۵) مستلزم نتیجه اند / از نتیجه به دست می آیند. اگر استدلالی نادرست باشد، مقدماتش (۶) ————— نتیجه اش نیستند. اگر مقدمات مستلزم نتیجه باشند،

1. implies

در این صورت نتیجه از مقدمات (۷) ————— .

کلمه دیگری که در این مورد به کار می‌رود «استنتاج کردن» است. اگر استدلالی درست باشد، در این صورت می‌توانیم نتیجه را از مقدمات آن استنتاج کنیم. به این ترتیب، اگر مقدمات مستلزم نتیجه باشند، می‌توانیم نتیجه را از مقدمات (۸) ————— . اگر بتوانیم نتیجه‌ی را از مقدماتی استنتاج کنیم، در این صورت نتیجه از مقدمات (۹) ————— . «استنتاج کردن»، «مستلزم بودن» و «به دست آمدن از» افعالی مختلف با موارد استعمال مختلفند. آن‌ها را از هم تمیز دهید. بعضی اوقات مردم می‌گویند، «مقدمات نتیجه را استنتاج می‌کنند» و این، بد به کار بردن زبان است. ما در عوض این حرف می‌گوییم، «مقدمات (۱۰) ————— نتیجه‌اند.» نیز می‌گوییم، «می‌توانیم نتیجه را از مقدمات (۱۱) ————— . اکنون که بر سر موضوع کاربرد صحیحیم، به خاطر داشته باشید که: کلمه «argument» تنها بایک «e» نوشته می‌شود.

در این جا استدلال ساده‌ی می‌آوریم:

تا آنجا که می‌دانیم مریخ نمی‌تواند حیات را حفظ کند، زیرا این سیاره عملاً دارای اکسیژن آزاد نیست، و تا آنجا که می‌دانیم هیچ سیاره‌ی که عملاً اکسیژن آزاد نداشته باشد نمی‌تواند حیات را حفظ کند.

در این استدلال نتیجه در (۱۲) آغاز / انتهای آن آمده است. نتیجه این استدلال چه مقدمات آن راست باشند چه دروغ، از مقدمات آن به دست می‌آید. در جلوه‌ریک از گزاره‌های زیر که از لحاظ واقعیت امر یا دستوری ناصحیح‌اند «X» قرار دهید.

(۱۳) ————— نتیجه استدلال فوق عبارتست از «تا آنجا که می‌دانیم هیچ

سیاره‌یی که عملاً اکسیژن آزاد نداشته باشد نمی‌تواند حیات را حفظ کند.

(۱۴) — از آنجا که این استدلال درست است ، نتیجه مستلزم مقدمات است .

(۱۵) — استدلال درست است زیرا مقدمات آن مستلزم نتیجه آن است.

(۱۶) — در این استدلال، مقدمات نتیجه را استنتاج می‌کنند.

(۱۷) — مقدمات مستلزم نتیجه‌اند اگر و تنها اگر نتیجه از مقدمات به دست آید .

(۱۸) — از آنجا که استدلال درست است، می‌توانیم نتیجه را از مقدمات استنتاج کنیم.

(۱۹) — نتیجه مقدمات را استنتاج می‌کنند زیرا مقدمات مستلزم نتیجه‌اند.

(۲۰) — این که استدلال فوق درست است یا نه به طور کامل به حقایق مربوط به منظومه شمسی وابسته است.

(۲۱) — به خاطر دانستن این که استدلال فوق درست است، مجبور

نیستیم که چیزی در مورد منظومه شمسی بدانیم — در هر حال

به بیش از این که بدطور ساده گزاره‌های بدکار رفته را بدانیم نیاز نیست.

تاکنون مقرر نکرده‌ایم که برای این که استدلالی درست باشد چه چیزی لازم است. عملاً هر کسی که فارسی (یا هر زبان دیگری) صحبت می‌کند می‌تواند بشناسد که در بعضی حالات، مقدمات مستلزم نتیجه‌اند. اما دقیقاً چه چیزی را می‌شناسیم؟ واقعیت اساسی در مورد هر استدلال درست این است که: هرگاه تمام مقدمات راست باشند، نتیجه نیز راست است. حتی می‌توانیم بگوئیم که اگر مقدمات تماماً راست باشند ، نتیجه باید راست باشد ، یا ، نتیجه مجبورا است راست باشد .

در یک استدلال درست، راستی مقدمات راستی نتیجه را تضمین می‌کند.

به این علت است که می‌گوئیم نتیجه از مقدمات به دست می‌آید. نیز به این علت

است که می گوئیم مقدمات (۲۲) مستلزم نتیجه اند / نتیجه را استنتاج می کنند. اگر استدلالی درست باشد، در این صورت می توانیم نتیجه را از مقدماتش (۲۳) استنتاج / استلزام کنیم. این بدین معنی است که اگر شخصی اطمینان دهد که مقدمات راستند، یا اگر خود بدانیم مقدمات راست می باشند، در این صورت در مقرر کردن نتیجه محقیم. استنتاج نتیجه از مقدمات مقرر کردن نتیجه بر مبنای مقدمات است، در نقد يك استدلال دو روش اساسی موجود است. می توانیم بگوئیم که تمام مقدمات آن (۲۴) ————— نیستند. و می توانیم بگوئیم که استدلال (۲۵) ————— نیست. استدلال کردن کمی شبیه سفر کردن است. يك استدلال حقیقه خوب شما را به جایی می برد. گفتن این که استدلالی درست داریم شبیه گفتن این است که بلیط هواپیمایی معتبری داریم. فرض می کنیم می خواهید از شیکاگو به سانفرانسیسکو بروید. اگر بلیط هواپیماتان بی اعتبار باشد (قبلاً مصرف شده یا هفته پیش منقضی شده باشد)، نمی توانید به آسانی به سانفرانسیسکو برسید. نیز، اگر در شیکاگو نباشید، بلکه در نیوآرک ان. جی. ۱. باشید دچار اشکال می شوید. داشتن بلیط بی اعتبار شبیه داشتن استدلال نادرست است. بودن در شهر اشتباهی مانند داشتن مقدمه دروغ است. اگر استدلالی درست باشد، در این صورت راستی (۲۶) مقدمات / نتیجه آن راستی (۲۷) مقدمات / نتیجه آن را تضمین می کند. (و این شبیه بلیط هواپیمای معتبر است: اگر درست در شهر عزیمت باشیم، در این صورت خط هواپیمائی تضمین می کند که ما را به مقصد تعیین شده در بلیط برساند.) يك نوع نقص این است که ممکن است استدلال نادرست باشد. دیگری این است که ممکن است يك یا بیش از یکی از مقدمات (۲۸) راست / دروغ باشد. (و این مانند بودن در شهر اشتباهی است. حتی اگر بلیط معتبر از شیکاگو به سانفرانسیسکو را داشته باشیم، در کارمند نیوآرک اثر نمی کند.)

اما چگونه مقدمات می توانند راستی نتایج را تضمین کنند؟ و آیا در این مورد، درست همان گونه که يك خط هوایی در معرض طوفان های برف، اعتصابات،

و هو ایما ربائی است، نمی تواند شکستی در کار باشد؟ پاسخ، منفی است. اما ملاحظه چرای آن چندین فصل می گیرد. کار را با مقایسه چند استدلال درست مشا به آغاز می کنیم:

A. تمام اسماعیلیان مسلمانند.

آقاخان اسماعیلی است.

بنا بر این، آقاخان مسلمان است.

B. تمام سیارات واقع در منظومه شمسی اجسامی هستند که به دور خورشید می گردند.

مشتری سیاره بی در منظومه شمسی است.

بنا بر این، مشتری جسمی است که به دور خورشید می گردد.

C. تمام پایتخت های ایالات آمریکا شهرهایی هستند که به اصلاحات اجتماعی اساسی در هسته شهری شان نیازمندند.

شیکاگو یکی از پایتخت های ایالات آمریکاست.

بنا بر این، شیکاگو شهری است که به اصلاحات اجتماعی اساسی در هسته شهری شان نیازمند است.

استدلال اول درباره (۲۹) سیاست/مذهب/نجوم است. B درباره

(۳۰) مذهب / نجوم / مسائل اجتماعی آمریکا است. C درباره (۳۱)

نجوم/مسائل اجتماعی آمریکا / زمین شناسی است. با این همه هر که

استدلالات فوق را بدانند، اما علاوه بر این عملاً چیزی در مورد مذهب اسلام،

یا نجوم، یا آمریکا ندانند، می تواند بلافاصله ملاحظه کند که اگر مقدمات

استدلالات فوق راست باشند، در این صورت نتایجشان نیز راست اند.

یعنی مقدمات (۳۲) مستلزم نتیجه اند/ نتیجه را استنتاج می کنند. درستی

موضوع (۳۳) سیاست / منطق/ نجوم است. برای تقویت این مفهوم، مثال زیر را

مورد بررسی قرار می دهیم.

تمام کنگونی ها حیواناتی چهارپاهستند.

اسپارتا ۱ يك كنگونى است.

بنا بر این، اسپارتا حیوانی چهارپاست.

در این صورت با فرض این که «کنگونی» عبارتی با معنی است، و اسپارتا اسم يك كنگونى (هر چه که هست) می باشد، آیا مقدمات مستلزم نتیجه هستند؟ (۳۵) بله / نه. بنا بر این می توانیم نتیجه را از مقدمات (۳۵) استنتاج / استلزام کنیم.

(۳۶) آیا می دانید کنگونی چیست؟ بله / نه.

(۳۷) آیا می دانید کنگونی بی به نام اسپارتا موجود است؟ بله / نه.

(۳۸) آیا می دانید که استدلال در مورد کنگونی ها درست است یا نه (با این فرض که کلمه «کنگونی»، پس از این همه، به معنی چیزی است)؟ بله / نه.

کنگونی حیوان گوزن مانند بزرگی است که در ساوانا ۲ آفریقای شرقی زیست می کند. با این همه چه حقایق پوشیده‌ئی را که در استدلال فوق به آن‌ها اشاره شده بدانیم، و چه ندانیم، می توانیم ملاحظه کنیم که این استدلال، درست به اندازه استدالات در مورد آقاخان، مشتری، و شیکا گو درست است. استدلالاتی را که تا کنون مورد بررسی قرار داده ایم تقریباً صورت ۳ یکسان دارند. یعنی هر يك به صورت زیر است:

تمام چنین و چنان‌ها چنان و چنینند.

این فرد چنین و چنان است.

در نتیجه، این فرد چنان و چنین است.

در قضاوت با چهار مثال اخیر، چنین به نظر می رسد که هر استدلال به این صورت ممکن است درست باشد. به این که چنین است و چرا چنین است خواهیم رسید. در این صورت اولین چیزی که باید به خاطر بسپاریم صورت این نوع استدلال است.

در زیر مکان‌های خالی را، برای به دست آوردن استدلالاتی به همان صورت آن‌هایی که ملاحظه‌شان کرده‌ایم، کامل کنید.

- D. تمام زرافه‌ها حیواناتی گردن درازند.
 ۱ ثبس زرافه است.
 بنا بر این، ۲ ثبس يك (۳۹) _____ است.
- E. تمام میمون‌ها (۴۰) _____ اند.
 ۱ آئنز ۲ میمون است.
 بنا بر این، آئنز پستاندار است.
- F. تمام (۴۱) _____ ، _____ هستند .
 ۱ پاپ کشیش کاتولیک است .
 بنا بر این ، پاپ ازدواج نکرده است.
- G. هر فیلسوفی که بیش از ۹۷ سال زندگی کرده منطق‌دان است .
 (۴۲) _____ ، _____ است .
 بنا بر این، برتراند راسل منطق‌دان است.

تمام این استدلال‌ات صورت یکسان دارند. به جای این که آن‌ها را با به کار بردن کلماتی چون «چنین و چنان» نمایش دهیم، می‌توانیم مانند زیر از مکان‌های خالی استفاده کنیم :

تمام _____ ، _____ هستند .
 _____ ، _____
 بنا بر این ، _____ است .

در این صورت اگر مکان خالی خط کشیده (_____) را با اسماعیلیان و نقطه‌ها را با «مسلمان» و خط چین‌ها را با «آقاخان» پر کنیم ، استدلال A ی صفحه ۴۸ را به دست می‌آوریم. با پر کردن مکان خالی خط

کشیده با «میمون‌ها»، نقطه‌ها با «پستاندار»، و خط چین‌ها با «آئنز» کدام یک از استدلالات D - G را به دست می‌آوریم؟ (۴۳) **C/F/E/D**.

به جای به کار بردن مکان‌های خالی، که نسبتاً پر زحمت‌اند، صورت تمام این استدلالات را با استفاده از حروف نمایش می‌دهیم. هنگامی که به این استدلالات نگاه کنیم، نام‌هایی برای افراد گوناگون، مثلاً «آقاخان» «مشری»، «شیکاگو»، «اسپارنا»، «پاپ» و غیره را ملاحظه می‌کنیم. نام کدام فرد در استدلال G آمده است؟ (۴۴) _____ .

نیز اسامی یا عبارات اسمی‌یی که برای نامیدن طبقاتی که این افراد به آن‌ها تعلق دارند، به کار رفته‌اند، مثلاً، «زرافه»، «مسلمان»، «کشیش کاتولیک» «منطق‌دان» و «فیلسوفانی که بیش از ۹۷ سال زندگی کرده‌اند»، را می‌یابیم.

اسامی مشخص کننده طبقات در استدلال E کدامند؟ (۴۵) _____ .

اسامی‌یی چنین که طبقات را مشخص می‌کنند عبارات نامیده می‌شوند. عبارات واقع در استدلال D کدامند؟ (۴۶) _____

عبارات واسامی متفاوتند. «ئبس» اسم یک فرد است، «زرافه» اسم یک حیوان فردی یا معین نیست، بلکه به جای آن طبقه‌یی از حیوانات را مشخص می‌کند. بنابراین در جواب به ۴۶، باید «زرافه» و «حیوان گردن دراز»، و نه «ئبس» را پاسخ داده باشید.

(۴۷) در استدلال زیر، زیر اسم‌ها خط بکشید، و عبارت‌ها را با دایره مشخص کنید.

هر فیلسوفی که به خاطر صلاح‌گرایی در جنگ جهانی اول زندانی شد منطق‌دان بود.

برتراند راسل فیلسوفی است که به خاطر صلاح‌گرایی در جنگ جهانی اول زندانی شد.

بنابراین، برتراند راسل منطق‌دان است.

در اینجا از حروف بزرگ ایتالیک برای قرار گرفتن به جای عبارات و حروف کوچک ایتالیک برای قرار گرفتن به جای اسامی استفاده می‌کنیم. در فهرست زیر، حروفی را که می‌توانند به جای اسامی قرار گیرند بسا دایره مشخص کنید: (۴۸) **P/b/c/F/d/H/G/a**.

صورت استدلالی که آنرا مورد بررسی قرار داده‌ایم توسط طرح زیر نمایش داده شده است:

تمام F ها G اند.

F ، a است.

بنا بر این ، a ، G است.

در استدلال D ، « F » متناظر با «زرافه»، « G » متناظر با «حیوان گردن دراز»، و « a » متناظر با «ئیس» است. در استدلال E ، « F » متناظر با (۴۹) _____ ، « G » متناظر با (۵۰) _____ ، و « a » متناظر با (۵۱) _____ است. چیز خاصی در مورد این حروف وجود ندارد، و این که در مورد اسامی نوع متفاوتی از حروف به کار می‌بریم، به خاطر این است که اسامی و عبارات متفاوتند. «فیلسوف» طبقه‌بندی از افراد منجمه سارتر و راسل و از سطو و هایدگر را نمایش می‌دهد. از فرد دیگری در طبقه فیلسوفان نام ببرید. (۵۲) _____ در این زمینه اسم برتر اندر اسل، شخص منحصر به فردی، یعنی برتر اندر اسل را نمایش می‌دهد. در صورت استدلالی فوق، یعنی «تمام F ها G اند، a ، F است، بنا بر این، a ، G است»، نتیجه قرار دادن «کشاورزان» به جای « F »، «حریص» به جای « G »، و «آدولف» به جای « a » چیست؟

(۵۳)

در زیر چند گزاره مشابه آورده ایم:

- تمام زرافه‌ها حیواناتی گردن درازند .
- هر زرافه‌یی حیوانی گردن دراز است .
- تمام زرافه‌ها گردن دراز دارند .
- هر زرافه‌یی گردن دراز است .
- هر زرافه‌یی گردنی دراز دارد.

آیا تمام این گزاره‌ها در مورد يك شیء ثابت معنی می‌دهند؟ (۵۴) **بله / نه** . البته ، يك تفاوت این است که دو گزاره اول متضمن اینند که زرافه‌ها حیوانند؛ و گزاره‌های دیگر عملاً چنین نمی‌گویند. اما در غیر این صورت تفاوت معنی اندکی در بین این گزاره‌های متفاوت موجود است . در بررسی صورت‌های منطقی، آسان‌تر است که به يك صورت استاندارد اشاره کنیم ، و در این مورد می‌گوئیم که اولین گزاره فوق در صورت استاندارد است . هنگامی که به جای حروف «F» و «G» در طرح،

تمام F ها G اند.

عبارات معنی‌دار قرار داده شوند، طرح فوق گزاره‌یی در صورت استاندارد می‌دهد . کدام يك از موارد زیر در صورت استاندارد است ؟ با نوشتن علامت درست (✓) در جلو آن‌هایی که در صورت استانداردند مشخص‌شان کنید.

- (۵۵) _____ تمام فیلسوف‌ها پیپ می‌کشند .
- (۵۶) _____ هر فیلسوف شخصی است که پیپ می‌کشد.
- (۵۷) _____ تمام فیلسوف‌ها اشخاصی هستند که پیپ می‌کشند.
- (۵۸) _____ تمام شهرها مرا می‌ترسانند.

(۵۹) ————— تمام شهرها هیجان انگیزند .

(۶۰) ————— تمام شهرها مکان‌هایی هیجان انگیزند.

(۶۱) ————— تمام شهرها مکان‌هایی هستند که مرامی ترسانند .

مثال ۵۹ به طور اکید در صورت استاندارد نیست . در این مرحله اصرار می‌ورزیم که عبارات در صورت استاندارد ، اسامی یا عبارات اسمی یا یا قضیه اسمی اند . صفت «هیجان انگیز» اسم (۶۲) است / نیست . اما «مکان‌های هیجان انگیز» عبارتی اسمی است . بنابراین می‌گوئیم که ۶۰ در صورت استاندارد است ، اما ۵۹ نیست .

این مثال‌ها این را مطرح می‌کنند که اغلب می‌توان گزاره نه در صورت استاندارد را توسط گزاره‌ی در صورت استاندارد تفسیر کرد . به این ترتیب، در ۵۵ عبارت فعلی «پیپ می‌کشد» را در ۵۷ توسط «اشخاصی که پیپ می‌کشند هستند» تفسیر کرده‌ایم . در این جا عبارات اسمی‌ی قبل از رابط «هستند» به دست (۶۳) آورده‌ایم / نیاورده‌ایم . معمولاً می‌توانیم این عمل را با انتخاب اسم عمومی مناسبی چون «اشخاص» یا «مکان» انجام دهیم؛ و اگر جایی گیر کردیم ، می‌توانیم تنها کلمه «چیز» را به کار ببریم . به عنوان مثال، گزاره :

تمام ستارگان نورافشانی می‌کنند.

را در صورت استاندارد قرار دهید . در این مورد از :

تمام ستارگان چیزهایی هستند که نور می‌افشانند.

استفاده می‌کنیم . اکنون بر ورقه کاغذ جداگانه‌ی هر يك از موارد زیر را در صورت استاندارد تفسیر کنید :

(۶۴) هرمدیر این شرکت شخص حقیری است .

(۶۵) نمک سدیم با شعله آبی می‌سوزد .

- (۶۶) تمام مشاوران باجرأتند .
- (۶۷) هرکانهیدائی دروغ می گوید .
- (۶۸) هرکس او را می شناسد او را دوست دارد .
- (۶۹) هر عمل به جسارت آن، شایسته نوعی پاداش است.
- (۷۰) هر تمرین حوصله ام را سر می برد.

* * *

۴ صورت‌هایی از استدلال

Some Forms of Argument

در این فصل آشنائی مان را با بعضی صور ساده‌استدلال افزایش می‌دهیم و یکی از روش‌های نشان دادن نادرستی يك صورت استدلالی را می‌آموزیم.

تاکنون تنها يك صورت استدلال درست، یعنی:

تمام F ها G اند، a ، F است، بنابراین a ، G است.

را ملاحظه کرده‌ایم. فرض می‌کنیم F : کشاورز؛ G : اشخاص حریص؛ a : آدولف باشد. در این صورت با قراردادن به جای حروف، حاصل می‌کنیم.

تمام کشاورزان اشخاص حریصی هستند.

آدولف کشاورز است.

بنابراین، آدولف شخص حریصی است.

این عمل تغییراً صورت استدلالی فوق نامیده می‌شود. هر تخصیص عبارات به حروف بزرگ، و اسامی به حروف کوچک، تا آنجا که نتیجه از لحاظ دستوری صحیح باشد، یک تغییر است. در این جا تعبیر دیگری از این حروف می‌آوریم: فرض می‌کنیم F ؛ اجسام ملتهب دور؛ G ؛ کهکشانشان؛ a ؛ آرکتوروس؟ باشد، در این صورت تعبیر صورت استدلالی فوق چیست؟

(۱)

اکنون استدلال زیر را در نظر می‌گیریم:

تمام سیارات خورشید سیاراتی هستند که حداقل به بزرگی زمینند.
 مریخ سیاره‌یی از خورشید است.
 بنابراین، مریخ سیاره‌یی است که حداقل به بزرگی زمین است.

آیا این استدلال به صورت فوق است؟ (۲) بله / نه.
 تعبیر آن چیست؟

(۳) F :

(۴) G :

(۵) a :

اما مریخ، در واقع، کوچکتر از زمین است. آیا تمام مقدمات استدلال فوق راستند؟ (۶) بله / نه. آیا نتیجه راست است؟ (۷) بله / نه. آیا این استدلال مثالی از استدلالی با مقدمات دروغ و نتیجه دروغ است؟ (۸) بله / نه. آیا استدلال نادرستی است؟ (۹) بله / نه. گرچه مقدمات استدلال فوق دروغند (۱۰) مستلزم نتیجه اند / نتیجه را استنتاج می‌کنند. در مقابل، به استدلال زیر می‌نگریم:

بعضی از سیارات خورشید حداقل به بزرگی زمینند.
 مریخ سیاره‌یی از خورشید است.
 بنا بر این، مریخ حداقل به بزرگی زمین است.

آیا در این استدلال مقدمات دروغی موجود اند؟ (۱۱) **بله** / نه . آیا نتیجه آن از مقدماتش به دست می‌آید؟ (۱۲) **بله** / نه . این استدلال (۱۳) **درست** / **نادرست** است. این استدلال را (۱۴) **می‌توان** / **نمی‌توان** بر این زمینه که یکی یا بیش از یکی از مقدماتش دروغ است، مورد انتقاد قرار داد، اما (۱۵) **می‌توان** / **نمی‌توان** بر این زمینه که نادرست است نقد کرد. استدلال فوق را می‌توان به صورت زیر طرح کرد:

بعضی F ها G اند .

F ، a است .

بنا بر این ، a ، G است .

ساده‌ترین راه ملاحظه این که صورت استدلالی‌ئی نادرست است این است که، استدلالی به آن صورت با مقدمات راست و نتیجه دروغ به وجود آوریم. استدلال واقعی به آن صورتی که با قراردادن عبارات و اسامی به جای حروف به دست می‌آید، (۱۶) **مثال** / **تعبیر** آن صورت استدلالی نامیده می‌شود. اگر در تعبیری تمام مقدمات راست باشند، اما نتیجه دروغ باشد، در این صورت، صورت استدلالی آن تعبیر (۱۷) **درست** / **نادرست** است، و این بدان علت است که استدلالات درست استدلالاتی هستند که هیچگاه نمی‌توانند از مقدمات راست به نتیجه (۱۸) **راست** / **دروغ** منجر شوند.

يك صورت استدلالی نادرست است اگر و تنها اگر تعبیری موجود باشد که در آن تمام مقدمات راست باشند و نتیجه دروغ باشد.

تعبیری از يك استدلال که در آن تمام مقدمات راستند و نتیجه دروغ

است «مثال نقض ۱» نامیده می‌شود. اگر بتوانیم مثال نقضی در مورد يك صورت استدلالی بیابیم، در این صورت آن صورت استدلالی (۱۹) درست/ نادرست است.

توجه داشته باشید که این طور نیست که هر تعبیر يك صورت نادرست مقدمات راست و نتیجه دروغ داشته باشد، و در این مورد هر يك از ترکیبات زیر ممکن است :

- A. يك يا بیش از يك مقدمه دروغ ، نتیجه راست.
- B. يك يا بیش از يك مقدمه دروغ ، نتیجه دروغ .
- C. تمام مقدمه‌ها راست ، نتیجه راست.
- D. تمام مقدمه‌ها راست ، نتیجه دروغ .

کدام يك از چهار ترکیب فوق مثال نقض به دست می‌دهد؟ (۲۰)
D/C/B/A. در این مورد باید در مقابل مان مثالی از هر يك از چهار ترکیب موجود در صورت :

بعضی F ها G اند .

F ، a است .

بنابراین ، a ، G است.

داشته باشیم، و در این جا مثالی در مورد ترکیب A می‌آوریم.

A. يك يا بیش از يك مقدمه دروغ ، نتیجه راست.

فرض می‌کنیم :

F : زنان

G : مردان

a : هو هفنر (مالك پلي بوى)

تعبير:

بعضی زنان مردند .

هو هفنر زن است .

بنا بر این ، هو هفنر مرد است .

اکنون مثال‌های خود را در مورد ترکیبات B و C تشکیل دهید .
اطمینان حاصل کنید که مثال‌هایی بیاورید که صدق یا کذب گزاره‌های آن‌ها
نزد هر کس واضح باشد . مثال‌ها تان را خیلی شخصی مطرح نکنید . به
عنوان مثال ، مثالی چون «بعضی از کفش‌های من قهوه‌بی‌اند ، آرگوس ۲ یکی
از کفش‌های من است . بنا بر این آرگوس قهوه‌بی است.» مدهید . چه اتفاق
میفتد که من دریابم که هیچ يك از کفش‌هایم قهوه‌بی نیست ، آرگوس اسم
سگگ دوستم است ، و آرگوس قهوه‌بی است . بنا بر این چنین پیش می‌آید
که دریابم که هر دو مقدمه دروغ‌اند و نتیجه راست است . اما مشکل که
دریافت دیگری چنین باشد ، بنا بر این مثال مورد بحث مثال ناجوری است .
اما مثال در مورد پلي بوى به قدر کفایت بسا معلومات عمومی ارتباط
دارد و در آن تقریباً هر کس بلافاصله در خواهد یافت که کدام گزاره راست
و کدام دروغ است . اکنون مثال‌ها تان را در مورد B و C بیاورید .

_____ .B (۲۱)

_____ .C (۲۲)

سرانجام ، حالت D را در نظر می گیریم که به علت این که ترکیبی با مقدمات راست و نتیجه دروغ است (۲۳) تعبیر/مثال نقض را به دست می دهد .

فرض می کنیم F : شهرهای بزرگ ؛ G : شهرهایی که در آن ها تیراندازی به ندرت رخ می دهد؛ a : شیکاگو ، باشد. در این صورت با استفاده از این تعبیر در مورد حروف، استدلال تعبیر شده عبارت است از :

(۲۴) بعضی _____ ، _____ هستند.

_____ ، _____ است .

بنابراین ، _____ ، _____ است .

هر دو مقدمه راستند . شیکاگو محققاً شهر بزرگی است ، اما شهرهایی هم هستند که بزرگند ، در حالیکه تیراندازی به ندرت در آن ها رخ می دهد. شهر لندن مثالی در این مورد است . نتیجه این استدلال (۲۵) راست / دروغ است . (روزنامه امروز صبح ۵۱ «حادثه تیراندازی» جداگانه را در شیکاگو طی يك تعطیلات «آرام» آخرفته گزارش داده است . لندن در يك سال این مقدار حادثه دارد.) به این ترتیب این تعبیر (۲۶) اثبات / مثال نقض صورت استدلالی «بعضی F ها G اند ؛ a ، F است ، بنابراین a ، G است » را به دست می دهد .

در حالت صورت استدلالی درست ، نمی توانیم مقدمات راست با نتیجه دروغ داشته باشیم . و این دقیقاً چیزی است که معنی درستی است و عبارت از این است که: مقدمات راست هیچگاه نمی توانند به نتیجه دروغ منجر شوند. در این مرحله مثال هایی از تعییرات صورت استدلالی :

تمام F ها G اند .

a ، F است .

بنابراین a ، G است .

که شامل موارد زیر باشند به دست دهید:

A. يك يا بيش از يك مقدمه دروغ ، نتیجه راست .

(۲۷)

B. يك يا بيش از يك مقدمه دروغ ، نتیجه دروغ .

(۲۸)

C. تمام مقدمات راست ، نتیجه راست .

(۲۹)

در موارد زیر درجولو گزاره‌های راست «T» و درجولو گزاره‌های دروغ

«F» بنویسید .

(۳۰) _____ يك استدلال وقتی درست است که نتیجه‌اش راست باشد و

مقدماتش راست باشند .

(۳۱) _____ يك استدلال درست هنگامی که تمام مقدماتش راستند نتیجه

راست دارد .

(۳۲) _____ مثال نقض يك صورت صورت استدلالی تعبیری است

که در آن تمام مقدمات راستند و نتیجه دروغ است .

(۳۳) _____ استدلال درست با مقدمات راست و نتیجه دروغ وجود

ندارد .

(۳۴) ————— استدلالات نادرست با مقدمات راست و نتیجه راست می‌توانند وجود داشته باشند .

(۳۵) ————— غیر ممکن است که استدلال درست نتیجه دروغ داشته باشد.

(۳۶) ————— هر تعبیریک صورت استدلالی درست، يك استدلال درست است.

(۳۷) ————— هر استدلال درست ، مقدمات راست دارد.

(۳۸) ————— اگر بتوانیم مثال نقضی در مورد يك صورت استدلالی بیا بیم، درمی یا بیم که آن صورت نادرست است.

(۳۹) ————— اگر سعی در یافتن مثال نقضی در مورد يك صورت استدلالی کنید، و موفق نشوید، در این صورت درمی یا بیم که آن صورت استدلالی درست است.

دو سؤال اخیر تفاوت مهم بین اثبات درستی و اثبات نادرستی را توضیح می‌دهند. نادرستی يك صورت استدلالی نادرست را می‌توان با ذکر يك مثال نقض نشان داد، و این کافی است که به ما نشان دهد که استدلالاتی از این صورت می‌توانند از (۴۰) صدق / کذب به (۴۱) صدق / کذب رهنمون شوند . اما شکست در یافتن مثال نقض اثبات درستی نمی‌کند ، و آوردن هر تعداد مثال مطلوب – مقدمات راست ، نتیجه راست – هرگز درستی يك صورت استدلالی را اثبات نمی‌کند ، و در این مورد به فنون دیگری نیاز است این فنون را در فصول بعد مطرح خواهیم کرد .

دو صورت استدلالی زیر را مقابله کنید:

A. تمام F ها G اند.

B. تمام F ها G اند.

G ، a است.

F ، a است .

بنا بر این ، a ، G است . بنا بر این ، a ، F است .

تفاوت ما بین این دو صورت استدلالی چیست ؟

_____ (۴۲)

صورت درست کدام است ؟ (۴۳) _____ .

صورت استدلالی B نادرست است. در این مورد مثال نقضی می آوریم: فرض می کنیم F : دلال های سهام وال استریت ؛ G : اشخاصی با دفاتری در نیویورک ؛ a : اوتانت (دیبرکل سازمان ملل) باشد. با بدکار بردن این تعبیر در مورد حروف، تعبیر استدلال سمت چپ عبارت است از :

(۴۴) تمام _____ ، _____ هستند .

_____ يك _____ است .

بنا بر این ، _____ يك _____ است .

در این تعبیر، هر دو مقدمه (۴۵) راست / دروغ اند ، و نتیجه (۴۶)

راست / دروغ می باشد . در نتیجه ، نه يك تعبیر ، بلکه يك (۴۷) اثبات /

مثال نقض / استلزام داریم . اکنون مثال نقض خودتان را در مورد این صورت

استدلالی تشکیل دهید . مقدمات مثال را واضحاً و علناً (۴۸) راست / دروغ ،

و نتیجه را واضحاً و علناً (۴۹) راست / دروغ بسازید .

_____ (۵۰)

گاهی اوقات يك مثال نقض كمك مان می کند كه خطای يك استدلال

مشكوك را ملاحظه كنیم . به عنوان مثال ، فرض می کنیم می شنویم شخصی

چنین استدلال می کند .

تمام آنارشیست‌های کلیولند اعضاء کمیته اصلاحات اساسی شهری دهک ۲ اند. جی. بی. باکستر ۳ عضو این کمیته است. بنابراین، جی. بی. باکستر آنارشیست است.

این استدلال در صورتی که آن را با توجه نخوانده باشیم می‌تواند چون استدلالی درست به نظر برسد. اما با بررسی دقیق‌تر، ملاحظه می‌کنیم که مثالی از صورت استدلالی «تمام F ها G اند»، a ، G است، بنابراین، a ، F است» می‌باشد، و تعبیر فوق با در نظر گرفتن،

_____ : F (۵۱)

_____ : G (۵۲)

_____ : a (۵۳)

به دست آمده است.

بنابراین استدلال در مورد آقای باکستر نادرست است البته می‌توانیم اشخاص را از این موضوع، با تهیه کردن این طرح و اشاره به این مطلب که واضحاً نادرست است، متقاعد کنیم. اما غالباً، و حداقل در مکالمات معمولی، غیر رسمی تر عمل می‌کنیم، و مثلاً می‌توانیم بگوئیم، «این یک استدلال احمقانه است، و مثل این است که بگوئیم، تمام سفته‌بازان آمریکائینند. پرزیدنت نیکسون آمریکائی است. بنابراین، پرزیدنت نیکسون سفته‌باز است؛ و این هیچ تفاوتی با آنچه که استدلال کرده‌اید ندارد.» در این صورت، شخص استدلالی به همان صورت، اما واضحاً نادرست، بنا کرده است. به این ترتیب غالباً مثال‌های واقعی موجب می‌شوند که این حقیقت که استدلالی نادرست است را به طریقی روشن تر از طرح‌های مجرد درک کنیم. اما طرح‌های مجرد، آنچه را که مشترک دو استدلال نادرست است، یعنی صورت استدلالات را در برمی‌گیرند.

(۵۴) زیر صورت‌های استدلالی نادرست را با دایره مشخص کنید.

تمام F ها G اند تمام F ها G اند. بعضی F ها G اند.
 F, a است. G, a است. F, a است.
 بنابراین، G, a است. بنابراین، F, a است. بنابراین، G, a است.

هر دو صورت نادرست فوق اغلب در مغالطه «خطای تداعی» به کار می‌روند. به این ترتیب در استدلال در مورد آقای باکستر، شخص به این علت تصور کرده که آنارشیست است که او به سازمانی که توسط تمام آنارشیست‌ها تشکیل یافته ملحق شده است. این مثال، مثالی از استدلال نادرستی به صورت استدلال واقع در (۵۵) چپ/ راست / وسط فوق است.

صورت واقع در راست را نیز می‌توان در خطای تداعی به کار برد. شاید مثال زیر مثالی در این مورد باشد:

بهترین تعریفی که طرح آپولو ۱۰ تاکنون دریافت کرده از طرف روزنامه‌های روسی بوده، که مطرح کردند که برنامه ماه بازیچه بافت قدرت آمریکائی شده است و این طرح در واقع چیز بسیاری به دست نمی‌آورد.

شاید منظور از عبارت فوق که از شیکاگو تریبون (۲۷ می، ۱۹۶۹) نقل قول شده، استدلالی جدی نبوده، و اگر چنین باشد، عبارت، احتمالاً مقدمه اول ناگفته‌بی چون گزاره زیر دارد:

A. بعضی گزاره‌هایی که در روزنامه‌های روسی آورده می‌شوند دروغند و تنها به دلایل تبلیغاتی اظهار می‌شوند.

سپس مقدمه بیان شده بعدی را داریم:

B. این گزاره که، برنامه ماه بازیچه بافت قدرت آمریکائی شده و این طرح در واقع چیز بسیاری به دست نمی‌آورد، گزاره بی است که در روزنامه‌های روسی آورده شده است.

در این صورت نتیجه زیر را حاصل می‌کنیم:

C. گزاره مورد بحث (در مورد بازیچه بافت قدرت آمریکا می‌بودن بر نامه ماه و غیره) دروغ است و تنها به دلایل تبلیغاتی اظهار شده است.

استدلال A ، B ، بنابراین C يك استدلال نادرست به صورت بعضی F ها G اند ، a ، F است ، بنابراین a ، G است ، با مصالح زیر است:

_____ : F (۵۶)

_____ : G (۵۷)

_____ : a (۵۸)

به این علت مجبور به ساختن مقدمه A شدیم که تریبیون بیان نکرده که چه مقدمه‌یسی در ذهنش داشته است. شاید کسی چنین اعتقاد داشته باشد:

D. تمام گزاره‌هایی که در روزنامه‌های روسی راجع به آمریکا آورده شده‌اند دروغند و تنها به دلایل تبلیغاتی اظهار شده‌اند.

در این صورت استدلال D ، B ، بنابراین C (۵۹) درست / نادرست است، و صورت استدلالی آن عبارت است از:

_____ (۶۰)

در این مرحله درست است که يك صورت استدلالی درست داریم ، اما برای انتقاد از يك استدلال دوطریق موجود است . یکی این که می‌توانیم بگوئیم که نتیجه از مقدمات (۱) ————— نمی‌شود، بنابراین استدلال (۶۲) ————— است . دیگر این که می‌توانیم استدلال را بر این زمینه

که تمام مقدماتش (۶۳) ————— نیستند مورد انتقاد قراردهیم . اما گزاره D فوق محققاً دروغ است ، یعنی ، راست نیست که هر گزاره که در روزنامه‌های روسی در مورد ایالات متحده آورده شده دروغ است . از طرف دیگر، گزاره A راست است. در این صورت استدلال A ، B ، بنا بر این C را چگونه نقد می‌کنید ؟

(۶۴)

استدلال D ، B ، بنا بر این C را چگونه انتقاد می‌کنید .

(۶۵)

اکنون به عقب برمی‌گردیم و بسار دیگر ملاحظات منقول در تریبیون را مورد بررسی قرار می‌دهیم . قضیه جدال انگیز مورد بحث این بود که :

E : برنامه ماه بازیچه بافت قدرت آمریکائی شده است و این طرح در واقع از لحاظ علمی چیزی بسیاری به دست نمی‌آورد .

اما این مطلب قابل بحث است ، یعنی ، استدلال می‌توانند له یا علیه اقامه شوند . شاید اگر به قدر کافی هم در مورد ماه هم در مورد بافت قدرت آمریکائی اطلاع داشتیم ، می‌توانستیم مقدمات راست را پیدا و استدلال درستی بنا کنیم که مسأله مورد بحث را به طور قطع رفع کند . اما در این مرحله يك چیز واضح است: این واقعیت که E در يك مجله روسی (یا مجله دیگر) بیان شده مشخص نمی‌کند که E دروغ است ، و هر کس که خلاف این میندیشد یا مقدمه ناگفته دروغی یا استدلال نادرستی (یا هر دو را) به کار می‌برد .

بسیاری از کتاب‌های منطق مقدماتی فصول مفصلی در مورد مغالطه‌ها دارند ، و طرق متفاوت بسیاری را که استدلال می‌توانند طبق آن‌ها به خطا روند متمایز می‌کنند. این کار غالباً جالب توجه است ، و نگاه کردن به

امثلة متفاوت بسیار می تواند در کشف کردن استدلالات بد ماهر ترمان سازد. اما، تنها دو طریق اساسی وجود دارد که طبق آن‌ها استدلالی که برای اثبات نتیجه‌ی با استفاده از استنتاج در نظر گرفته شده می تواند شکست بخورد. ممکن است تمام مقدمات (۶۶) _____ نباشند یا امکان دارد استدلال (۶۷) _____ باشد.

گاهی اوقات این دو طریق اساسی می توانند به روش به طرز مخصوص خطرناکی ترکیب شوند. مثلا ممکن است بعضی کلمات در دو معنی متفاوت به کار روند. به عنوان مثال،

F. تمام قوانینی که عملی اند توسط مرجعی تحمیل شده اند.

G. قوانین حرکت نیوتن عملی اند.

H. بنا بر این، قوانین حرکت نیوتن توسط مرجعی تحمیل شده اند.

اگر فرض کنیم F : قوانینی که عملی اند؛ G : قوانینی که توسط مرجعی تحمیل شده اند؛ a : قوانین حرکت نیوتن، باشد، ظاهر می شود که صورت استدلال فوق به ترتیب زیر است:

(۶۸)

در نتیجه، این استدلال (۶۹) درست/ نادرست است. اما، در این صورت مقدمه اول دروغ می شود. زیرا اگر «قانون» بدطریقی که شامل قوانین طبیعی چون قوانین حرکت نیوتن باشد بدکار رود، در این صورت دیگر F راست نیست (یا اگر راست باشد، و بداین علت که قانون الهی‌ئی که مامور اجرای اطمینان یافتن از درست کار کردن دنیاست وجود دارد، در این صورت به استدلال بسیاری برای اثبات آن قانون نیاز است). اما، معنی دیگری از قانون که به مفهوم قاعده‌ئی در آیین حقوقی است موجود می باشد. در این مفهوم، مقدمه F راست است، اما صورت استدلالی مورد بحث با فرض F : قوانینی که قسمتی از یک قانون حقوقی و عملی اند؛ G : قوانینی که توسط مرجعی

تحمیل شده اند؛ H : قوانینی، از جمله قوانین طبیعی، که عملی اند؛ a : قوانین حرکت نیوتن. می شود:

تمام F ها G اند.

a ، H است.

بنابراین، a ، G است.

آیا این صورت استدلالی درست است؟ (۷۰) بله / نه. مثال نقضی تشکیل دهید. فرض کنید:

(۷۱) F : _____

G : _____

H : _____

a : _____

مثال نقضتان:

(۷۲) _____

بنابراین در تفسیر استدلال، F ، G ، بنا بر این H ، دو طریق موجود است. در طریق اول از دانستن کلمه «قانون»، استدلالی به دست می آوریم که در آن مقدمات احتمالاً (۷۳) راست/دروغ اند و استدلال (۷۴) درست/نادرست است. در طریق دوم، با در نظر گرفتن کلمه «قانون» در دو مفهوم، مقدمات احتمالاً (۷۵) راست/دروغ می شوند و استدلال (۷۶) درست/نادرست می شود، و این عمل به ایهام^۱ موسوم است. ایهام به کار بردن، عبارت از استفاده از کلمات به مفاهیم متفاوت در طی یک استدلال است. در این حالت، دچار

این فریب شده‌ایم که تصور کنیم استدلالی، بامقدمات راست، درست است، زیرا در یک مفهوم کلمه «قانون» مقدمات آن احتمالاً راستند در حالی که به مفهوم دیگر استدلال درست است. اما مفهومی وجود ندارد که در آن هم مقدمات احتمالاً راست باشند هم استدلال درست باشد.

* * *



رسم نمودار گزاره‌ها (I) Drawing Statements

در این فصل چگونگی رسم نمودارهای اطلاعات مشمول در گزاره-هائی که به صورت استانداردند را بیان می‌کنیم. این نمودارها کمک می‌کنند که شخص ملاحظه کند که چه وقت گزاره‌هائی که به نظر متفاوت می‌رسند اطلاعات ثابت را بیان می‌کنند. از آن‌ها در فصول بعد نیز به عنوان قسمتی از وسیله امتحان درستی استفاده خواهیم کرد.

مثال نقض يك صورت استدلالی (۱) تعبیری / اثباتی است که در آن تمام مقدمات (۲) راست / دروغ اند و نتیجه (۳) راست / دروغ است. اگر بتوانیم در مورد يك صورت استدلالی مثال نقضی بیابیم، خواهیم دانست که آن صورت استدلالی (۴) درست / نادرست است. اگر نتوانیم تصادفاً به مثال نقضی برسیم، آیا حق داریم که باور کنیم که صورت استدلالی درست است؟ (۵) بله / نه. به علت این که يك صورت استدلالی حتی اگر آنقدر باهوش نباشیم که به مثال نقضی بیندیشیم، می‌تواند نادرست باشد، خوب است که طریق قطعی و قاطعی برای امتحان درستی

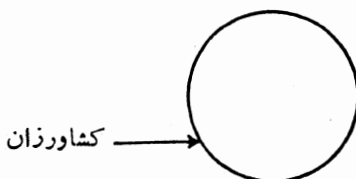
داشته باشیم. در این مورد یک طریق در دوسه فصل بعدی مطرح خواهیم کرد، اما اولین قدم برای مهارت یافتن در این فن این است که چگونه نمودار اطلاعات مشمول در گزاره‌های به صورت استاندارد را رسم کنیم.

به عنوان مثال گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

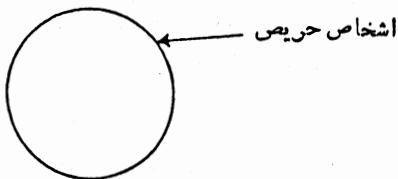
تمام کشاورزان حریصند.

محقق است که این گزاره تقریباً (۶) راست/دروغ است. اما این مطلب که راست یا دروغ است موضوع منطق (۷) است/نیست. بنابراین اهمیت ندارد که برای مثال همان گزاره‌های راست یا دروغ در نظر بگیریم.

در این مورد می‌توانیم تصویری از آنچه که این گزاره می‌گوید رسم کنیم. فرض می‌کنیم تمام کشاورزان دنیا را جمع کرده در یک حصار مدور بزرگ قرار داده باشیم. در این صورت می‌توانیم آنچه را که انجام داده‌ایم به طریق زیر نمایش دهیم:

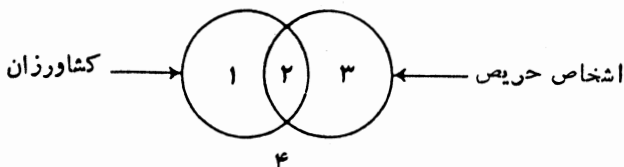


به همین ترتیب، اگر تمام اشخاص حریص دنیا را جمع کنیم، می‌توانیم تصویر زیر را در مورد آنچه که انجام داده‌ایم ترسیم کنیم:



از طرف دیگر، اگر تمام کشاورزان و بعد تمام اشخاص حریص را جمع کنیم،

تصویری چون تصویر زیر به دست می آوریم:



قسمتی از این حصارها برهم قرار می گیرند. توجه داشته باشید که توسط این حصارها، در صورتی که ناحیه خارج هر حصار را نیز دخالت دهیم، چهار ناحیه وجود خواهد داشت.

اما در این نواحی که با شماره مشخص کرده ایم چیست؟ در ناحیه ۱، کشاورزهایی داریم که حریص نیستند. در ناحیه ۲ چیست؟ ناحیه ۲ هم در دایره کشاورزان هم در دایره حریص هاست. بنابراین اشخاص ناحیه ۲ باید (۸) و (۹) هر دو باشند. در ناحیه ۳ چیست؟ (۱۰) در ناحیه ۴، بلا تکلیف هارا داریم، یعنی تمام چیزهایی را که نه (۱۱) نه (۱۲) هستند.

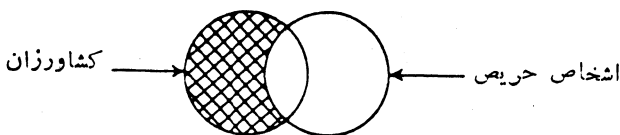
باید راجع به تصویری که هم اکنون رسم کردیم به عنوان نمایش دهنده وضع معلومات مان هنگامی که به هیچ وجه چیزی در مورد رابطه بین کشاورزان و حریص نمی دانیم بیندیشیم. در این مورد دو حصار رسم کرده ایم. اگر مطلقاً هیچ کشاورزی در دنیا نباشد، در این صورت نواحی (۱۳) و (۱۴) خالی خواهند بود. اگر کشاورزانی باشند، اما هیچ يك از آنها حریص نباشد، ناحیه ۲ - ناحیه کشاورزانی که حریصند - (۱۵) پر/خالی خواهد بود. اگر اشخاص حریصی موجود باشند اما هیچيك از آنها کشاورز نباشد، باز هم، ناحیه (۱۶) خالی خواهد بود. اگر تمام کشاورزان حریص باشند، ناحیه شماره ۱ خالی خواهد بود؛ تمام کشاورزان به دایره حریصان رانده می شوند. اگر تمام اشخاص حریص کشاورز باشند، تمام اشخاص حریص به دایره کشاورزان رانده می شوند، و ناحیه شماره (۱۷)

_____ خالی می‌ماند. از طرف دیگر، اگر هیچ شخص حریص کشاورز نباشد، ناحیه مشترک اشخاص حریص و کشاورزان خالی می‌شود، به عبارت دیگر، ناحیه (۱۸) _____ تهی می‌ماند.

در این فهرست احتمالات متفاوت بسیاری از قبیل: تمام کشاورزان حریص، تمام کشاورزان ناحریص، و غیره را آورده‌ایم. در این صورت اگر ندانیم در واقع کدام احتمال راست است در وضعیت (۱۹) اطلاع کامل/عدم اطلاع نسبت به رابطه بین کشاورزان و حرص قرار داریم. تصویری که رسم کردیم نمایشگر این وضعیت (۲۰) اطلاع است. اما فرض می‌کنیم که اکنون گفته باشند که

A. تمام کشاورزان حریصند.

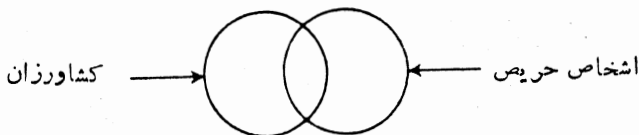
این مطلب چنین می‌گوید که تمام کشاورزان در دایره حریصانند، و چنین مقرر می‌کند که ناحیه شماره (۲۱) _____ خالی است. این مطلب را با وسیله ساده خط زدن ناحیه ۱ که گزاره A بر آن است که خالی است، نمایش می‌دهیم. بنابراین نمودار اطلاع ندهنده سابق مان چنین به نظر می‌رسد:



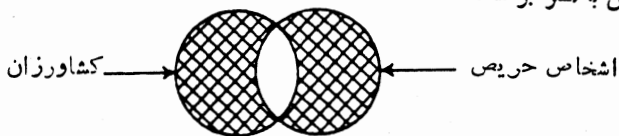
از طرف دیگر، اگر A را نگفته باشند و به جای آن داشته باشیم:

B. تمام اشخاص حریص کشاورزند.

خواهیم دانست که ناحیه شماره (۲۲) _____ خالی است و بنابراین اقدام به خط زدن ناحیه ۳ می‌کنیم. این کار انجام دهید.

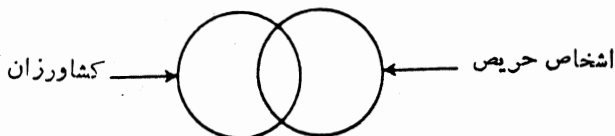


اگر هم A هم B را داشته باشیم، در این صورت اطلاعات (۲۳) بیشتری / کمتری از وقتی که تنها A یا تنها B را داشتیم، داریم. در نتیجه، باید اطلاعاتی بیش از آنچه که در دو تصویر قبلمان رسم کردیم رسم کنیم، و به عبارت دیگر باید ترکیب این دو تصویر را به دست آوریم. اگر تمام کشاورزان حریص باشند، و تمام اشخاص حریص کشاورز باشند، در این صورت دنیامان باید چنین به نظر برسد:



اکنون فرض می‌کنیم چیزی متفاوت از A یا B گفته باشند. مثلاً گفته باشند که، C. هیچ شخص حریصی کشاورز نیست.

در این صورت در ناحیه مشترک بین کشاورزان و اشخاص حریص کسی نمی‌تواند موجود باشد، و این بدین معنی است که ناحیه شماره (۲۴) — باید خط بخورد. این ناحیه، ناحیه عدسی شکل واقع در وسط است. آنرا خط بز نید.



در این صورت گزاره (۲۵) A. تمام اشخاص حریص کشاورزند / C. هیچ شخص حریصی کشاورز نیست را نمایش داده‌ایم.

توجه داشته باشید که در هر حالت با نموداری که (۲۶) هیچ اطلاعی انتقال نمی‌دهد / بعضی اطلاعات را انتقال می‌دهد و پیش از آنکه چیزی بدانیم

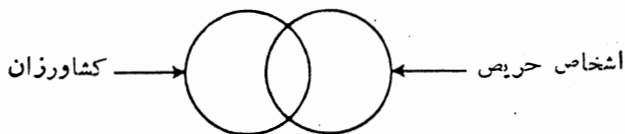
احتمالات را نمایش می‌دهد آغاز می‌کنیم. هر گزاره بعضی از احتمالات را
رذمی کند. در این صورت می‌توانیم هر گزاره را به‌عنوان قسمتی از اطلاعات
در نظر بگیریم، و نمودارمان تصویر این (۲۷) ————— است.
هنگامی که دو گزاره حاصل کنیم، باید (۲۸) ————— را که توسط
هر گزاره داده شده است نمایش دهیم.

گاهی اوقات چنین اتفاق می‌افتد که گزاره‌های به ظاهر متفاوت دقیقاً
اطلاعات یکسانی را برسانند. در این مورد دو گزاره زیر را مقایسه می‌کنیم:

C. هیچ شخص حریص کشاورز نیست.

D. هیچ کشاورزی حریص نیست.

این دو گزاره محققاً متفاوت به نظر می‌آیند، اما عملاً معادند. نمودار D را
رسم کنید. گزاره برای این است که هیچ چیز مشترکی بین دایره کشاورزان و
دایره اشخاص حریص وجود ندارد. بنابراین ناحیه (۲۹) ————— باید خط
بخورد. این ناحیه، ناحیه وسط است. آن را خط بزنید:



نمودار حاصل نمودار D است. اکنون به آخرین نموداری که رسم کردیم
نظر می‌کنیم. آیا این دو نمودار یکسانند؟ (۳۰) بله/نه. نمودار اخیر نمودار

(۳۱) C/B/A بود. به این ترتیب نمودارهای D و C (۳۲) یکسان/متفاوت

می‌باشند، و این نشان می‌دهد که C و D (۳۳) ————— یکسان

انتقال می‌دهند. دو گزاره که اطلاعات یکسان، به این مفهوم، انتقال دهند

منطقاً معادل نامیده می‌شوند. به این ترتیب، نمودارها مان نشان می‌دهند که

D و C (۳۴) ————— اند. در حالت کلی،

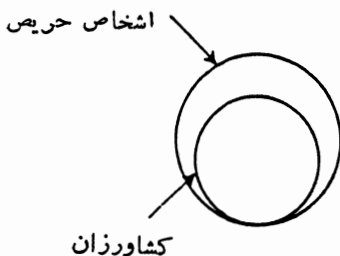
دو گزاره با نمودارهای یکسان (۳۵) —————

نامیده می‌شوند. هنگامی که می‌گوئیم نمودارها یکسانند، مقصودمان این است که دوایر آن خواص یکسان (مانند کشاورزان و اشخاص حریص) را مشخص می‌کنند و قسمت‌های یکسان بر دوایر یکسان معین شده‌اند.

* * *

اگر این روش تنها روش رسم نموداری بی است که تاکنون دیده‌اید، بندهای بعد را حذف کنید، و از سطر بعد از علائم ستاره (* * *) ادامه دهید.

ممکن است باروش دیگری در رسم نمودار برخورد کرده باشید، و این موضوع ممکن است که به گیجی و سردرگمی منجر شود. در روش دیگر، این که تمام کشاورزان اشخاصی حریصند را باقراردادن دایره کوچکتری، برای کشاورزان، در داخل دایره بزرگتری، برای اشخاص حریص، مشخص می‌کنیم. به این ترتیب، همان گونه که در زیر نشان داده شده یک طبقه اکیداً مشمول طبقه دیگر است. شاید این روش از روشی که به کار بردیم ساده‌تر به نظر برسد. اما پیش از همه

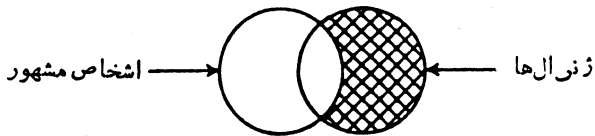


توجه داشته باشید که تفاوتی حقیقی بین نمودارهای نتیجه موجود نیست. تصویر فوق ناحیه کشاورزان را به‌طور کامل در داخل ناحیه اشخاص حریص نشان می‌دهد. اما اگر به اولین نموداری که رسم کردیم، یعنی نمودار با سطح هاشورخورده، نگاه کنیم، دقیقاً همین مورد را ملاحظه خواهیم کرد. تمام آنچه که از دایره کشاورزان باقی مانده در دایره اشخاص حریص است. اما، خواهید پرسید، مطمئناً آسان‌تر است که نمودار اخیر را رسم کنیم؟ پاسخ، در صورتی که منظور رسم نمودار تنها یک گزاره باشد، آری است. اما قابلیت فراگیر-

بودن روش دایره در دایره، در امتحان درستی تمام انواع متفاوت استدلالاتی که مورد بررسی قرار می‌دهیم، بسیار کمتر و وفق دادن آن مشکل‌تر است. از این گذشته، مناسب بودن این روش در مورد وضعیتاتی که در آن‌ها اطلاعات بیشتری تهیه شده است نیز کمتر است. به عنوان مثال، فرض می‌کنیم که پس از آنکه نمودار فوق را رسم کردیم گفته شود که، علاوه بر آن، تمام اشخاص حریص کشاورزند. در این صورت مجبوریم که تمام نمودار را دوباره رسم کنیم. اما با روش ما، تنها کمی بیشتر از نمودار را خط می‌زنید (نمودار با هر دو ناحیه ۱ و ۳ خط خورده را به خاطر بیاورید: این نمودار «تمام کشاورزان حریصند و تمام اشخاص حریص کشاورزند» را نمایش می‌داد). آخرین حسن روش ما این است که تا اندازه‌ی قادرمان می‌کند که مفهوم درستی را به طریقی که باروش دایره در دایره غیرممکن است توضیح دهیم؛ برای این توضیح باید چند فصلی صبر کنیم، اما در حال حاضر، سعی کنید که نمودارها را به طریق شرح داده شده در این کتاب رسم کنید.

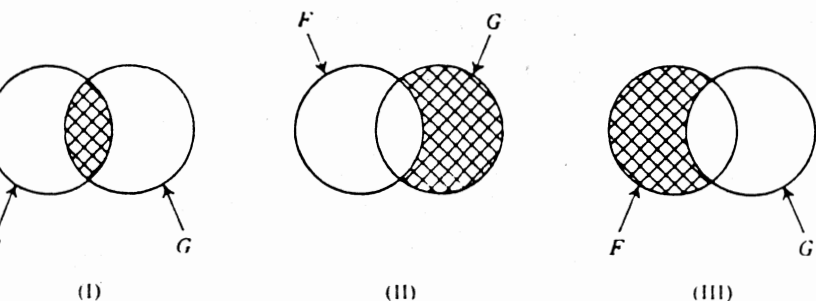
* * *

(۳۶) گزاره‌ی را که نمودار زیر نمایش می‌دهد با دایره مشخص کنید:



- E. بعضی از اشخاص مشهور ژنرالند.
- F. تمام اشخاص مشهور ژنرالند.
- G. تمام ژنرال‌ها اشخاصی مشهورند.
- H. هیچ ژنرالی شخص مشهوری نیست.

تصاویر زیر را با گزاره‌های بعد تطبیق کنید:



«F» و «G» به جای عباراتی که مشخص شده اند قرار دارند.

- (۳۷) — هیچ شخص سخاوتمندی (G) مشهور (F) نیست.
- (۳۸) — تمام ژنرال‌ها (G) اشخاص مشهوری (F) هستند.
- (۳۹) — تمام حوادث آینده (F) مواردی ترسناک (G) برای اندیشیدند.
- (۴۰) — هیچ روحی (G) مؤنث (F) نیست.
- (۴۱) — تمام فیلم‌های مربوط به امپراطوری رمی‌ها (F) آغشته به خونند (G).
- (۴۲) — تمام زرافه‌ها (G) بادپا (F) هستند.
- (۴۳) — هر نتیجه کلی در مورد مردم (G) دور از دسترس (F) است.
- (۴۴) — هیچ يك از فاشیست‌هایی (F) که با آن‌ها برخورد کرده‌ام همراه خوبی (G) نبوده‌اند.
- (۴۵) — هر خوردنی خوبی که بتوانید تصور کنید (G) در آن اغذیه‌فروشی پیدا (F) می‌شود.
- (۴۶) — هیچ غولی (G) با بچه‌های کوچک دوست (F) نیست.

اکنون گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

تنها گوشت تازه برای خوراک شیرهای باغ وحش‌ها خوب است.

نمودار این گزاره نیز می‌تواند به طریق فوق رسم شود. گزاره فوق به صورت

زیر است:

تنها F ها G اند.

در این گزاره این حرف را می‌زنیم که تنها مکانی که G یافت می‌شود دایره F است. بنا بر این آن قسمت از دایره G که بیرون دایره F است را خط می‌زنیم. و این همان نمودار II است. برای تفسیر کردن مثال صحیح مان، می‌گوئیم که تنها ناحیه مجاز برای چیزهایی که برای خوراک شیرهای گرفتار قفس خوبند ناحیه گوشت تازه است. بنا بر این آن قسمت ناحیه (۴۷) گوشت تازه/خوب برای خوردن خارج ناحیه (۴۸) گوشت تازه/خوب برای خوردن را هاشور می‌زنیم.

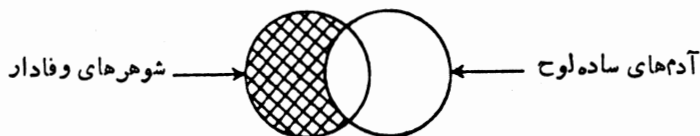
توجه داشته باشید که نمودار «تنها F ها G اند» توسط $III/II/I$ (۴۹) مشخص شده است. این نمودار، نموداری است که با (۵۰) تمام F ها G اند/هیچ F ی G نیست/تمام G ها F اند نیز تطبیق می‌کند. بدین ترتیب «تنها F ها G اند» و «تمام G ها F اند» (۵۱) مثال‌های نقض / منطقاً معادل / راست/درست اند.

راجع به «تنها» محتاط باشید. در این مورد دو گزاره زیر در نظر می‌گیریم:

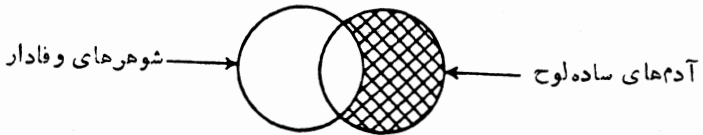
I. تنها، آدم‌های ساده لوح شوهرهای وفادارند.

J. تنها آدم‌های ساده لوح شوهرهای وفادارند.

ممکن است تصور شود که علامت کوچک «،» تفاوتی به وجود نمی‌آورد. اما در واقع این علامت همه چیز را سرونه می‌کند. برای ملاحظه این موضوع بارسم نمودار I آغاز می‌کنیم. تنها، آدم‌های ساده لوح شوهرهای وفادارند: بنا بر این هیچ شوهر وفاداری که ساده لوح نباشد نمی‌تواند موجود باشد. نمودار این موضوع را چنین رسم می‌کنیم:



این گزاره منطقاً معادل است با (۵۲) تمام شوهرهای وفادار آدم‌های ساده‌لوحی هستند / تمام آدم‌های ساده‌لوح شوهرهای وفاداری هستند.
 اکنون به [می‌نگریم. تنها آدم ساده‌لوح شوهرهای وفادارند. بنابراین هیچ آدم ساده‌لوحی که شوهر وفادار نباشد نمی‌تواند موجود باشد. بنابراین آن ناحیه از مردم ساده‌لوحی که شوهرهای وفادار نیستند را خط می‌زنیم:



این گزاره منطقاً معادل (۵۳) تمام شوهرهای وفادار آدم‌های ساده‌لوحی هستند / تمام آدم‌های ساده‌لوح شوهرهای وفاداری هستند است.
 نمودارها مان چنین می‌آموزد که:

«تمام F ها G اند» و «تنها، G ها F اند» منطقاً معادلند.

«تمام F ها G اند» و «تنها F ها G اند» منطقاً معادلند.

در زیر هر یک از گزاره‌های واقع در ستون سمت چپ منطقاً معادل با دو گزاره از گزاره‌های واقع در ستون (a) - (f) است. طرح‌های منطقاً معادل را تطبیق کنید و هیچ جای خالی باقی نگذارید.

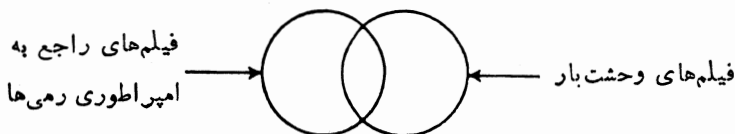
- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| (a) تنها، F ها G اند. | (۵۴) ——— ——— تمام F ها G اند. |
| (b) تنها، F ها G اند. | (۵۵) ——— ——— تمام G ها F اند. |
| (c) تنها F ها G اند. | (۵۶) ——— ——— هیچ F ی G نیست. |
| (d) تنها G ها F اند. | (۵۷) ——— ——— هیچ G ی F نیست. |
| (e) هیچ F ی G نیست. | |
| (f) هیچ G ی F نیست. | |

هنوز هم می توان تعادلات منطقی دیگری یافت. به عنوان مثال:

M. تمام فیلم های راجع به امپراتوری رمی ها وحشت بارند.

N. هیچ فیلمی راجع به امپراطوری رمی ها ناوحشت بار نیست.

شاید بلافاصله بتوانید ملاحظه کنید که گزاره های M و N يك واقعیت را می رسانند. اگر در این مورد تردید دارید می توانید برای مطمئن شدن نمودارهای آن ها را رسم کنید. در این صورت، نمودار N را رسم می کنیم. این گزاره به صورت «هیچ F ی نا G نیست» می باشد، که بدین معنی است که در ناحیه F چیزی که در ناحیه G نیست نمی تواند باشد. بنابراین باید تمام آن ناحیه از F که خارج G است خط بخورد. (۵۸) این کار را انجام دهید.



و این همان نمودار (۵۹) تمام F ها G اند/هیچ F ی G نیست/تمام G ها F اند، می باشد.
نتیجه می گیریم که:

«تمام F ها G اند» و «هیچ F ی G نیست» منطقاً معادل اند.

به این ترتیب، مثلاً:

هیچ بچه یی نالایق نیست.

منطقاً معادل است با:

(۶۰) تمام بچه‌ها. _____ اند.

و این بدین علت است که پیشوند «نا» دارای عمل کرد «نیست» است. گزاره:

هیچ عضوی از این کلیسا آیین عشاء ربانی دریافت نکرده نیست.

منطقاً معادل است با:

(۶۱) تمام _____ ، _____ اند.

پیشوند منفی دیگر «غیر» است. گزاره

هیچ رهبر خوبی غیر مصمم نیست.

منطقاً معادل است با:

(۶۲) تمام _____ ، _____ اند.

گزاره به صورت «تمام F ها G اند» به گزاره A که در آن A به جای

«all» به مفهوم «تمام» قرار گرفته، موسوم است. به این ترتیب گزاره:

تمام مشتقات تریاک اعتیادآورند.

یک گزاره (۶۳) $U/O/I/E/B/A$ است. گزاره:

هیچ یک از مشتقات تریاک بدون نسخه پزشک به طور قانونی فروخته

نمی‌شود.

گزاره A (۶۴) است / نیست.

گزاره‌های A ی منطقاً معادل گزاره‌های زیر را بنویسید.

تنها اشخاصی که به ایشان اعتماد می‌کند زیر ۳۰ سال اند.

(۶۵)

تنها، بجه‌های مأموران واجد شرایط این بورس تحصیلی اند.

(۶۶)

هیچ استاد یوگایی بی آرامش نیست.

(۶۷)

هر بچه‌بی که مادرش او را ترك کرده باشد در بزرگی آثار عصبی در او ظاهر می‌شود.

(۶۸)

تنها وسائل نقلیه مجاز در این جاده دوچرخه‌ها هستند.

(۶۹)

دوچرخه‌ها تنها وسائل نقلیه مجاز در این جاده‌اند.

(۷۰)

تنها، دوچرخه‌ها در این جاده مجازند.

(۷۱)

هیچ گروه جازی نارسا نیست.

(۷۲)

فصل را با آخرین تعادل منطقی پایان می‌دهیم. فرض می‌کنیم چند شخص نطق کرده باشند، و گفته شده باشد که:

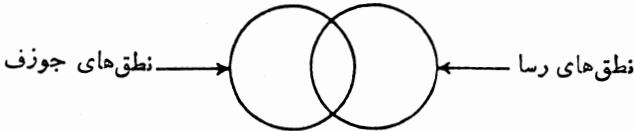
تمام نطق‌های جوزف رساست.

این گزاره معادل با این حرف است که:

تمام نطق‌های نارسا نطق‌های جوزف نیستند (ناجوزف‌اند).

این موضوع را می‌توانیم با رسم نمودار تحقیق کنیم. در سمت چپ نطق‌های جوزف، و در سمت راست، نطق‌های رسا را داریم. اگر تمام نطق‌های نارسا

(ندرسا) نطق‌های جوزف نباشند، در این صورت در ناحیه نطق‌های جوزف، تنها (حداکثر) نطق‌های رسا را خواهیم یافت. بنا بر این باید ناحیه نطق‌های جوزف خارج از دایره نطق‌های رسا را خط بزیم. (۷۳) این کار را انجام دهید.



و این همان نمودار (۷۴) تمام نطق‌های جوزف نارسا می‌باشند / تمام نطق‌های جوزف رسا می‌باشند / تمام نطق‌های جوزف اند. در حالت کلی، نتیجه می‌گیریم،

«تمام F ها G اند» و «تمام G ها F اند» منطقاً معادلند.

آیا «تمام F ها G اند» و «تمام G ها F اند» منطقاً معادلند؟ (۷۵) بله/نه. محقق است که یکسان نیستند: «تمام مردها انسانند» راست است، در حالیکه «تمام انسان‌ها مردند» چیزی متفاوت است؛ این گزاره (۷۶) راست/دروغ است. احتیاط کنید که تعادل منطقی با حروف ایتالیك فوق را با تعادل خطا آمیز بین «تمام F ها G اند» و «تمام G ها F اند» اشتباه نکنید. صورت A ی گزاره زیر را، بدون منفی، بنویسید:

تمام اشخاص غیر مسئول افرادی غیر قابل اعتمادند.

(۷۷)

در موارد زیر پاسخ «T» یا «F» دهید.

(۷۸) — «تنها، F ها G اند» به همان معنی «تنها F ها G اند» می باشد.

(۷۹) — «تنها، F ها G اند» منطقاً معادل «تنها G ها F اند» می باشد.

(۸۰) — «تمام F ها G اند» منطقاً معادل «تمام G ها F اند» می باشد.

(۸۱) — «تمام F ها G اند» منطقاً معادل «تمام F ها G اند» می باشد.

* * *

٦

رسم نمودار گزاره‌ها (II) Drawing Statements

در فصل گذشته چگونگی رسم گزاره‌های «تمام» و تغییرات مربوط به آن‌ها را نشان دادیم. در این فصل چگونگی رسم گزاره‌های به صورت «بعضی F ها G اند» را می‌آموزیم و مقدمات یکی از روش‌های تحقیق درستی را تکمیل می‌کنیم.

در ورقه خودتان، در مورد هر يك از گزاره‌های زیر، نموداری رسم کنید.

(۱) تمام اهالی فرانکفورت خوش خوراکنند.

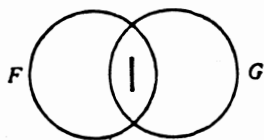
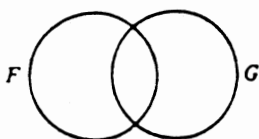
(۲) هیچ کشاورزی ژنرال نیست.

در هر حالت، کار را با دودایره متقاطع که نمایشگر وضعیت (۳) اطلاعات بسیار/عدم اطلاعات، می‌باشند آغاز می‌کنیم. سپس اطلاعات توسط گزاره داده شده را گرفته آن را بر نمودار خالی رسم می‌کنیم. در هر دو حالت ۱ و ۲، قسمتی از نمودار را (۴) خط می‌زنیم/پاک می‌کنیم، و این کار را به این علت انجام می‌دهیم که هر دو گزاره ۱ و ۲ چنین می‌گویند که نواحی خاصی

از نمودار (۵) خالی/پرنسند. گزاره ۱ بر این است که ناحیه فرانکفورت-
نشین هائی که خوش خوراک نیستند (۶) خالی/پر است. و نمودار ۲ بر این که
ناحیه کشاورزانی که ژنرال هستند (۷) _____ است.
اکنون گزاره زیر را در نظر می گیریم:

بعضی تابلوهای نقلی را می برند حقیقه زیبا هستند.

این گزاره کاملاً مقابل گزاره می چون ۲ است. گزاره ۲ به صورت (۸) هیچ
 G ی F نیست/بعضی F ها G اند/تمام F ها G اند، است. طرح گزاره
راجع به تابلوهای را می برند به صورت: (۹) هیچ F ی G نیست/بعضی F ها
 G اند، می باشد. «هیچ F ی G نیست» بر این است که بین G و F (۱۰)
چیز مشترکی وجود دارد/چیز مشترکی وجود ندارد. اما «بعضی F ها G اند»
بر این است که بین G و F (۱۱) چیز مشترکی وجود دارد/چیز مشترکی وجود
ندارد. در نتیجه این دو گزاره باید به طرق (۱۲) یکسان/متفاوت دارای
نمودار شوند. نمودار «هیچ F ی G نیست» را با خط زدن آن قسمت از نمودار
که بین F و (۱۳) _____ مشترک است رسم می کنیم، و «بعضی F ها G اند»
را با قراردادن علامتی در ناحیه مشترک بین F و G به صورت نمودار در-
می آوریم. به این ترتیب، با شروع از نمودار خالی سمت چپ، که وضعیت عدم
(۱۴) _____ را نمایش می دهد، نمودار «بعضی F ها G اند» را
با قراردادن خط تیره کوچکی در ناحیه مشترک بین (۱۵) _____ و (۱۶) _____
رسم می کنیم:

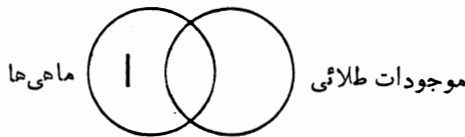


نمودار سمت راست، نمودار «بعضی G ها F هستند» نیز هست، زیرا «بعضی
 G ها F هستند»، مانند «بعضی F ها G هستند»، بر این است که بین F و (۱۷)
_____ چیزی مشترک وجود دارد. بنا بر این دو گزاره منطقی (۱۸) _____ اند.

اکنون گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

بعضی ماهی‌ها موجوداتی طلائی نیستند.

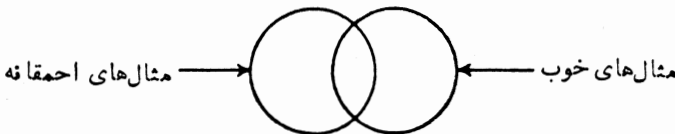
با فرض قرار گرفتن « F » به جای «ماهی» و « G » به جای «طلائی»، گزاره فوق به صورت «بعضی F ها G اند» (۱۹) است / نیست. بلکه برعکس به صورت «بعضی F ها G نیستند» می‌باشد. این گزاره بر این است که بعضی ماهی‌ها در دایره طلائی نیستند، و در نتیجه، به صورت زیر نمودار می‌شود:



گزاره:

بعضی مثال‌های خوب مثال‌های احمقانه نیستند.

رامی توان به صورت (۲۰) هیچ F ی G نیست / بعضی G ها F اند / بعضی G ها F نیستند، طرح کرد. در نتیجه باید با (۲۱) خط زدن / قراردادن خط تیره در ناحیه G اما نه F طرح شود. (۲۲) این کار را انجام دهید.



در این مورد خط تیره را در ناحیه «نیمه‌ماه» شکل سمت راست قرار می‌دهید. می‌توانیم راجع به این خطوط تیره به این عنوان که عملاً چیزی را نمایش می‌دهند بیندیشیم. بعضی ماهی‌ها موجوداتی طلائی نیستند: اگر به نمودار فوق نگاه کنیم، می‌توانیم ماهی‌بی را ملاحظه کنیم که موجودی طلائی نیست. این ماهی با خط تیره سمت چپ نمایش داده شده است.

این نمودارها طریقی را که طبق آن کلمه «بعضی» را درک می‌کنیم

واضح ترمی سازند. گاهی، اگر بشنوید که شخصی، فی المثل، می گوید، «امسال بعضی دانشجویان از مدرسه عالی فنی رد می شوند»، فرض می کنید که مقصود این شخص این است که «امسال بعضی اما البته نه تمام دانشجویان از مدرسه عالی فنی رد می شوند». بنا بر این تصور می کنید که «بعضی» مستلزم «نه تمام» است. اما این تصور گمراه کننده است. اگر به سراغ پرونده های تحصیلی مدرسه عالی فنی برویم، و راجع به دانشجویان به ترتیب الفبا شروع به بررسی کنیم، و دریا بیم که آقای آردوارک^۱، آقای ابسن^۲، و آقای اکنو^۳ رد می شوند، و بعد شما پرسید، «تا کنون چه مطلبی دستگیرتان شده؟» می توانیم صحیحاً بگوئیم (۲۳) بعضی از دانشجویان مردود می شوند/هیچ دانشجویی مردود نمی شود. اما از آنجا که تا کنون در مورد سه دانشجو بررسی کرده ایم (حدود ۱۸۵ پرونده موجود است) آیا حق داریم بگوئیم، «تمام دانشجویان مردود نمی شوند»؟ (۲۴) بله/ نه. بنا بر این، بعضی وضعیات وجود (۲۵) دارند/ ندارند که در آن ها می توانیم چیزی به صورت «بعضی F ها G اند»، بدون این که مستلزم «تمام F ها G نیستند»، باشد، بگوئیم.

«بعضی F ها G اند» به معنی «بعضی اما نه تمام F ها G اند» نیست.

اگر به طور جدی صحبت می کنید، و می خواهید بگوئید «بعضی اما نه تمام دانشجویان مردود می شوند»، همین را بگوئید، و تنها «بعضی دانشجویان مردود می شوند» را مگوئید.
اگر شخصی بگوید:

بعضی از تابلوهای قلبی را میراند حقیقه^۴ زیبا هستند.

احتمالاً مقصودش را این در نظر می گیریم که چند تابلو از تابلوهای جعلی مورد بحث زیبا به نظر می رسند. اما اگر او تنها از یک تابلوی را میراند قلبی

که خوشش می آید خبر داشته باشد، در این صورت باید توقع داشته باشیم که بگوید:

حداقل يك تابلوی نقلی را براند حقیقهٔ زیباست.

اما در این مورد دقت کمتری به کار می بریم، و نمودار هر دو گزاره را دقیقاً یکسان رسم می کنیم، و اطلاعات داده شده توسط گزاره های بعضی را از اطلاعات داده شده توسط گزاره های «حداقل یکی» متمایز نمی کنیم. نمودار هر دو این گزاره ها با (۲۶) خط زدن / قرار دادن خط تیره در ناحیهٔ انتخاب شده یی رسم می شود.

برای رساندن این معنی طرق گوناگونی در دست داریم. در این مورد فهرستی از گزاره ها می آوریم. تمام این گزاره ها جز دو گزاره تقریباً به يك معنی اند. دو گزارهٔ ناجور را خط بزنید.

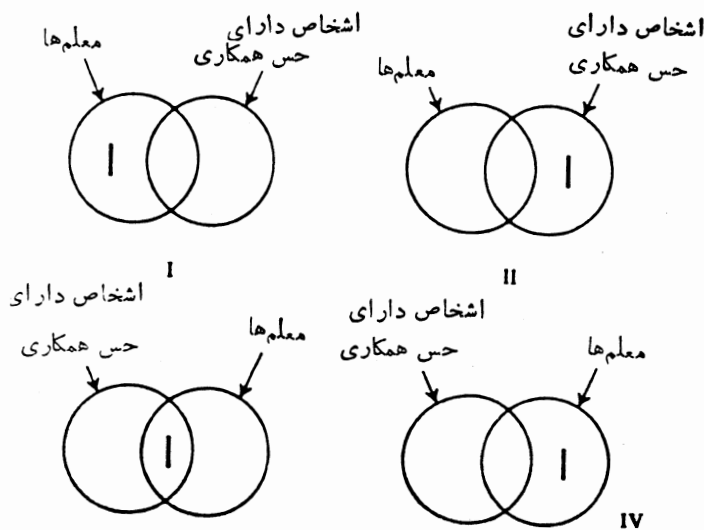
- (۲۷) بعضی اتومبیل ها ترمزهای معیوب دارند.
- (۲۸) حداقل يك اتومبیل ترمز معیوب دارد.
- (۲۹) اتومبیل هایی با ترمزهای معیوب وجود دارند.
- (۳۰) بعضی چیزهای با ترمزهای معیوب اتومبیل اند.
- (۳۱) بعضی اتومبیل ها ترمزهای معیوب ندارند.
- (۳۲) حداقل یکی از اشیاء با ترمزهای معیوب اتومبیل است.
- (۳۳) چیزی اتومبیلی با ترمزهای معیوب است.
- (۳۴) هر چیز با ترمزهای معیوب يك اتومبیل است.
- (۳۵) يك یا بیش از يك اتومبیل ترمزهای معیوب دارد.
- (۳۶) يك یا بیش از يك شیء با ترمزهای معیوب اتومبیل است.
- (۳۷) چیزی با ترمزهای معیوب اتومبیل است.
- (۳۸) اتومبیل هایی با ترمزهای معیوب موجودند.
- (۳۹) چیزهایی با ترمزهای معیوب موجودند که اتومبیل اند.

- (۴۷) ————— بعضی اشخاص سلیم (G) هنگامی که تحریک شوند آتشی (F) می شوند.
- (۴۸) ————— بعضی از نماهای ساختمان‌های قدیمی (F) قصد تعمیر شدن (G) ندارند.
- (۴۹) ————— تنها شن (G) برای خاکریزی (F) به کار رفته است.
- (۵۰) ————— هر سرباز دلیری (G) توسط ترکیب نظامی صنعتی بی‌تحقیق (F) شده است.
- (۵۱) ————— بحث‌های صریحی (F) هستند که قصد عمومی شدن (G) ندارند.
- (۵۲) ————— تنها احمق‌های این اتاق (F) قمار باز (G) اند.
- (۵۳) ————— قد بلند هائی (G) هستند که در این قاره یافت (F) نمی شوند.
- (۵۴) ————— تنها، احمق‌ها (F) قمار باز (G) اند.
- (۵۵) ————— بعضی قمار بازها (G) احمق (F) نیستند.

همان‌طور که ملاحظه شد، برای راحتی کار از مثال‌های بسیاری، با عباراتی که با «f» و «g» آغاز (در زبان انگلیسی) می‌شدند، استفاده کردیم اما این عمل لازم نیست. نیز، درست است بودن دایرهٔ F یا G (جز به خاطر سهولت ارجاع) به موضوع کارمان ارتباط ندارد. به عنوان مثال، گزارهٔ زیر را در نظر می‌گیریم:

بعضی معلم‌ها دارای عدم حس همکاری هستند.

این گزاره می‌تواند با دو نمودار از نمودارهای زیر نمایش داده شود. کدام؟
(۵۶) IV/III/II/I



نمودار II چه گزاره‌ئی را نمایش می‌دهد؟

(۵۷)

نمودار III چه گزاره‌ئی را نمایش می‌دهد؟

(۵۸)

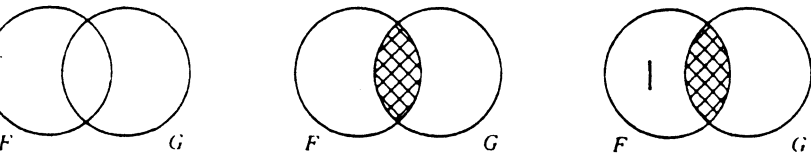
نمودارهای I و IV به نظر متفاوت می‌رسند مگر این که درک کنید که IV دقیقاً همان I است که عقب و جلو شده است. (۵۹) درینک ورقه کاغذ جداگانه نمودار گزاره ۵۷، نمایش داده شده با نمودار II، را، جز این که «معلمها» را درست راست و «اشخاص دارای حس همکاری» را درست چپ می‌گذارید، رسم کنید.

نمودار خالی دو دایره متقاطع وضعیت (۶۰) اطلاعات بسیار / عدم اطلاعات را نمایش می‌دهد. هنگامی که گزاره‌ئی را رسم می‌کنیم اطلاعات انتقال داده شده توسط آن گزاره را نمایش می‌دهیم. اگر چیز بیشتری، توسط گزاره دیگری، گفته شده باشد، باید امکان داشته باشد که (۶۱)

بیشتر، انتقال داده شده توسط گزارهٔ دوم، را نمایش دهیم. به عنوان مثال، فرض می‌کنیم که، به همین ترتیب، گفته باشند که:

هیچ کشاورزی ژنرال نیست.
بعضی کشاورزان ژنرال نیستند.

در این صورت اطلاعات افزایش یا بنده‌مان توسط دنبالهٔ نمودارهای زیر نمایش داده می‌شود. کار را درحالی‌که چیزی نمی‌دانیم آغاز می‌کنیم. اولین حقیقت را، که بر نمودار دوم نمایش داده شده، می‌آموزیم؛ بعد حقیقت دوم را می‌آموزیم؛ و هر دو این حقایق بر نمودار سوم نمایش داده شده‌اند.



اکنون، بر ورقهٔ کاغذ خودتان، زوج گزارهٔ زیر را بر یک نمودار قرار دهید:

(۶۲) بعضی از آقایان آدم‌های پوچی هستند.
بعضی از آدم‌های پوچ آقا نیستند.

نمودار زیر را رسم کنید:

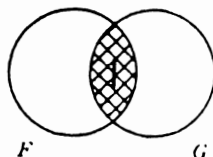
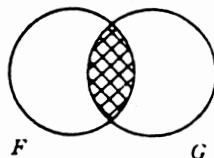
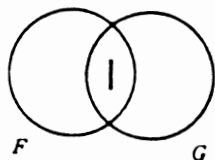
(۶۳) تمام «غول‌ها» موجودات خوشبختی هستند.
بعضی از موجودات خوشبخت غول نیستند.

در مورد زوج زیر چه می‌توان گفت:

بعضی از مؤنث‌ها روح‌اند.
هیچ روحی مؤنث نیست.

می‌توانیم هر یک از دو گزاره را، چنانکه در زیر نشان داده شده، توسط دو

نمودار سمت چپ، رسم کنیم. اما در صورتی که سعی در ترکیب آن‌ها کنیم، شکل درهم سمت راست را به دست می‌آوریم:



نمودار سمت راست بی معنی است. زیرا خط تیره واقع در ناحیه مرکزی مشخص می‌کند که در این ناحیه چیزی (۶۴) هست/ نیست. در حالیکه خط خوردگی نشان می‌دهد که (۶۵) چیزی/هیچ چیز در این ناحیه موجود نیست. نمی‌توانیم هر دو را با هم داشته باشیم. به این ترتیب دو گزاره:

بعضی از مؤنث‌ها روح‌اند.

هیچ روحی مؤنث نیست.

(۶۶) می‌توانند/ نمی‌توانند روی یک نمودار نمایش داده شوند. و این معقول است. چه دو گزاره ناسازگار هستند. و مطالب مخالفی را بیان می‌کنند. یکی بر این است که روح‌های مؤنث وجود دارند. و دیگری آن را تکذیب می‌کند. این گزاره‌ها (۶۷) می‌توانند/ نمی‌توانند هر دو راست باشند. آن‌ها سازگار نیستند. وقتی دو گزاره سازگار نباشند، (۶۸) _____ اند.

اگر دو گزاره بتوانند بزرگ نمودار رسم شوند، سازگارند.

سازگاری زوج زیر را تحقیق کنید. نمودارها را بر ورقه خودتان رسم کنید.

(۶۹) تمام موش‌ها حیوانات ترسویی هستند.

بعضی حیوانات ترسو موشند.

آیا این دوسازگارند؟ (۷۰) بله / نه.

(۷۱) هیچ هیولائی در این دریاچه یافت نمی شود.

بعضی از چیزهای یافت شده در این دریاچه هیولا هستند.

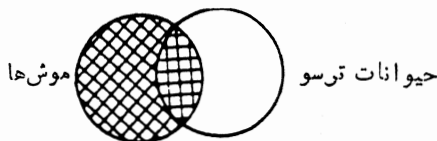
آیا این دو سازگارند؟ (۷۲) بله / نه.

(۷۳) تمام موشها حیوانات ترسویی هستند.

هیچ موشی حیوان ترسویی نیست.

آیا اینها سازگارند؟ (۷۴) بله / نه.

نتیجهٔ اخیر ممکن است تعجب انگیز باشد. دو گزاره محققاً ناسازگار به نظر می رسند. می توانیم نمودار آنها را رسم کنیم:



می توانیم نمودار دو گزاره را رسم کنیم، اما نتیجه کار تمام دایره (۷۵) موشها/حیوانات ترسو را خط می زند. بدین ترتیب دو گزاره چون با هم در نظر گرفته شوند مستلزم اینند که (۷۶) موشی موجود نیست/موشهای فراوانی موجودند. دلیل این که تصور می کنیم که ۷۳ زوج ناسازگار است، این است که می دانیم که موش وجود دارد. اما در واقع دو گزاره واقع در ۷۳، یعنی:

تمام موشها حیوانات ترسویی هستند.

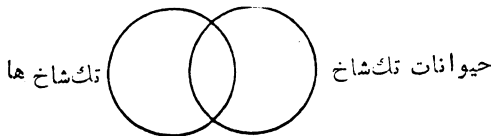
هیچ موشی حیوان ترسوئی نیست.

حقیقهٔ سازگارند زیرا (۷۷) می توانند/ نمی توانند بريك نمودار قرار گیرند. اما، سد گزارهٔ زیر حقیقهٔ ناسازگارند:

تمام موش‌ها حیوانات ترسویی هستند.
هیچ موشی حیوان ترسویی نیست.
موش وجود دارد.

نمودار زوج زیر را رسم کنید:

تمام تك شاخ‌ها حیواناتی تك شاخند.
هیچ حیوان تك شاخی تك شاخ نیست.



در این جا دایرهٔ (۷۸) تك شاخ‌ها/ حیوانات تك شاخ را خط زده ایم، و این موضوع تعجب آور نیست، بلکه به این معنی است که (۷۹) بعضی تك شاخ‌ها موجودند/ هیچ تك شاخی وجود ندارد. و در واقع هم تك شاخی وجود ندارد. به همین ترتیب، امکان دارد که نمودار گزاره‌های زیر را رسم کنیم.

هر بچه گوریلی حیوانی است که تقریباً ۱۴ ماه پیش از ترك مادرش بد او می چسبد.

هیچ حیوانی تقریباً ۱۴ ماه پیش از ترك مادرش بد او نمی چسبد.

اما این نمودار را تنها به قیمت خط زدن تمام دایرهٔ بچه گوریل‌ها می توان رسم کرد، و از آن جا که گوریل‌ها بد سرعت در حال نابود شدن اند، سازگار بودن زوج گزارهٔ اخیر تعجب آور نیست.

به این ترتیب در عرف ما زوج گزارهٔ بد طرح:

تمام F ها G اند.
هیچ F ی G نیست.

درآمده (۸۰) سازگار / ناسازگاراند. اما این دو گزاره همراه باهم دایره (۸۱) G/F را خط می‌زنند.

این حقیقت که این دو گزاره سازگاراند نشان می‌دهد که در عرف ما، «تمام F ها G اند» مستلزم این نیست که بعضی F ها G اند. چرا که مبرهن است که،

بعضی F ها G اند.
و هیچ F ی G نیست.

(۸۲) سازگار / ناسازگاراند.

در عرف ما، گفتن این که تمام گوریل‌ها چاقند مقرر کردن این که بعضی گوریل‌ها چاقند، یا گوریل‌هایی وجود دارند (۸۳) هست / نیست. عرف مورد بحث عرفی است که به دقت و وضوح بسیار تعریف شده است. غالباً، اگر شخصی گفته باشد که تمام گوریل‌ها چاقند، فرض بر این است که آن شخص تصور کرده که گوریل‌هایی موجودند. ولی ما عجلولانه چنین تصمیم نمی‌گیریم. در عرف ما، «تمام F ها G اند» مستلزم این گزاره که F ی وجود دارد، یا بعضی F ها G اند (۸۴) هست / نیست.

ارسطو دستگاه منطقی‌یی را مطرح کرده که در آن کلمه یونانی تقریباً به معنی «تمام» مستلزم کلمه یونانی تقریباً به معنی «بعضی» هست. اما این کتاب به زبان فارسی است، و ما بر سر این نیستیم که از سنت او پیروی کنیم. ولی دستگاه منطقی‌یی که در آن کلمه «تمام» معنی به اصطلاح «صدور وجودی» را داراست می‌تواند بسیار جالب باشد و در بسیاری از کتب منطق مطرح شده است.



Venn Diagrams

نمودارهای ون

در این فصل نشان می‌دهیم که چگونه نمودارهایی که رسم‌شان را آموخته‌ایم می‌توانند در تحقیق درستی استدالات به‌کار روند.

اکنون زمان آن فرا رسیده که بحث درستی واقع در فصول ۱ تا ۴ و نمودارهای فصول ۵ و ۶ را ترکیب کنیم. ابتدا، ارزش دارد که مطالب قبل را مرور کنیم.

گزاره را می‌توان برای این زمینه که (۱) **دروغ/ نادرست** است مورد انتقاد قرارداد. از طرف دیگر، استدالات، راست یا دروغ نامیده نمی‌شوند، بلکه درست یا (۲) — می‌باشند. استدلال را می‌توان برای این زمینه که يك یا بیش از یکی از مقدماتش (۳) **راست/ دروغ** است نقد کرد. این نوع انتقادات درحالات کلی موضوع منطبق نیستند. استدلال را می‌توان برای این زمینه که (۴) **درست/ نادرست** است نیز مورد انتقاد قرارداد، و این که استدلالی درست است یا نه، موضوع منطبق (۵) **است/ نیست**.

يك استدلال وقتی درست است که نتیجه‌اش از مقدماتش (۶) —.

اگر استدلالی درست باشد و تمام مقدماتش راست باشند، در این صورت

نتیجه اش باید (۷) راست/دروغ باشد.

- (۸) آیا يك استدلال درست می تواند مقدمات دروغ داشته باشد؟ **بله/ نه.**
- (۹) آیا يك استدلال درست می تواند نتیجه دروغ داشته باشد؟ **بله/ نه.**
- (۱۰) آیا يك استدلال نادرست می تواند مقدمات راست داشته باشد؟ **بله/ نه.**
- (۱۱) آیا يك استدلال نادرست می تواند نتیجه راست داشته باشد؟ **بله/ نه.**
- (۱۲) آیا يك استدلال نادرست می تواند مقدمات تماماً راست، نیز نتیجه راست داشته باشد؟ **بله/ نه.**
- (۱۳) آیا يك استدلال درست می تواند مقدمات دروغ و نتیجه راست داشته باشد؟ **بله/ نه.**
- (۱۴) آیا يك استدلال درست می تواند مقدمات راست و نتیجه دروغ داشته باشد؟ **بله/ نه.**

يك صورت استدلالی نادرست است اگر (۱۵) **مثالی/ تعبیری** از آن صورت استدلالی موجود باشد که در آن (۱۶) **مقدمات/ نتیجه** راست باشند (باشد) و (۱۷) **مقدمات/ نتیجه** دروغ باشد. چنین تعبیری (۱۸) **درستی/ تحقیق/ مثال نقض/ نمودار** نامیده می شود. اگر بتوانیم مثال نقضی در مورد استدلالی بیابیم، متوجه می شویم که آن استدلال (۱۹) **درست/ نادرست** است. اما اگر قادر به یافتن مثال نقض نشویم، آیا می توانیم نتیجه بگیریم که صورت استدلالی درست است؟ (۲۰) **بله/ نه.**

(۲۱) در زیر صورت های استدلالی نادرست را با دایره مشخص

کنید:

- A. تمام F ها G اند. B. تمام G ها F اند.
 a, G است. a, G است.
 بنابراین، a, F است. بنابراین، a, F است.
 بعضی F ها G اند. D. تمام F ها G اند.

F, a است.

F, a است.

بنا بر این، G, a است.

بنا بر این، G, a است.

آموختیم که چگونه نمودار گزاره‌های منفرد را رسم کنیم و چگونه نمودار دو گزاره را وقتی که هر دو گزاره عبارات یکسان را به کار می‌برند رسم کنیم. تمام گزاره‌هایی که به آن‌ها نظر کرده‌ایم گزاره‌هایی چون:

تمام کشاورزان اشخاص حریصی هستند.

بوده‌اند که (۲۲) $یک/دو/سه$ عبارت، یعنی (۲۳) _____ و

(۲۴) _____ را داشته‌اند. فرض می‌کنیم می‌خواهیم نمودار این گزاره، و علاوه بر آن گزاره زیر را رسم کنیم:

تمام اشخاص حریص مردمی گرسنه هستند.

در این گزاره (۲۵) $یک/دو/سه$ عبارت، یعنی (۲۶) _____

و (۲۷) _____ موجود است. در زوج

گزاره «تمام کشاورزان اشخاص حریصی هستند» و «تمام اشخاص حریص مردمی گرسنه هستند»، مجموعاً (۲۸) $یک/دو/سه/چهار$ عبارت، یعنی (۲۹)

_____، (۳۰) _____، و (۳۱) _____،

را پیدا می‌کنیم.

هنگامی که نمودار گزاره‌ی بسا دو عبارت را رسم می‌کنیم، باید

(۳۲) $یک/دو/سه$ دایره رسم کنیم. اکنون اگر مایل باشیم نمودار $یک/دو/سه$

گزاره با مجموعاً سه عبارت را رسم کنیم، نیاز به (۳۳) $یک/دو/سه/چهار$

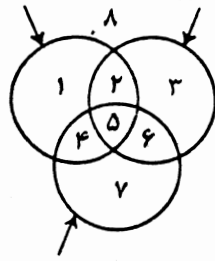
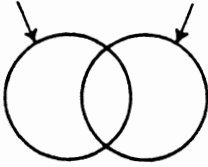
دایره داریم.

اولین اقدامان در این مرحله رسم $یک$ نمودار خالی است. نمودار

خالی وضعیت عدم (۳۴) _____ را نمایش می‌دهد. در تصویر

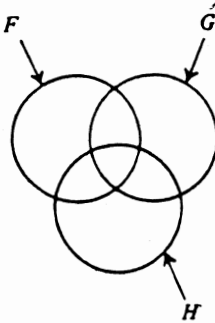
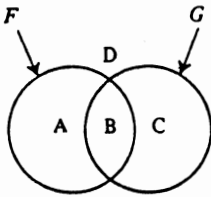
زیر درست چپ، نمودار خالی F و G را نشان می‌دهیم؛ و درست راست،

ملاحظه می‌کنیم که چگونه در مورد سه عبارت توسعه می‌یابد.



مردم گرسنه

در نمودار سه دایره‌ی بی، با احتساب ناحیه خارج نمودار، مجموعاً (۳۵) چهار/شش/هشت/ده/سه ناحیه موجود است. در نمودار دو دایره‌ی بی، با احتساب ناحیه خارج نمودار، (۳۶) دو/سه/چهار/هفت/هشت ناحیه موجود است. به این ترتیب نمودار سه عبارتی (۳۷) درست به اندازه دو برابر اندازه نمودار دو عبارتی ناحیه دارد. در نمودار خالی سمت راست زیر، شماره‌ها را، دقیقاً آن گونه که در نمودار سه عبارتی فوق آمده‌اند، بنویسید.



تصادفی نیست که در نمودار سه عبارتی به اندازه دو برابر نمودار دو عبارتی ناحیه موجود است. زیرا در این مورد هر ناحیه در نمودار دو عبارتی به دو قسمت تقسیم می‌شود. به عنوان مثال، ناحیه A به دو ناحیه ۱ و ۴ تقسیم می‌شود. نواحی ۳ و ۶ ناحیه D/C/B/A (۳۸) را در نمودار دو عبارتی تشکیل می‌دهند. ناحیه B به کدام نواحی تقسیم می‌شود؟ دو ناحیه از این نواحی را با دایره مشخص کنید (۳۹) ۸/۷/۶/۵/۴/۳/۲/۱. توجه داشته باشید که نواحی ۷ و ۸ خارج دایره F و G قرار دارند. در نتیجه، بین آن‌ها ناحیه (۴۰) D/C/B/A را تشکیل می‌دهند.

اکنون هر يك از این نواحی چه چیزی را مشخص می کند؟ ناحیه B
 ناحیه کشاورزانی است که اشخاص حر یصی هستند. ناحیه A ناحیه کشاورزانی
 است که (۴۱) _____ نیستند.

ناحیه C ناحیه (۴۲) _____ است.

ناحیه ۱ داخل دایره کشاورزان. اما خارج دایره اشخاص حر یص و
 خارج دایره مردم گرسنه است. بنابراین، ناحیه کشاورزانی است که حر یص
 و (۴۳) _____ نیستند.

ناحیه ۲ (۴۴) داخل/خارج دایره کشاورزان. (۴۵) داخل/خارج
 دایره اشخاص حر یص، و (۴۶) داخل/خارج دایره مردم گرسنه است.
 بنابراین ناحیه کشاورزانی است که (۴۷) _____ اند اما (۴۸)
 _____ نیستند.

اکنون شماره ناحیه بی مقابل توصیفات زیر را تطبیق کنید.

(۴۹) کشاورزانی که حر یص و گرسنه اند.

(۵۰) کشاورزانی که حر یصند اما گرسنه نیستند.

(۵۱) کشاورزانی که حر یص نیستند اما گرسنه اند.

(۵۲) کشاورزانی که نه حر یص نه گرسنه اند.

(۵۳) اشخاص حر یص و گرسنه بی که کشاورز نیستند.

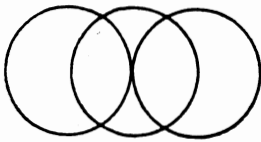
(۵۴) اشخاص حر یصی که نه گرسنه نه کشاورزند.

(۵۵) مردم گرسنه بی که نه حر یص نه کشاورزند.

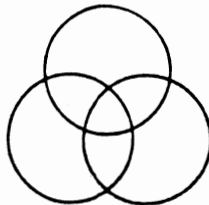
(۵۶) اشیائی که نه کشاورز، نه حر یص، نه گرسنه هستند.

در رسم نمودار سه عبارت، اهمیت دارد که هر ترکیب ممکن را مجاز
 کنیم. این عمل در فهرست فوق انجام گرفته است. بنابراین نمودارمان،

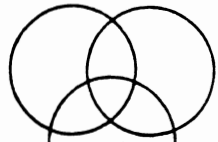
هرچند تهی، هراحتمالي را مجاز می‌شمرد. با سه عبارت برای مجاز شمردن هراحتمال، به هشت ناحیه نیاز داریم. در نتیجه، يك نمودار صحیح (۵۷) _____ ناحیه، من جمله ناحیه خارج تمام دواير، دارد. غیر از این موضوع، دیگر اهمیت خاصی ندارد که نمودارهامان به چه شکلی باشند. در زیر چند نمودار آورده شده است. تمام آن‌هایی را که ناصحیحند خط بزنید.



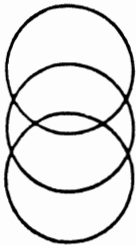
(۵۸)



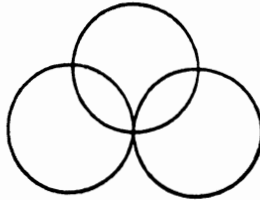
(۵۹)



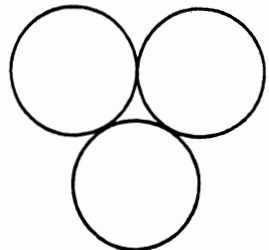
(۶۰)



(۶۱)



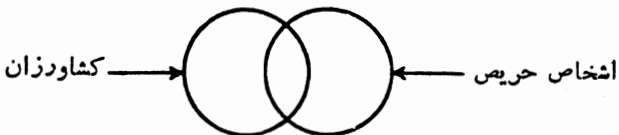
(۶۲)



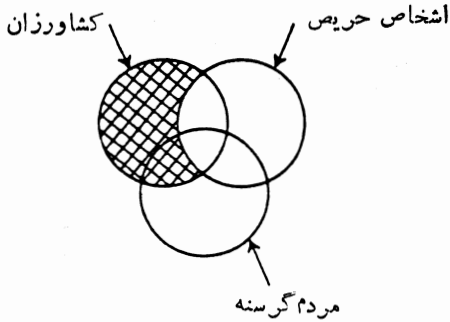
(۶۳)

توجه داشته باشید که هشت ناحیه داشتن، به خودی خود، کافی نیست، زیرا ۶۱ هشت ناحیه دارد، اما تمام احتمالات را مجاز نمی‌شمارد. (۶۴) گزاره زیر را در نمودار بعدی نمایش دهید:

تمام کشاورزان اشخاص حریصی هستند.



این گزاره بر نمودار سه عبارتی دقیقاً به همین طریق نمایش داده می شود:

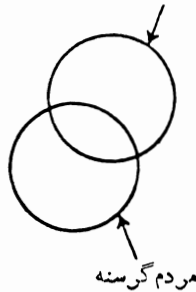


توجه داشته باشید که در نمودار فوق دقیقاً همان ناحیه نمودار دو عبارتی خط خورده است.

(۶۵) گزاره زیر را در نمودار بعدی نمایش دهید:

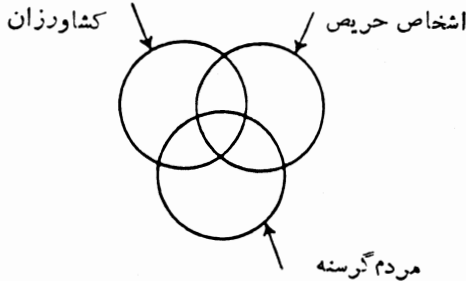
تمام اشخاص حریص گرسنه اند.

اشخاص حریص



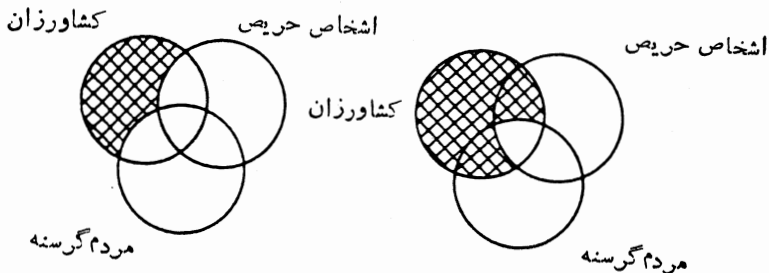
در این مورد نیمه ماه سمت راست بالا را خط زده اید. (۶۶) اکنون دقیقاً

همین نیمه ماه را بر نمودار سه عبارتی خط بزنید.



در این جا دو نمودار فاصحیح از «تمام کشاورزان حریصند» آورده ایم. در نمودار سمت چپ، کمتر از آنکه باید خط خورده است. (۶۷) مابقی را خط بز نید.

در نمودار سمت راست، بیش از آن که باید خط خورده است.

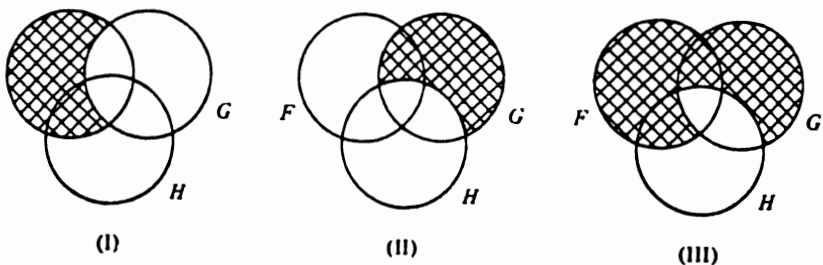


بعد سه نمودار داریم. نمودار III نتیجه ترکیب دو گزاره

تمام اشخاص حریص گرسنه اند.

و تمام کشاورزان اشخاص حریصی هستند.

است. کدام يك نمودار «تمام اشخاص حریص گرسنه اند» است؟ (۶۸) II/I
کدام يك نمودار «تمام کشاورزان اشخاص حریصی هستند» می باشد؟ (۶۹)
II/I



برورقه خودتان، نمودار زوج گزاره زیر را رسم کنید. به خاطر سهولت بررسی پاسخها، ترتیب فوق را، با دایره F در سمت چپ بالا، دایره G در سمت راست بالا، و دایره H در وسط پایین، حفظ کنید.

(۷۰) تمام دوستان (F) با گذشتند (G).

هیچ دوستی ناخوشایند (H) نیست.

(۷۱) تا کنون تمام عمل‌های مربوط بدپیوند قلب در درازمدت با شکست مواجه شده‌اند.

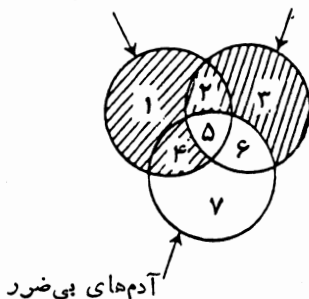
هیچ یک از اعمالی که در درازمدت با شکست مواجه می‌شوند برای موفقیت نهائی تضمین نمی‌شوند.

(۷۲) تمام اشخاص با مزه آدم‌های اجتماعی بی هستند.

تمام آدم‌های اجتماعی بی ضررند.

نمودار ۷۲ تان شبیه نمودار زیر خواهد شد:

آدم‌های اجتماعی اشخاص با مزه



در این صورت کدام نواحی خط خورده‌اند؟ (۷۳) ۱/۲/۳/۴/۵/۶/۷.

زوج گزاره ۷۲ مشخص می‌کنند که این چهار ناحیه (۷۴) تهی/ پراند. اکنون گزاره سوم را در نظر می‌گیریم:

تمام اشخاص با مزه بی ضررند.

طبق این گزاره، نواحی اشخاص با مزه خارج دایره بی ضررها (۷۵) پر/ تهی‌اند.

این نواحی، نواحی (۷۶) و (۷۷) ——— اند. این نواحی توسط

زوج گزاره ۷۲ قبلاً خط خورده‌اند/ هنوز خط نخورده‌اند. در نتیجه،

اطلاعات انتقال داده شده توسط «تمام اشخاص با مزه بی ضررند» (۷۹)

قبلاً به صورت نمودار درآمده/ هنوز به صورت نمودار در نیامده، است.

برای این کار دلیل خوبی در دست داریم گزاره سوم از دو گزاره اول به دست می آید. به عبارت دیگر، استدلال:

تمام اشخاص با مزه اجتماعیند.

تمام آدم‌های اجتماعی آدم‌های بی ضرری هستند.

بنابراین، تمام اشخاص با مزه آدم‌های بی ضرری هستند.

استدلالی (۸۰) درست / نادرست است. در حالت کلی، صورت استدلالی:

تمام F ها G اند.

تمام G ها H اند.

بنابراین، تمام F ها H اند.

(۸۱) درست / نادرست است.

اکنون به ۷۱ باز می گردیم:

تاکنون تمام عمل‌های مربوط به پیوند قلب در دراز مدت با شکست مواجه شده‌اند.

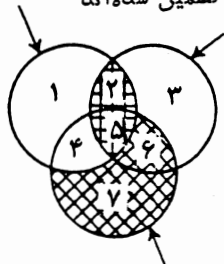
هیچ یک از اعمالی که در درازمدت با شکست مواجه می‌شوند برای موفقیت نهایی تضمین نمی‌شوند.

نمودار ۷۱ تان باید شبیه نمودار زیر باشد.

اعمال شکست خورده در

درازمدت

اعمالی که برای موفقیت نهایی تضمین شده‌اند



عمل‌های پیوند قلب تاکنون

(۸۲) کدام نواحی خط خورده اند؟ ۱/۲/۳/۴/۵/۶/۷.

- (۸۳) ناحیه ۲ ناحیه _____ است.
- (۸۴) ناحیه ۵ ناحیه _____ است.
- (۸۵) ناحیه ۶ ناحیه _____ است.
- (۸۶) ناحیه ۷ ناحیه _____ است.

هریک از این نواحی قبلاً خط خورده اند. نمودار ۷۱ مشخص می کند که این چهار ناحیه (۸۷) پر/تهی هستند. اکنون گزاره سوم را در نظر می گیریم:

تاکنون هیچ عمل پیوند قلبی برای موفقیت نهایی تضمین نشده است.

این گزاره مشخص می کند که نواحی (۸۸) و (۸۹) — نیز تهی اند. اما، این نواحی (۹۰) قبلاً خط خورده اند/هنوز خط نخورده اند. و از آنجا که قبلاً خط خورده اند، نمودار سوم قبلاً بر نمودار فوق قرارداد شده است. و این بدان علت است که گزاره سوم از گزاره های ۷۱ به دست می آید. صورت استدلالی:

تمام H ها F اند.

هیچ F ی G نیست.

بنابراین، هیچ H ی G نیست.

(۹۱) درست/نادرست است.

تا این جا به دو صورت استدلالی درست نگاه کرده ایم. در زیر یک استدلال نادرست می آوریم:

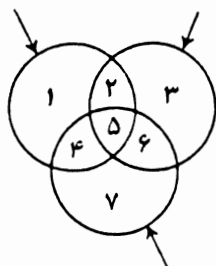
تمام روباه های ماده با بچه هاشان مهر بانند.

تمام حیوانات بی آزار با بچه هاشان مهر بانند.

بنابراین، تمام روباه های ماده حیواناتی بی آزارند.

(۹۲) دو گزاره اول را بر نمودار زیر نمایش دهید:

حیواناتی که با بچه‌هاشان مهر یابند. روباه‌های ماده



حیوانات بی آزار

نتیجه «تمام روباه‌های ماده حیواناتی بی آزارند» مشخص می‌کند که نواحی شماره (۹۳) و (۹۴) باید خط بخورند. آیا خط خورده‌اند؟ (۹۵) بله/نه. مقدمه اول گفته که نواحی شماره ۱ و ۴ خط بخورند. و مقدمه دوم گفته که نواحی ۳ و ۷ خط بخورند. بنابراین، کلاً نواحی (۹۶) ۱/۲/۳/۴/۵/۶/۷ خط خوردگی پیدا کرده‌اند. اما، نتیجه بر این تقاضاست که نواحی شماره ۱ و ۲ خط بخورند. ناحیه ۱ خط خورده اما ناحیه (۹۷) — نخورده است. در این صورت، نمودار نتیجه، هنگامی که نمودار مقدمات رسم شوند به‌طور اتوماتیک رسم نمی‌شود. در نتیجه، استدلال فوق (۹۸) درست/ نادرست است.

استدلالی درست است که نتیجه‌اش بر نمودار مقدماتش راست باشد، یعنی، استدلال هنگامی درست است که نمودار نتیجه به مجرد رسم شدن نمودارهای مقدمات رسم شده باشد.

اکنون بروقره خودتان نمودارهایی برای تحقیق درستی صورت‌های استدلال زیر رسم کنید:

(۹۹) تمام F ها G اند.

هیچ H ی G نیست.

بنابراین، هیچ H ی F نیست.

(۱۰۰) هیچ FI G نیست.

هیچ GI H نیست.

بنا بر این، هیچ FI H نیست.

(۱۰۱) تمام F ها G اند.

هیچ GI H نیست.

بنا بر این، هیچ FI H نیست.

(۱۰۲) تمام F ها H اند.

تمام H ها G اند.

بنا بر این، تمام F ها G اند.

(۱۰۳) هیچ HI G نیست.

تمام F ها G اند.

بنا بر این، هیچ HI F نیست.

(۱۰۴) تمام H ها G اند.

تمام F ها G اند.

بنا بر این، تمام F ها H اند.



Valid Syllogisms

قیاس‌های درست

در این فصل از نمودارها برای توضیح این‌که درستی به‌چه معنی است استفاده، و روش تحقیق درستی داده شده در فصل قبل را تکمیل می‌کنیم.

در فصل گذشته عمدهً با استدلالات شامل (۱) دو/سه عبارتی که معمولاً با حروف «F»، «G»، و «H» نمایش داده می‌شدند سروکار داشتیم. مقدمات و نتیجه این استدلالات همه از نوعی بودند که می‌توانستند در یکی از صورت‌های استاندارد: «تمام Fها G اند»، «هیچ F ی G نیست»، «بعضی Fها G اند»، و «بعضی Fها G نیستند» قرار گیرند. استدلالاتی با دو مقدمه از این صورت و یک نتیجه از این صورت «قیاس» نامیده می‌شوند. این استدلالات نخستین بار توسط ارسطو (۳۸۴–۳۲۲ قبل از میلاد)، که کارش در منطق اساسی‌تر و مهم‌تر از هر کار دیگر در این زمینه تا اواخر قرن نوزدهم بود، مورد بررسی قرار گرفتند. اما، روش تحقیق با رسم نمودار، توسط جان ون، منطق‌دانی که این روش را در ۱۸۸۵ انتشار داد، مطرح شد. در نتیجه، این نمودارها

به (۲) ——— ون موسومند. ممکن و آموزنده است که منطق را طبق روش هائی که ارسطو وضع کرده بررسی کنیم. اما این طریق طریقی نیست که در این کتاب تعقیب شده است.

اگر نمودار نتیجه قیاسی. به مجرد این که نمودار مقدمات آن رسم شد، رسم شده باشد، آن استدلال (۳) **درست/ نادرست** است، و اگر نمودار نتیجه، به مجرد رسم مقدمات، به طور کامل رسم نشده باشد، استدلال (۴) **درست/ نادرست** می باشد. در رسم نمودار یک استدلال، کار را با نموداری (۵) **تهی/ پر** آغاز می کنیم. نمودار تهی مورد بحث وضعیت (۶) **اطلاعات کامل/ عدم اطلاعات** را نمایش می دهد. هنگام رسم نمودار مقدمه اول، تمام (۷) **اطلاعات/ حقیقت** داده شده توسط گزاره اول را بر نمودار قرار می دهیم. بدین ترتیب پس از رسم نمودار هر دو مقدمه، تمام (۸) مشمول در دو مقدمه اول را بر نمودار تعیین کرده ایم. در این صورت اگر استدلال درست باشد، نمودار نتیجه به مجرد این که نمودار هر دو (۹) ——— رسم شود رسم شده است. بنابراین، در صورتی که استدلال درست باشد، اطلاعات مشمول در نتیجه قبلاً بر نمودار مقدمات قرار داده شده است. بدین ترتیب، نتیجه اطلاعاتی بیشتر از مقدمات انتقال (۱۰) **می دهد/ نمی دهد**. و به یک مفهوم، اطلاعات مشمول در نتیجه قبلاً (۱۱) **مشمول در مقدمات بوده است/ توسط مقدمات تشریح شده است**. به همین علت است که گاهی گفته می شود که در یک استدلال درست، نتیجه مشمول در مقدمات است.

اگر استدلالی درست باشد. نتیجه آن باید هنگامی که تمام مقدمات آن (۱۲) **راست/ دروغ** اند (۱۳) **راست/ دروغ** باشد. نمودارهای ما نشان می دهند که چگونه این امر برای این که چیزی بد عنوان استدلالی درست موجود باشد امکان پذیر است. چه در آنها می توانند ازواج گزاره هائی که پیشاپیش شامل اطلاعات مشمول در گزاره سوم اند، موجود باشند. و هنگامی که این حادثه اتفاق بیفتد، استدلال (۱۴) **درست/ نادرست** است. چنین استدلالی هیچگاه نمی تواند از مقدمات راست به نتیجه (۱۵) ——— برسد. این استدلال، به علت این که در مفهومی که توسط نمودارها مورد توضیح قرار

گرفت، نتیجه آن پیشاپیش (۱۶) مشمول در / منتهی به مقدمات است، هیچگاه نمی تواند از صدق به کذب برود. و نتیجه، از آنجا که پیشاپیش (۱۷) ————— مقدمات است، هنگامی که تمام مقدمات (۱۸) ————— باشند به طور اتوماتیک راست است.

نتیجه يك استدلال درست. در مفهومی که توسط نمودارها مورد توضیح قرار گرفت، (۱۹) امثله‌ی / اطلاعاتی بیش از مقدمات انتقال نمی دهد. البته، نتیجه يك استدلال ممکن است با این همه تعجب آور باشد، زیرا امکان دارد، تا زمانی که عملاً استدلال را ارائه نداده باشند، ملاحظه نکنیم که این نتیجه از آن مقدمات به دست می آید. بنابراین ممکن است نتیجه را، با این که مقدمات را قبلاً شناخته ایم، آگاهی دهنده بیاییم. با وجود این، اطلاعات مشمول در مقدمات. اطلاعات مشمول در نتیجه را انتقال می دهند، حتی اگر ملاحظه این مطلب مدتی طول بکشد.

اکنون روش مثال نقض مان را در نشان دادن این که صورت استدلالی بی نادرست است، به خاطر بیاورید. مثال نقض (۲۰) تعبیری / نموداری از صورت استدلالی بی است که در آن تمام مقدمات آشکارا (۲۱) راست / دروغ اند در حالی که نتیجه (۲۲) راست / دروغ می باشد.

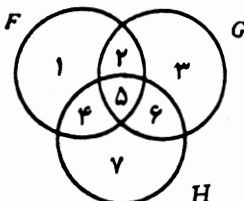
نمودارها بدطریق زیر با مثال های نقض در ارتباط اند. اگر نمودار صورت استدلالی بی را رسم کنیم و دریا بیم که نمودار نتیجه آن هنوز رسم نشده است، متوجه می شویم که آن صورت استدلالی (۲۳) درست / نادرست است. در این صورت نتیجه مشمول در مقدمات (۲۴) هست / نیست. در نتیجه، امکان دارد که نتیجه، با وجود این که مقدمات همه راستند، دروغ باشد. به این ترتیب، (۲۵) مثال نقض / درستی امکان پذیر می شود. در این مورد مثالی واقعی می آوریم:

تمام F ها G اند.

تمام H ها G اند.

بنابراین، تمام H ها F اند.

(۲۶) نمودار مقدمات استدلال فوق را بر این نمودار رسم کنید.



آیا نمودار نتیجه رسم شده است؟ (۲۷) بله/نه.

برای رسم نمودار «تمام H ها F اند»، باید نواحی (۲۸) ——— را خط بزنید. از این دو ناحیه (۳۰) ——— به یاری مقدمه دوم خط خورده است. اما ناحیه (۳۱) ——— هنوز خط نخورده است. این مطلب چگونگی به دست آوردن مثال نقض استدلال فوق را نشان می دهد. در این مورد مثالی می خواهیم که در آن ناحیه ۶ به طور قطع خط نخورده باشد، اما تمام مقدمات راست باشند. این مثال باید مثالی باشد که در آن تمام مقدمات راست باشند، و علاوه بر آن، چیزی در G ، در H باشد، اما در F نباشد (یعنی ناحیه ۶).

فرض می کنیم F زنان؛ G : موجودات انسانی؛ و H : مردان باشد. توجه کنید که در این صورت چیزهایی موجودند که در G (موجودات انسانی)، در H (مردان) هستند اما در F (زنان) نیستند. آیا دو مقدمه اول، تحت این تعبیر، راستند؟ (۳۲) بله/نه. آیا نتیجه راست است؟ (۳۳) بله/نه. در نتیجه، این تعبیر يك (۳۴) ——— به دست می دهد که نشان می دهد که صورت استدلالی مورد بحث (۳۵) ——— است. اگر قیاسی نادرست باشد، نمودار اطلاعات انتقال یافته توسط (۳۶) ——— حتی وقتی که نمودار تمام اطلاعات انتقال یافته توسط (۳۷) ——— رسم شده باشد رسم نشده است. در نتیجه، حتی اگر اطلاعات پسان شده توسط مقدمات صحیح باشند، بعضی از اطلاعات بیان شده توسط نتیجه می توانند (۳۸) تعبیر شده/ناصحیح باشند. به عبارت دیگر، تمام مقدمات می توانند (۳۹) راست/دروغ باشند در حالی که نتیجه (۴۰)

راست/دروغ است. به این علت است که روش نمودارهای ون به گفتن این که چه وقت قیاسی درست است توانامان می کند. اگر نمودار نتیجه به مجرد اینکه نمودار مقدمات رسم شده باشند رسم نشده باشد، در این صورت ملاحظه می کنیم که برای نتیجه این امکان هست که حتی وقتی که تمام مقدمات راستند دروغ باشد. در نتیجه، استدلال باید (۴۱) درست/ نادرست باشد.

اگر مثال نقضی در مورد صورت استدلالی بیابیم، متوجه می شویم که آن صورت استدلالی (۴۲) _____ است. ولی آیا اگر در کشف مثال نقض ناتوان باشیم، می توانیم مطمئن باشیم که استدلال درست است؟ (۴۳) بله/ نه. به این ترتیب روش مثال نقض نمی تواند، در هر حالت، مشخص کند که یک قیاس درست است یا نه. اما، نمودارهای ون می توانند، در هر حالت، مشخص کنند که یک قیاس درست می باشد یا خیر. نمودارهای ون آنچه را که به «روش تشخیص» درستی قیاس موسوم است به دست می دهند. روش (۴۴) _____ روش ثابت و منظمی است که توسط آن می توانیم پیش بینی کنیم که چیزی دارای خاصیت معینی هست یا نه، و در این مورد قیاسی درست می باشد یا خیر. ملاحظه کردیم که مثال های نقض (۴۵) _____ درستی را به دست نمی دهند، در حالی که نمودارهای ون (۴۶) _____ به دست می دهند.

ارسطو نیز روش تشخیصی در مورد قیاس ها داشت. تنها چهار صورت استاندارد گزاره های که در قیاس به کار می روند، یعنی،

_____ (۴۷)

_____ (۴۸)

_____ (۴۹)

_____ (۵۰)

وجود دارند. ارسطو هر ترکیب ممکن این طرح های گزاره ای را برای به دست آوردن فهرست جامعی از هر صورت ممکن قیاس نوشت، سپس فهرست خود

را به دو جزء تقسیم کرد: يك جزء فهرست قیاس‌های درست و جزء دیگر، فهرست قیاس‌های نادرست بود. پس از این کار، روش تشخیص درستی را در دست داشت. در این مورد می‌توانید استدلالی در نظر بگیرید. به صورت آن توجه کنید، و بعد ملاحظه کنید که در کدام فهرست است. بسیاری از کتب سنتی منطق هنوز از این روش پیروی می‌کنند (آنها حتی برای هر يك از انواع ممکن قیاس نامی دارند) مادر این کتاب این عمل را انجام نمی‌دهیم زیرا نمودارهای ون روش تشخیص ساده‌تر و مهم‌تری به دست داده توضیح می‌دهند که چرا بعضی از استدلال‌ات درست و بعضی نادرستند. يك استدلال وقتی نادرست است که نتیجه‌اش (۵۱) به اندازه / بیش از / کمتر از مقدماتش انتقال دهد. به این دلیل نادرست است که نتیجه‌اش اطلاعات بیشتری از مقدماتش انتقال دهد، اطلاعات انتقال داده شده توسط مقدمات می‌توانند صحیح باشند در حالی که اطلاعات اضافی انتقال داده شده توسط نتیجه می‌توانند (۵۲) صحیح / ناصحیح باشند. اما از نمودارهای ون این را نیز ملاحظه می‌کنیم که بعضی نتیجه‌ها اطلاعاتی بیشتر از مقدمات انتقال نمی‌دهند. در این صورت اطلاعات انتقال داده شده توسط نتیجه به مجرد این که اطلاعات داده شده توسط مقدمات رسم شوند رسم شده‌اند. چنین استدلالی را (۵۳) درست / نادرست گویند.

در جلو گزاره‌های راست «T» و در جلو گزاره‌های دروغ «F» بگذارید:

(۵۴) — در يك استدلال درست، مقدمات اطلاعات بیشتری از نتیجه انتقال نمی‌دهند.

(۵۵) — ارسطو روش تشخیصی برای درستی قیاس‌ها داشت.

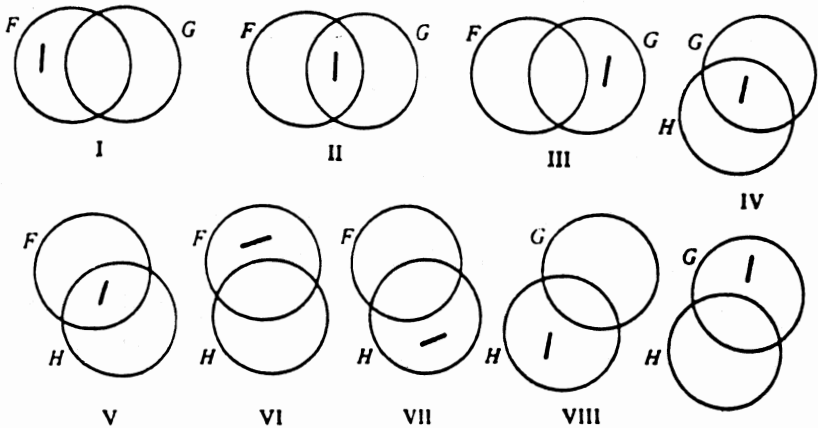
(۵۶) — اگر مثال‌های نقضی در مورد صورت استدلالی‌ئی موجود باشد، نمودار نتیجه به مجرد رسم نمودار مقدمات رسم نشده است.

(۵۷) — هیچ استدلال درستی نمی‌تواند نتیجه دروغ داشته باشد.

(۵۸) — روش مثال‌های نقض روس تشخیصی برای درستی قیاس به دست می‌دهد.

(۵۹) نتیجه يك استدلال می تواند مقدمه استدلال دیگر باشد.

هنوز توضیح ندادیم که چگونه نمودارهای ون را در مورد گزاره‌های «بعضی» دار به کار بریم. ابتدا مورد استفاده خط تیره را مرور می‌کنیم. در این مرحله چند نمودار آورده‌ایم؛ آن‌ها را با گزاره‌های زیر تطبیق کنید.



IX (۶۰) — بعضی آدم‌های بی‌آزار (H) جنگجو هستند (F).

(۶۱) — بعضی گوریل‌ها (G) مؤنث‌اند (F).

(۶۲) — بعضی گوریل‌ها (G) مؤنث (F) نیستند.

(۶۳) — بعضی مؤنث‌ها (F) گوریل (G) نیستند.

(۶۴) — بعضی حیوانات شمالی (H) گوریل (G) نیستند.

(۶۵) — بعضی اثبات‌های مغالطه‌آمیز (F) اشتباهات وحشتناکی (H)

هستند.

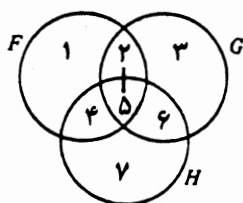
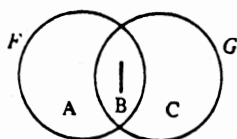
(۶۶) — بعضی حشیش‌ها (H) برای شما خوب (G) نیستند.

(۶۷) — حداقل يك ژنرال (G) نفرت‌انگیز (H) وجود دارد.

نمودار گزاره «بعضی» دار یا گزاره «نه‌بعضی» دار دقیقاً به همان طریق

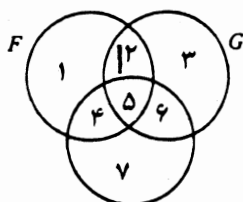
گزاره سه‌عبارتی با سه‌دایره رسم می‌شود. در این‌جا نمودار «بعضی Fها

Gاند» را آورده‌ایم:

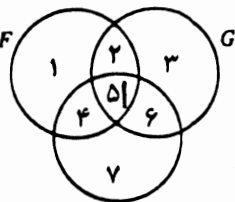


I

توجه داشته باشید که خط تیره را قاطع دایره H رسم کرده ایم. در زیر دو نمودار ناصحیح «بعضی F ها G اند» را آورده ایم.



II



III

آیا در نمودار II، خط تیره دایره H را قطع می کند؟ (۶۸) بله/نه. آیا در نمودار III، دایره H توسط خط تیره قطع می شود؟ (۶۹) بله/نه. آیا در نمودار I، خط تیره دایره H را قطع می کند؟ (۷۰) بله/نه.

خط تیره در نمودار I، دارای معنی زیر است: چیزی در ناحیه B ، یعنی، ناحیه تشکیل شده از ۲ و ۵، موجود است. ناحیه B ناحیه اشیا F است که هم F هم G (۷۱) — اند. ناحیه ۲ ناحیه اشیا F است که G هستند اما H نیستند. ناحیه ۵ ناحیه اشیا F است که (۷۲) —، (۷۳) —، و (۷۴) — اند.

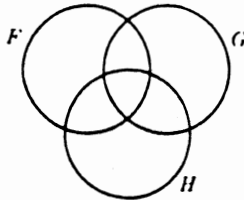
نمودار II برای این است که چیزی تنها در ناحیه ۲ است. ناحیه ۲ ناحیه اشیا F است که F و G هستند، و H نیستند. اما گزاره ما به صورت «بعضی F ها G اند» بود. این گزاره در این مورد که چیزی H هست یا نه، چیزی نمی گوید. در نتیجه، نمودار II اطلاعاتی بیشتر از آنچه توسط گزاره «بعضی F ها G اند» داده شده، نمایش می دهد. بنابراین نمودار II تصویر (۷۵) صحیح/غلط این گزاره است. نمودار II گزاره زیر را نمایش می دهد: «بعضی

چیزها F ، G هستند، اما H نیستند»،

نمودار III بر این است که چیزی تنها در ناحیه (۷۶) — است. این ناحیه ناحیه اشیاثی است که (۷۷) —، (۷۸) —، و (۷۹) — اند. اما گزاره‌ئی که نمودارش را می‌خواهیم (۸۰) — است. این گزاره در مورد این که چیزی H است یا نه خاموش است. بنا بر این نمودار III اطلاعاتی (۸۱) بیشتر / کمتر از این گزاره نمایش می‌دهد، و در نتیجه، نمودار دقیق این گزاره (۸۲) هست / نیست. نمودار III نمایش دقیق صورت گزاره‌ئی بی‌متفاوت، یعنی، (۸۳) — است.

(۸۴) اکنون «بعضی F ها G اند» را به طریق صحیح بر نمودار زیر

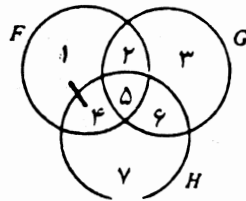
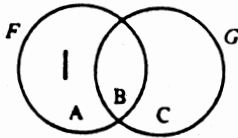
قرار دهید:



آیا خط تیره‌تان دایره H را قطع می‌کند؟ (۸۵) بله / نه. آیا خط تیره قسمتی در ناحیه ۲ و قسمتی در ناحیه ۵ است؟ (۸۶) بله / نه.

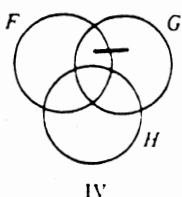
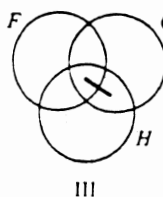
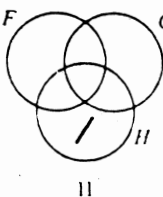
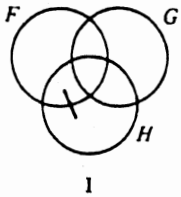
خط تیره بین دو ناحیه، چون نواحی ۵ و ۲ در نمودار فوق، به این معنی است که چیزی در این یا آن ناحیه موجود است، و به این معنی نیست که چیزی به طور قطع در هر دو ناحیه وجود دارد.

توجه کنید که چگونه نمودار «بعضی F ها G نیستند» رسم شده است:



باز هم، خط تیره دایره H را (۸۷) قطع می کند/ قطع نمی کند. این نمودار به این معنی است که چیزی در ناحیه (۸۸) یا (۸۹) قرار دارد. آیا نمودار مورد بحث به این معنی است که چیزی در ناحیه ۱ و چیزی در ناحیه ۴ وجود دارد؟ (۹۰) نه، نمودار فوق به این معنی است که چیزی در ناحیه A ، شاید در قسمت ۱ از A ، شاید در قسمت ۴ از A ، ولی نمی دانیم کدام یک، وجود دارد. به این علت است که خط تیره دایره (۹۱) را قطع می کند.

این نمودارها را با گزاره های زیر تطبیق کنید:



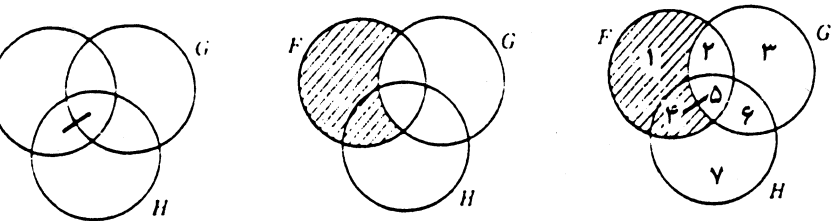
- (۹۲) — بعضی پدرخوانده ها (G) شوهر (H) نیستند.
- (۹۳) — بعضی شوهرها (H) پدرخوانده (G) نیستند.
- (۹۴) — بعضی شوهرها (H) پدرخوانده (G) نیستند حتی دارای احساسات دوستانه (F) نیستند.
- (۹۵) — بعضی پدرخوانده ها (F) شوهرند (H).
- (۹۶) — بعضی اسبها (H) در دویدن خوب (G) نیستند.
- (۹۷) — بعضی سگ های شکاری (H) روباه (F) نیستند و بسز (G) نیستند.
- (۹۸) — گازهای (G) متخاصم (H) وجود دارند.
- (۹۹) — اشیاء متخاصمی (H) غیر از گازها (G) وجود دارند.

به خاطر داشته باشید که، خط تیره مشخص این است که چیزی در ناحیه‌یی موجود است در حالی که خط زدن یک ناحیه بدین معنی است که هیچ چیز در آن ناحیه وجود ندارد. توجه کنید هنگامی که نمودار دو گزاره چون گزاره‌های:

تمام F ها G اند.

بعضی F ها H اند.

را رسم می‌کنیم چه اتفاقی می‌افتد.



نمودار «تمام F ها G اند» کدام است؟ (100) **III/II/I**. نمودار «بعضی F ها H اند» کدام است؟ (101) **III/II/I**. در نمودار III هر دو گزاره را ملاحظه می‌کنیم. توجه داشته باشید که قسمتی، اما تنها قسمتی. از خط تیره خط خورده است. این خط تیره در نواحی شماره (102) — و (103) قرار دارد. اما ناحیه شماره (104) — خط خورده است. خط تیره در نواحی 4 و 5 است؛ و این بدین معنی است که چیزی در (105) 4 و 5 هر دو 4 یا 5 وجود دارد. اما ناحیه 4 خط خورده است. و این به این معنی است که (106) چیزی در 4 موجود است / هیچ چیز در 4 موجود نیست.

بنابراین می‌دانیم چیزی در 4 یا 5 موجود است، و می‌دانیم که آن چیز در 4 نیست. بنابراین آن چیز باید در 5 باشد. لذا بنا بر نمودار III فوق به طور قطع چیزی در (107) — وجود دارد.

توجه داشته باشید که نمودار I نمی‌گوید که چیزی به طور قطع در 5 وجود دارد، و تنها بر این است که چیزی در (108) — یا (109)

— موجود می باشد. تنها وقتی که نمودارهای I و II را برای به دست آوردن III روی هم قرار می دهیم، چیزی را به طور قطع در (۱۱۰) — حاصل می کنیم.
 اکنون صورت استدلالی زیر را در نظر می گیریم:

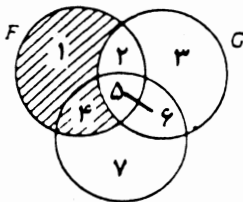
تمام F ها G اند.

بعضی F ها H اند.

بنابراین، بعضی G ها H اند.

آیا این نتیجه در نمودار III راست است؟ بله، زیرا این نتیجه بر این است که چیزی برای یافت شدن در ناحیه مشترک بین G و H موجود است. این ناحیه روی III با (۱۱۱) — و (۱۱۲) — شماره گذاری شده است. مقدمات، بر این نمودار، اطمینان می دهند که به طور قطع چیزی در ناحیه (۱۱۳) — موجود است. این ناحیه هم در G هم در H است بنابراین نتیجه، بعضی G ها H اند، راست است. به عبارت دیگر، اطلاعات انتقال داده شده توسط نتیجه قبلاً توسط مقدمات انتقال داده شده اند، (در حقیقت، مقدمات بیش از نتیجه مطلب می گویند: نتیجه تنها بر این است که چیزی در ۵ یا ۶ است؛ مقدمات بر اینند که چیزی به طور قطع در ۵ است. ولسی این مطلب هنوز نتیجه را راست می سازد.) در این صورت استدلالی که هم اکنون بررسی شد باید (۱۱۴) درست/ نادرست باشد.

اکنون به صورت استدلالی نادرست زیر نظر می کنیم:



تمام F ها G اند.

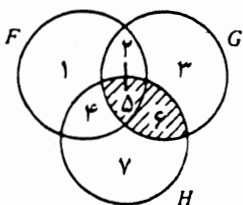
بعضی G ها H اند.

بنابراین، بعضی F ها H اند.

مقدمات این استدلال را درست چپ رسم کرده ایم. نتیجه استدلال ایجاب

می‌کند که چیزی در ناحیه (۱۱۵) — یا (۱۱۶) — موجود باشد. ملاحظه می‌کنیم که از این دو یکی قبلاً خط‌خورده است. کدام؟ (۱۱۷) —. بنا بر این اگر نتیجه راست باشد، باید چیزی در ناحیه ۵ موجود باشد. اما خط تیره چنین می‌گوید که چیزی در ۵ یا ۶ موجود است. آیا برای این است که چیزی به‌طور قطع در ۵ موجود است؟ (۱۱۸) بله/نه. در نتیجه، نمودار نتیجه به‌طور اتوماتیک رسم نشده است. بنا بر این، صورت استدلالی مورد بحث (۱۱۹) درست/نادرست است.

اکنون دو مثال دیگر را عمل می‌کنیم:

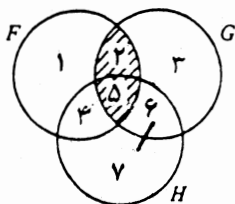


هیچ G ئی H نیست.

بعضی F ها G اند.

بنا بر این، بعضی F ها H نیستند.

نتیجه ایجاب می‌کند که چیزی در ناحیه (۱۲۵) — یا (۱۲۱) — باشد. خط تیره در نواحی (۱۲۲) — و (۱۲۳) — گذاشته شده است. اما، از این دو، ناحیه (۱۲۴) — خط‌خورده است. تنها تکه باقیمانده خط تیره در ناحیه (۱۲۵) — است. به این ترتیب، به‌طور قطع چیزی در ناحیه ۲، و در نتیجه، چیزی در ۱ یا ۲ موجود است. بنا بر این نتیجه استدلال بر نمودار مقدمات راست است، و در نتیجه، استدلال (۱۲۶) — می‌باشد.



هیچ GF نیست.

بعضی H ها F نیستند.

بنا بر این، بعضی H ها G نیستند.

نتیجه ایجاب می‌کند که چیزی به‌طور قطع در نواحی (۱۲۷) — یا (۱۲۸) — باشد. اما خط تیره بر این است که تنها چیزی در نواحی (۱۲۹) —

یا (۱۳۵) — موجود است، و براین نیست که چیزی به‌طور قطع در \mathcal{Y} وجود دارد. در این صورت، نتیجه بر نمودار فوق راست (۱۳۱) شده/نشده است، و در نتیجه، استدلال (۱۳۲) — است.

درستی صورت‌های استدلالی زیر را با رسم نمودار برورقه کاغذ خودتان، تحقیق کنید.

(۱۳۳) تمام F ها G اند.

بعضی G ها H اند.

بنابراین، بعضی F ها H اند.

(۱۳۴) تمام F ها H اند.

هیچ G ئی H نیست.

بنابراین، هیچ F ی G نیست.

(۱۳۵) بعضی F ها G اند.

بعضی G ها H اند.

بنابراین، بعضی F ها H اند.

(۱۳۶) بعضی F ها G اند.

بعضی H ها G اند.

بنابراین، بعضی F ها H اند.

(۱۳۷) تمام F ها G اند.

بعضی G ها H نیستند.

بنابراین، بعضی F ها H نیستند.

۹

Review with Applications

مرور و کاربرد

در این فصل نتایج و روش‌های تاکنون به دست آمده را خلاصه می‌کنیم، و آن‌ها را در مورد چند مثال عملی به کار می‌بریم.

گزاره‌ها راست یا (۱) _____ اند، در حالی که گفته می‌شود که استدلال‌ها (۲) _____ یا (۳) _____ می‌باشند. استدلال درست (۴) می‌تواند/ نمی‌تواند نتیجه دروغ داشته باشد. اما، اگر مقدمات استدلالی تماماً راست باشند، در این صورت نتیجه آن نیز باید (۵) _____ باشد. در حالت استدلال نادرست، می‌توانیم هر یک از چهار ترکیب ممکن صدق و کذب، یعنی: تمام مقدمات راست و نتیجه راست، تمام مقدمات (۶) _____ و نتیجه (۷) _____، نه تمام مقدمات راست و نتیجه (۸) _____، و نه تمام مقدمات (۹) _____ و نتیجه (۱۰) _____ را داشته باشیم.

اگر استدلالی بسا مقدمات راست و نتیجه دروغ داشته باشیم، متوجه می‌شویم که (۱۱) درست/ نادرست است. مثال نقض یک صورت استدلالی (۱۲) _____ است که در آن تمام مقدمات (۱۳) _____ و

نتیجه (۱۴) — است. طریق پیدا کردن مثال‌های نقض روش تشخیص درستی قیاس را به دست (۱۵) می‌دهد/ نمی‌دهد. روش تشخیص درستی قیاس توسط (۱۶) — به دست آمده است. در نمودارون قیاس، قیاس درست است اگر نمودار (۱۷) — به مجرد (۱۸) — مقدمات رسم شده باشد. در چنین وضعیتی، تمام اطلاعات دریافت شده توسط نتیجه (۱۹) تمثیل شده/ توسط/ مضمول در اطلاعات دریافت شده توسط (۲۰) — است. در نتیجه، اگر اطلاعات دریافت شده توسط مقدمات صحیح باشند، اطلاعات دریافت شده توسط نتیجه نیز (۲۱) — خواهد بود، زیرا نتیجه در این مفهوم مضمول در مقدمات است.

به خاطر داشته باشید که گرچه «تنها F ها G اند» منطقاً معادل «تمام F ها G اند» می‌باشد، صورت گزاره‌ئی «تنها، F ها G اند» منطقاً معادل (۲۲) تمام F ها G اند/ تمام F ها G اند می‌باشد.

در این جا چند گیزاره در صورت استان ندارد آورده‌ایم. آن‌ها را با گزاره‌های منطقاً معادل زیر تطبیق کنید.

- | | |
|--|---|
| (۲۳) — هیچ شیء خطرناکی
هو ایما نیست. | (a) تمام هو ایماها اشیاء خطرناکی
هستند. |
| (۲۴) — هو ایماهای خطرناک
موجودند. | (b) بعضی هو ایماها اشیاء
خطرناکی هستند. |
| (۲۵) — تنها اشیاء خطرناک
موجود، هو ایماها هستند. | (c) هیچ هو ایمائی شیء خطرناکی
نیست. |
| (۲۶) — هو ایماها خطرناکند. | (d) بعضی هو ایماها اشیاء
خطرناکی نیستند. |
| (۲۷) — هو ایماهای خطرناک
موجود نیستند. | (e) تمام اشیاء خطرناک هو ایما
هستند. |
| (۲۸) — تمام اشیائی که خطرناک
نیستند هو ایما نیستند. | (f) بعضی اشیاء خطرناک هو ایما
نیستند. |

- (۲۹) — هر هواپیمائی خطر ناك است.
 (۳۰) — تنها، اشیاء خطر ناك هواپیما هستند.
 (۳۱) — تنها هواپیماهای موجود خطر ناكند.
 (۳۲) — حداقل يك هواپیما خطر ناك است.

در این جا چند مثال از قیاس آورده ایم. در هر حالت، برورقه کاغذ خودتان صورت استاندارد استدلال را نمایش دهید، سپس برای تحقیق درستی نمودار رسم کنید. بگوئید استدلال درست است یا خیر. اگر نادرست است، در مورد صورت استدلالی مثال نقضی به دست دهید.

به کار بردن « F »، « G » و « H » برای قرار گرفتن به جای عبارات لازم نیست. اگر حرف اول عبارت را برای نمایش دادن آن در نظر بگیرید، ملاحظه آنچه انجام می دهید آسان تر است. احتیاط کنید که مقدمات را از نتیجه استدلال تمیز دهید، به خاطر داشته باشید که به طور کلی، کلمات «بنا بر این»، «به این ترتیب»، «لذا»، «در نتیجه» آمدن (۳۳) مقدمه / نتیجه را مشخص می کنند در حالیکه «از آنجا که»، «برای این که» و اغلب «زیرا» دلایل یا مقدمات را معلوم می نمایند.

(۳۴) هیچ يك از اشخاصی (P) که اجازه تعویق حواله بانکی را یافته اند دانشکده (C) را ترك نکرده اند، زیرا تمام دانشجویان پزشکی (M) اجازه تعویق حواله بانکی را یافته اند، و هیچ دانشجوی پزشکی دانشکده را ترك نکرده است.

(۳۵) از آنجا که تنها، اشخاصی که به خدا عقیده دارند (B) مسیحی (C) هستند، بعضی از اشخاصی که از به سر بازی رفتن امتناع می کنند مسیحی نیستند، زیرا بعضی از اشخاصی که از به سر بازی رفتن امتناع می کنند به خدا عقیده ندارند.

(۳۶) تمام دانشجویان دوره لیسانس (G) باید يك امتحان مقدماتی (P) بدهند، و این به این علت است که تمام دانشجویان دوره لیسانس باید ثابت کنند که توانائی (C) مطالعه مستقل را دارند، و هر کسی که باید

اثبات کند که توانائی مطالعهٔ مستقل را دارد باید يك امتحان مقدماتی بدهد.

(۳۷) بعضی از بهترین استادان (T) درجهٔ PhD (P) ندارند. از آنجا که بعضی از اشخاصی که فاقد درجهٔ PhD اند از ترفیع محروم شده اند (D) بعضی از بهترین استادان از ترفیع محروم شده اند.

(۳۸) هیچیک از این داروها (M) علیه بیماری‌های ویروسی مؤثر (E) نیستند، زیرا هیچ آنتی بیوتیکی (A) علیه بیماری‌های ویروسی مؤثر نیست، و بعضی از این داروها آنتی بیوتیکند.

۱۰

Compound Statement

گزاره‌های مرکب

در این فصل بررسی نوع تازه‌یی از استدلال را آغاز می‌کنیم. کار را با آموختن چگونگی طرحی کردن استدلالات از این نوع شروع و در فصول بعد روش‌های بررسی درستی بیشتری را مطرح می‌کنیم.

تنها کلماتی که در قیاس‌های در صورت استاندارد به‌طور اساسی رخ می‌دهند کلمات منطقی کوچکی چون «تمام»، «بعضی»، «نه»، «نا»، همراه با رابط «هست» یا «هستند» می‌باشند. اما این‌ها تنها کلمات منطقی نیستند. به این دو استدلال ساده توجه کنید.

A. یا این روزنامه دروغ می‌گوید، یا بلافاصله بعد از این که نیروهای ملی فرانسه را شکست دادند يك و نیم میلیون نفر در ویتنام به قتل رسیدند. اما این قدر آدم کشته نشده‌اند. بنابراین روزنامه دروغ می‌گوید.

B. اگر این روزنامه دقیق گزارش می‌دهد، در این صورت بلافاصله بعد از این که فرانسوی‌ها از نیروهای ملی شکست خوردند يك و نیم میلیون نفر در ویتنام قتل‌عام شدند. این روزنامه دقیق گزارش می‌دهد. بنابراین

در آن زمان این قدر آدم قتل عام شدند.

در این جا دو استدلال کوتاه تر را، که در همین صورت ها ظاهر شده اند، آورده ایم:

C. یا جوزف در خانه است یا در دفترش است.

جوزف در دفترش نیست.

بنابراین، جوزف در خانه است.

D. اگر لیدیا در حال بازی سافت بال^۱ است، در این صورت در لینکلن پارک

است.

لیدیا در حال بازی سافت بال است.

بنابراین، لیدیا در لینکلن پارک است.

(۱) زیر نتایج استدلال C و D خط بکشید، سپس زیر نتایج استدلال

A و B خط بکشید. استدلال (۲) D/C مقدمه اول به صورت «یا ... یا ...»

است. ولی در استدلال (۳) D/C مقدمه اول به صورت «اگر ... در این

صورت ...» می باشد.

(۴) کدام يك از A و B مقدمه «اگر، در این صورت» دارد؟ B/A.

(۵) کدام يك مقدمه «یا این یا آن» دارد؟ B/A.

(۶) آیا فکرمی کنید استدلال C درست؟ بله/نه.

(۷) آیا فکرمی کنید استدلال D درست است؟ بله/نه.

(۸) آیا فکرمی کنید استدلال A درست است؟ بله/نه.

(۹) آیا فکرمی کنید استدلال B درست است؟ بله/نه.

اغلب اشخاص خواهند گفت که هر چهار استدلال درستند. اما نظریه قیاس در

این جا بی فایده است، و تکنیک تازه‌یی برای بررسی درستی نیاز داریم.

در نگاه اول، بعضی از اشخاص ممکن است احساس کنند که C و D

هر دو درست می باشند، اما حداقل یکی از دو مورد A و B نادرست است.

و این به این علت است که نتایج A و B (با این فرض که در هر دو بند دربارهٔ یک مقالهٔ روزنامه صحبت می‌کنیم) به نظر ناسازگار می‌رسند. اما به خاطر داشته باشید که برای انتقاد کردن از یک استدلال دوره موجود است. ممکن است استدلالی را بر این زمینه که نه (۱۰) _____ راستند انتقاد کنیم. نیز ممکن است آنرا بر این زمینه که آن استدلال (۱۱) _____ است، یعنی، نتیجهٔ آن از مقدماتش به دست نمی‌آید، مورد انتقاد قرار دهیم. حداقل یکی از دو مورد A و B در معرض انتقادند، زیرا مقدمات A با مقدمات B ناسازگارند. در نتیجه، حداقل یک مجموعهٔ مقدمات باید (۱۲) دروغ/ نادرست باشد. در نتیجه، حداقل یکی از استدلالات را می‌توان بر این زمینه که نه تمام مقدمات (۱۳) _____ اند انتقاد کرد. اما این انتقاد (۱۴) همان/ متفاوت از انتقاد استدلال برین زمینه که نادرست است می‌باشد. هر دو استدلال A و B درستند؛ اما، حداقل یکی از آن‌ها دارای مقدمات دروغ است.

اکنون گزاره‌هایی چون دو گزارهٔ زیر را در نظر می‌گیریم:

E. به دانشجویان اجازه داده شد که در ساختمان اداری باقی بمانند.

F. پلیس فراخوانده شد و دانشجویان را به زور بیرون کرد.

E و F مثال‌هایی از (۱۵) گزاره/ استدلال اند. می‌توانیم این گزاره‌ها را به طرق

گوناگون برای ساختن گزاره‌های مرکب^۱ باهم مربوط کنیم. به این ترتیب:

G. یا به دانشجویان اجازه داده شد که در ساختمان اداره باقی بمانند، یا پلیس

فراخوانده شد و دانشجویان را به زور بیرون کرد.

گزارهٔ G (۱۶) همان / چیزی متفاوت از آنچه را که گزاره‌های E و F

می‌گویند می‌گوید.

گزارهٔ مرکب G از گزاره‌های مؤلفه‌یی^۲ E و F با استفاده از دابطه^۳

1. compound

2. component statement

3. connective

«یا این، یا آن» تشکیل شده است.

(۱۷) کدام يك گزاره مرکب اند؟ **G/F/E**.

(۱۸) رابط کدام است؟ _____.

(۱۹) مؤلفه‌ها کدام اند؟ **G/F/E**.

در این جا گزاره مرکب دیگری آورده ایم:

وزراء درباره اقدام اتحاد آتلانتیک شمالی در به وجود آوردن فضای انسانی بهتر آشکارا نگران بودند، و بعضی از وزراء از این ترس داشتند که مبادا دوایده دیگر آقای نیکسون بر اندیشه شورای دائمی تفوق جوید.

در این جا «و» کوچک دو گزاره را به هم ربط می‌دهد. (۲۰) این رابط را با دایره مشخص کرده زیر مؤلفه‌ها خط بکشید. گزاره فوق به عنوان يك کل يك گزاره (۲۱) مرکب / مؤلفه / رابط است.

اگر سر بازان من شروع به اندیشیدن کرده بودند، در این صورت هر سر بازی ارتشم را ترك می‌کرد.

گزاره فوق از فردريك كبير يك گزاره (۲۲) مؤلفه / مرکب است. رابط به کار رفته در این مورد «اگر»، در این صورت» است. توجه داشته باشید که این رابط جزئی از مؤلفه‌ها نیست، بلکه مؤلفه‌ها را به هم ربط می‌دهد.

(۲۳) در جلو مؤلفه‌ها علامت درست است (V) بگذارید:

(a) اگر سر بازانم شروع به اندیشیدن کرده بودند.

(b) سر بازانم شروع به اندیشیدن کردند.

(c) هر سر بازی اندیشیدن را ترك می‌کرد.

(d) هر سر بازی ارتشم را ترك می‌کرد.

(e) در این صورت هر سر بازی ارتشم را ترك می‌کرد.

(f) اگر سر بازانم شروع به اندیشیدن کرده بودند، در این صورت

هرسربازی ارتشم را ترك می کرد.

درهريك از مثال های زیر، رابط اصلی را با دایره مشخص کرده زیر مؤلفه ها خط بکشید.

(۲۴) اعلامیه، بعضی از افکار رئیس جمهور را درباره آینده ناتو منعکس می کند، اما مسئولیت مستقیم هیچ يك از سه ایده او را در مورد تجهیزات اضافی اتحادیه نمی پذیرد.

(۲۵) اگر دانشگاه از بحث آشکار در مورد موضوع تحقیق اساسی دانشگاه خودداری کند، در این صورت برای همیشه از دفاع کردن از اصل رفع صلح آمیز منازعات عاجز خواهد بود.

(۲۶) حیات مان با حمله از خارج یا انقلاب از داخل پایان خواهد پذیرفت. در مثال ۲۶ ممکن است تصور کنید که «انقلاب از داخل» يك گزاره مؤلفه‌ی است. اما این عبارت (۲۷) گزاره هست / به هیچ وجه گزاره نیست. مثال ۲۶ صورت کوتاه شده گزاره معادل زیر است:

(۲۶*) حیات مان با حمله از خارج پایان خواهد پذیرفت یا حیات مان با انقلاب از داخل پایان خواهد پذیرفت.

به جای خط کشیدن زیر گزاره های مؤلفه‌ی گزاره مختصر ۲۶، زیر آن ها رادر گزاره کامل تر ۲۶* خط بکشید.

در مثال زیر رابط گزاره، «نه این، نه آن» است.

نه مسکو نه دنیا می تواند حقیقه^۱ این انتظار را داشته باشد که کشورهای عضو ناتو طوری رفتار کنند که انگار این بازداشت های سبعانه هیچگاه اتفاق نیفتاده است.

(۲۸) کدام مؤلفه ها کاملند؟ در فهرست زیر آن ها را با علامت مشخص کنید.

— (a) مسکو می تواند حقیقه^۱ این انتظار را داشته باشد که کشورهای

عضو ناتو طوری رفتار کنند که انگار این بازداشت‌های سبعانه هیچگاه اتفاق نیفتاده‌اند.

_____ (b) مسکو.

_____ (c) یا دنیا نمی‌تواند حقیقه^۱ این انتظار را داشته باشد که کشورهای

عضو ناتو طوری رفتار کنند که انگار این بازداشت‌های سبعانه هیچگاه اتفاق نیفتاده‌اند.

_____ (d) این بازداشت‌های سبعانه هیچگاه اتفاق نیفتاده‌اند.

_____ (e) دنیا.

_____ (f) دنیا نمی‌تواند حقیقه^۱ این انتظار را داشته باشد که کشورهای

عضو ناتو طوری رفتار کنند که انگار این بازداشت‌های سبعانه هیچگاه اتفاق نیفتاده‌اند.

_____ (g) دنیا می‌تواند حقیقه^۱ این انتظار را داشته باشد که کشورهای

عضو ناتو طوری رفتار کنند که انگار این بازداشت‌های سبعانه هیچگاه اتفاق نیفتاده‌اند.

در مثال‌های زیر، رابطه‌ها را با دایره مشخص کنید. زیر مؤلفه‌های کامل

در صورتی که بتوانید، خط بکشید، اما در صورتی که، چون در ۲۶، مختصر شده باشند مؤلفه‌های کامل را بنویسید.

(۲۹) ارتش علاقه^۱ بسیاری به حفظ نظم دارد، اما تدابیر استخدامی از نوع

مک‌کارتی^۱ توجه کسی را جلب نخواهد کرد.

(۳۰) سیاهان در این مملکت مشکلات بسیاری دارند که با مباحثات صلح‌آمیز

بر طرف نشده‌اند، حتی در کلمبیا حماقت‌های وحشتناکی وجود داشته که به نظر نمی‌رسد که هیچ تعداد سخن‌رانی مؤدبانه آن‌ها را تغییر دهد.

(۳۱) تنها اگر دولت در مقابل اعتراض سیاهان مسئول باشد بحث‌هایی از

این نوع تأثیر خواهند داشت.

(به خاطر داشته باشید، هر چیز را که مؤلفه می‌نامید باید گزاره‌ئی کسه از عهده گزاره بودن خود برآید باشد.)

(۳۲) برای ده‌ها سال انسان‌ها از اقیانوس‌ها و آب‌های قابل کشتی‌رانی به عنوان منطقهٔ دمیینگک مجانی استفاده کرده‌اند.

(۳۳) برات مذکور صاحب یا عامل خود را تا ۱۰ میلیون دلار متعهد می‌کند.

مکان‌های خالی زیر را به انتخاب خودتان با کلمات (ابط، مرکب، مؤلفه، و گزاره پر کنید: يك (۳۴) _____ کلمه یا عبارت، یا امکاناً

چندین کلمهٔ رخدهنده در محل‌های مختلف يك جمله است که برای ساختن يك گزارهٔ (۳۵) _____ از گزاره‌های (۳۶) _____

به کار رفته است. خود مؤلفه يك (۳۷) _____ است، گرچه در تشکیل (۳۸) _____ با استفاده از رابط، ممکن است يك یا بیش

از يك گزارهٔ (۳۹) _____ مختصر شود یا مطابق با قواعد دستوری چنان که سخن‌مان را خلاصه‌تر کند تغییر یابد. به این ترتیب، به عنوان مثال،

در گزارهٔ «تنها اگر من بروم او خواهد رفت»، مؤلفهٔ دوم مستقیماً رخ می‌دهد. این مؤلفه «او خواهد رفت» است. در حالیکه اولین (۴۰) _____

یعنی، «من بروم» در ساختی که در آن «تنها اگر» (۴۱) _____ است به جای «من خواهم رفت» نوشته شده است. در این صورت نمی‌توانیم

«من بروم» را يك (۴۲) _____ بنامیم به این دلیل ساده که این عبارت حتی يك (۴۳) _____ نیست.

رابط‌ها برای تشکیل گزاره‌های جدید از گزاره‌های قدیم به کار می‌روند. کلمهٔ «نه» نیز چنین عمل می‌کند. به عنوان مثال گزارهٔ زیر را در نظر می‌گیریم:

در تحقیق علمی خط مستقیم لزوماً کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه نیست

(نه است).

این گزاره نقیض گزاره زیر است:

در تحقیق علمی خط مستقیم لزوماً کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه است.

تفاوت بین این دو گزاره چیست؟ (۴۴)

در بیان نقیض چندین راه موجود است. به این ترتیب اگر کسی بگوید:

A. جوزف در خانه است.

می توانیم در پاسخ بگوئیم:

B. جوزف در خانه نیست.

یا:

C. راست نیست که جوزف در خانه است.

B و C هر دو از A ساخته شده اند. هر دو (۴۵) نقیض های / صورت تازه ای از

A می باشند. در این صورت می گوئیم که B و C هر دو گزاره های (۴۶)

مؤلفه ای / مرکب ساخته شده از مؤلفه منفرد A می باشند.

در زیر مثال دیگری از نقیض آورده ایم.

D. تحمیل تمرینات انضباطی عهدحجر توجه مردان جوان تحصیل کرده ای

را که برای مجهز کردن يك ارتش مدرن لازم اند به خود جلب نمی کند.

گزاره ای که این گزاره نقض می کند چیست؟ (۴۷)

D گزاره (۴۸) مرکبی / رابطی ئی است که نقیض گزاره مؤلفه ای بی که در

در پاسخ ۴۷ نوشتید است. گرچه کلمه «نه» به طور مؤکد رابط نیست، زیرا دویا بیش از دوشیء را به هم ربط نمی دهد، مناسب است که آن را داخل در فهرست رابط ها مان کنیم. بنا بر این از این مرحله به بعد چون از رابط صحبت می کنیم، مقصودمان این (۴۹) است / نیست که کلمه «نه» را نیز در نظر گرفته ایم. آیا در عرف ما، «راست نیست که» به عنوان يك رابط به حساب می آید؟ (۵۰) بله / نه.

در باره «نه» احتیاط به خرج دهید. این طور نیست که هر ظهور این کلمه يك رابط باشد. به عنوان مثال، گزاره زیر را در نظر می گیریم:

E. بعضی اشخاص در خانه نیستند.

این گزاره نقیض،

F. بعضی اشخاص در خانه هستند.

نیست. نقیض «بعضی اشخاص در خانه هستند» عبارتست از:

G. راست نیست که بعضی اشخاص در خانه هستند.

توجه داشته باشید که E و G به يك معنی نیستند. زیرا مطابق (۵۱) G/E ، مطلقاً کسی در خانه نیست، در حالیکه مطابق با (۵۲) G/E ، گرچه بعضی اشخاص در خانه نیستند، ممکن است اشخاص دیگری وجود داشته و در خانه باشند.

در این صورت «نه» را تنها وقتی که برای تشکیل نقیض يك گزاره به کار رفته باشد، رابط می نامیم. در مثال فوق، نقیض F (۵۳) G/E است. از طرف دیگر، E نقیض F (۵۴) هست / نیست.

در این جا دو زوج گزاره آورده شده اند. در يك زوج، گزاره دوم نقیض گزاره اول است. در زوج دیگر، گزاره دوم نقیض گزاره اول نیست. پیدا کنید که کدام کدام است.

A. طرح های نظامی بی وجود دارند که از زمان جنگ جهانی دوم تا کنون در

معرض امتحان دشوار ضرورت استراتژی‌شان قرار داشته‌اند.
 B. طرح‌های نظامی بی وجود دارند که از زمان جنگ جهانی دوم تا کنون در
 معرض امتحان دشوار ضرورت استراتژی‌شان قرار نداشته‌اند.

(۵۵) آیا B نقیض A است؟ بله / نه.

C. با تأکید برمسأله شایستگی آکادمیک، دوره ROTC در مقابل درجه
 دانشگاهی شایسته اعتبار کامل آکادمیک است.
 D. با تأکید برمسأله شایستگی آکادمیک، دوره ROTC در مقابل درجه
 دانشگاهی شایسته اعتبار کامل آکادمیک نیست.

(۵۶) آیا D نقیض C است؟ بله / نه.

(۵۷) نقیض A چیست؟

توجه داشته باشید که می‌توانیم روابطها را برای تشکیل گزاره‌های
 حتی پیچیده‌تر نیز ترکیب کنیم. به‌عنوان مثال، دو گزاره زیر را در نظر
 می‌گیریم:

A. اعلامیه‌شان بعضی از افکار پرزیدنت نیکسون را راجع به آینده ناتو
 منعکس می‌کند.

B. اعلامیه‌شان مسئولیت مستقیم سه‌ایده پرزیدنت نیکسون را می‌پذیرد.

می‌توانیم نقیض B را برای به‌دست آوردن گزاره زیر تشکیل دهیم.

C. اعلامیه‌شان مسئولیت مستقیم سه‌ایده پرزیدنت نیکسون را نمی‌پذیرد.

سپس می‌توانیم این گزاره را با A برای به‌دست آوردن گزاره، به‌فارسی
 مصطلح زیر، ترکیب کنیم:

D. اعلامیه‌شان بعضی از افکار پرزیدنت نیکسون را راجع به آینده ناتو

منعکس می کند، اما مسئولیت مستقیم سه ایده او را نمی پذیرد.

در این صورت می گوئیم A و B مؤلفه های مبنائی^۱ D اند. مؤلفه های که
با استفاده از رابطها از مؤلفه های ساده تر ساخته نشده اند به (۵۸) —
_____ موسومند.

در مثال های زیر، مؤلفه های مبنائی و رابطها را مشخص کنید.

(۵۹) ارتش علاقه بسیاری به حفظ نظم دارد، اما تحویل روش های انضباطی
عهد حجر توجه مردان جوان تحصیل کرده یی را که برای مجهز کردن
یک ارتش مدرن لازم اند به خود جلب نمی کند.

رابطها : _____

مؤلفه های مبنایی : _____

(۶۰) راست نیست که اومی تواند از فقدان آزادی یا سوء عمل مراجع اداری
در هاروارد شکایت کند.

رابطها : _____

مؤلفه های مبنائی : _____

(۶۱) هر یک از انواع موجودات آلی به طور طبیعی نوع خود را با چنان
نرخی تولید می کند که، اگر غالب اعضایش نابود نشوند، زمین
به زودی از زاد و ولد یک زوج منفرد پوشیده می شود.

رابطها : _____

مؤلفه های مبنائی : _____

(۶۲) حتی انسان کند زاد و ولد طی بیست و پنج سال دوبرابر می شود و با
این نرخ، در کمتر از ۱۰۰۰ سال به طور جدی جایی برای ایستادن

1. base components

اخلافتش نخواهد داشت.

رابطها : _____

مؤلفه‌های مبنائی : _____

۱۱

«And», «Or», and «Not»

«و»، «یا» و «نه»

در این فصل بعضی از خواص منطقی سه رابطی را که در فصل قبل ملاحظه کردیم معرفی می‌کنیم.

تقریباً هر کس می‌تواند بلافاصله ملاحظه کند که استدلال زیر درست است:

جوزف یا درخانه یا در دفتر کارش است.

جوزف درخانه نیست.

بنابراین، جوزف در دفتر کارش است.

مقدمه اول این استدلال رابط (۱) _____ را به‌کار می‌برد. دو مؤلفه

مبنائی آن (۲) _____ و (۳) _____

_____ هستند. مقدمه دوم از رابط (۴)

_____ استفاده می‌کند. مؤلفه مبنائی مقدمه دوم (۵) _____

_____ است.

اگر می‌خواستید بدانید لیدیا کجاست، و کسی به‌شما می‌گفت:

لیدیا در حال بازی سافت بال در لینکلن پارک است، یا درخانه در حال

استراحت کردن است. اما درخانه درحال استراحت کردن نیست.

درمورد لیدیا چه نتیجه‌یی می‌گرفتید؟ (۶) در لینکلن پارک است/ در خانه است. به عبارت دیگر، دو مقدمه اظهار شده به نتیجه زیر منجر می‌شوند:

لیدیا درحال بازی سافت بال در لینکلن پارک است.

استدلال درمورد لیدیا دارای صورتی است که (۷) همان/ متفاوت از صورت استدلال درمورد جوزف است. در این مورد از حروف بزرگی چون «P» و «Q» برای قرار گرفتن به جای گزاره‌ها استفاده می‌کنیم. در این صورت صورت دو استدلال فوق بدترتیب زیر مطرح می‌شود:

Q یا P

نه P .

بنا بر این، Q .

فرض می‌کنیم P : پنج سال در زندان خواهد گذرانید؛ Q : ۱۰,۰۰۰ دلار جریمه خواهد پرداخت، باشد. در این صورت استدلالی به صورت فوق بنویسید:

(۸)

کلمات کلیدی صورت استدلالی تازه فوق عبارتند از (۹) یا/ اگر، در این صورت/ هم این، هم آن/ نه/ بعضی. بنا بر این «ند» و «یا» را برای بررسی تازه‌یی انتخاب می‌کنیم. گزاره دلخواهی. مثلاً گزاره زیر، رادرنظر می‌گیریم:

A. دکتر جنسن^۱ در ابتدا به مطالعه ژن‌ها علاقه‌مند بود.

نقیض این گزاره می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

B. دکتر جنسن در ابتدا به مطالعه ژن‌ها علاقه‌مند نبود.

اکنون اگر A راست باشد، نقیض A، یعنی B، (۱۰) راست/دروغ است.

اگر A دروغ باشد، در این صورت B (۱۱) راست/دروغ است.

«راست» و «دروغ» را ارزش‌های راستی^۱ گزاره‌ها می‌نامیم. اگر

گزاره‌ی راست باشد، می‌گوئیم که ارزش راستی آن به‌ازاء «راست» T

است؛ و اگر گزاره‌ی دروغ باشد، می‌گوئیم (۱۲) _____

آن به‌ازاء «دروغ» F است.

اگر ارزش راستی A، T باشد، در این صورت ارزش راستی نقیضش

B (۱۳) _____ است. اگر ارزش راستی A، F باشد، در این صورت ارزش

راستی نقیضش B (۱۴) _____ است. به‌این ترتیب ارزش راستی نقیض

یک گزاره همواره (۱۵) همان/مخالف ارزش راستی گزاره اصلی است.

این حقیقت را می‌توان در جدولی موسوم به جدول ارزش^۲ نمایش داد.

P	نه P
T	F
F	T

جدول فوق به‌طریق آشکارش خوانده می‌شود. به‌این ترتیب که دو ردیف

افقی اول جدول ارزش، زیر «P»، T و زیر «نه P» (۱۶) _____ ملاحظه

می‌کنیم، و این بدین معنی است که چون «P»، T باشد، در این صورت «نه P»

(۱۷) _____ است.

ردیف آخر جدول ارزش فوق چنین می‌گوید که چون «P»، F باشد،

در این صورت «نه P » (۱۸) — است.

اگر ارزش راستی « P »، T باشد، ارزش راستی «نه P » چیست؟ (۱۹)
 — اگر ارزش راستی «نه P »، F باشد، ارزش راستی « P » چیست؟
 (۲۰) —

در منطق علامتی معمول است که حتی کلمه کوچک «نه» را مختصر کنند،
 و این کار را با قراردادن خط تیره‌یی^۱ در جلو حرفی که به جای گزاره قرار گرفته
 انجام می‌دهند. بنا بر این به جای «نه P » می‌نویسیم:

— P

اختصار «نه Q » چیست؟ (۲۱) $Q / -Q / -P / Q$
 (۲۲) جدول ارزش $P -$ زیر را تکمیل کنید:

P	$-P$
T	
F	

در صورت استدلالی:

P یا Q

نه P

بنا بر این، Q

غیر از «نه» رابط دیگر (۲۳) — بود. رسم جدول ارزش
 «یا» مانند جدول فوق خیلی آسان نیست. مشکل در این جاست که کلمه «یا»

اندکی مبهم است. گزاره زیر را در نظر بگیرید:

دانشجویانی برای سال اول پذیرفته می‌شوند که نمرات دبیرستانی واقع در ۳۰ درصد نمرات بالا داشته باشند یا امتحان ورودی دانشگاه را گذرانده باشند.

«یا» را در گزاره فوق با دایره مشخص کنید. مطابق این گزاره، آیا دانشجویی که نمرات دبیرستانی واقع در ۳۰ درصد بالا است پذیرفته می‌شود؟ (۲۴) بله/ نه. مطابق این گزاره، آیا دانشجویی که امتحان ورودی دانشگاه را گذرانده باشد پذیرفته می‌شود؟ (۲۵) بله/ نه. آیا انتظار دارید که دانشجویی که هم در ۳۰ درصد نمرات بالا است هم امتحان ورودی دانشگاه را گذرانده پذیرفته شود؟ (۲۶) بله/ نه.

اغلب اشخاص به سؤال آخر پاسخ «بله» می‌دهند. آن‌ها خط‌مشی دانشگاه در مورد پذیرش دانشجو را به این معنی در نظر می‌گیرند که دانشجویانی پذیرفته می‌شوند که:

در ۳۰ درصد نمرات بالا قرار داشته باشند.
یا امتحان ورودی را گذرانده باشند،
یا هر دو.

اما اکنون گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

آدام قهوه یا چای می‌خواهد.

آیا تصور می‌کنید که آدام قهوه و چای هر دو را می‌خواهد؟ (۲۷) بله/ نه. اغلب اشخاص انتظار دارند که آدام اگر قهوه به دست آورد خوشحال شود یا اگر چای به دست آورد خوشنود شود، اما در صورتی که هر دو را به دست آورد متعجب شاید مشمئز شود. به این ترتیب به نظر می‌رسد که گزاره در مورد خط‌مشی دانشگاه در مورد پذیرش دانشجو، در طرح، به معنی:

P یا Q یا هر دو

باشد، در حالی که به نظر می‌رسد که گزاره در مورد نوشیدنی آدم به معنی (۲۸) **P یا Q یا هر دو/P یا Q** اما نه هر دو باشد.

مثال‌های حتی واضح‌تری در مورد **P یا Q** اما نه هر دو وجود دارد. مثلاً "آموزگار کودک دبستانی‌یی که به علت مراسم تدفین مادر بزرگش سعی در انجام ندادن تکالیف و نیامدن يك روز به مدرسه دارد، ممکن است چنین بگوید:

اجازه داده می‌شود که يك روز به مدرسه نیائی یسا از تکلیف مدرسه معاف باشی.

در این صورت آیا کودک می‌تواند به مدرسه نیاید و از انجام تکالیف اجتناب کند؟ (۲۹) **بله/نه**. اغلب اشخاص، از جمله آموزگار، خواهند گفت که کودک مجاز به انجام این یا آن اما نه هر دو کار بوده است.

به این ترتیب، آشکار می‌شود که برای «یا» (۲۰) **يك/دو/سه** معنی توسط مثال‌های در فوق توضیح داده شده موجود است. در **يك** مفهوم، **P یا Q** به معنی «**P یا Q یا هر دو**» می‌باشد، و در مفهوم دیگر، به معنی (۳۱) ————— می‌باشد.

مفهوم «یا» جایی که «**P یا Q**» به معنی «**P یا Q اما هر دو**» می‌باشد، (۳۲) **جامع/مانع** حالت «هر دو» است. در نتیجه، این مفهوم به مفهوم جامع «یا» موسوم است.

مفهوم «یا» جایی که «**P یا Q**» به معنی «**P یا Q اما نه هر دو**» می‌باشد، (۳۳) **جامع/مانع** حالت «هر دو» است، و در نتیجه، این مفهوم مفهوم (۳۴) **جامع/مانع** «یا» نامیده می‌شود.

موارد استعمال جامع «یا» بر مفهوم دیگر غلبه دارد. بنابراین، این قرارداد را می‌پذیریم که، «یا» به مفهوم جامع خوانده می‌شود، مگر آنکه

دلیل خوبی برای خلاف این کار در دست باشد. در این صورت قصد ما این است که «یا» را به معنی (۳۵) P یا Q یا هر دو P/Q یا Q اما نه هر دو درک کنیم.

رمی‌ها برای «یا» ی یکتای ما عملاً دو کلمه متفاوت داشتند، و کلمه «aut» را به مفهوم مانع، و کلمه «vel» را به مفهوم جامع به کار می‌بردند. بدین ترتیب کلمه «vel» در لاتین به معنی (۳۶) P یا Q اما نه هر دو P/Q یا Q یا هر دو است. به همین علت، حرف «v»، حرف اول کلمه لاتین (۳۷) — را برای قرار گرفتن به جای مفهوم جامع «یا» در نظر می‌گیریم. بدین ترتیب

$P \vee Q$

به جای (۳۸) P یا Q یا هر دو P/Q یا Q اما نه هر دو قرار می‌گیرد. در علامت گذاری مان، خط تیره، که به صورت «-» نوشته می‌شود، به جای (۳۹) $و/یا/نه$ قرار دارد. حرف «v» شبیه (۴۰) پرچم/خړك/گوه/نعل اسب به نظر می‌رسد، و به همین جهت، آن را گدوه یا فاصل می‌نامیم. علامت فاصل به جای (۴۱) مفهوم جامع «یا»/مفهوم مانع «یا» قرار دارد.
گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

جوزف شناگر یا دونده است.

رابط گزاره فوق چیست؟ (۴۲) _____ . مؤلفه‌های مبنائی، به طور کامل، چیستند؟ (۴۳) _____

(۴۴) آیا این گزاره در صورتی که جوزف شناگر باشد راست است؟ بله/نه

(۴۵) آیا این گزاره در صورتی که جوزف دونده باشد راست است؟ بله/نه.

(۴۶) آیا این گزاره در صورتی که جوزف چنان قهرمان خوبی باشد که هم شناگر هم دونده باشد راست است؟ بله/نه.

(۴۷) آیا این گزاره در صورتی که جوزف نه شناگر، نه دونده، بلکه چلاق

باشد راست است؟ بله/ نه.

اگر «یا» را همان گونه که تعلیم داده شد به مفهوم (۴۸) جامع/ مانع خوانده باشید، به ۴۴، ۴۵، ۴۶ پاسخ «بله»، و به ۴۷ پاسخ «نه» داده اید. به این ترتیب این چهار سؤال (۴۹) يك/ دو/ سه/ چهار/ پنج امکان متفاوت را توضیح می دهند. در سه امکان اول، گزاره:

جوزف شناگر یا دونده است.

(۵۰) راست/ دروغ است. گزاره فوق تنها، وقتی (۵۱) یکی از دو/ هر دو مؤلفه دروغ است، یعنی وقتی جوزف نه دونده نه شناگر است، دروغ است.

(۵۲) آیا اگر P راست باشد P یا Q راست است؟ بله/ نه.

(۵۳) آیا اگر Q راست باشد P یا Q راست است؟ بله/ نه.

(۵۴) آیا اگر هم P هم Q ، T باشد P یا Q راست است؟ بله/ نه.

(۵۵) آیا اگر هم P هم Q ، دروغ باشد P یا Q راست است؟ بله/ نه.

$F, P \vee Q$ است اگر و تنها اگر هم P, Q, F باشد.

حقایق فوق در جدول زیر نمایش داده شده اند:

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

تنها يك امکان ترکیب ارزش‌های راستی P و Q که در آن $P \vee Q$ ارزش F می‌گیرد موجود است. و آن هنگامی است که P (۵۶) و Q (۵۷) ——— باشد. امکان مورد بحث توسط سطر (۵۸) اول/دوم/سوم/چهارم جدول ارزش فوق مشخص شده است.

اگر $P \vee Q$ ارزش F بگیرد، در این صورت P ارزش (۵۹) ——— و Q ارزش (۶۰) ——— می‌گیرد.

مطابق سطر اول این جدول، اگر P, T و Q (۶۱) ——— باشد، در این صورت $P \vee Q$ (۶۲) ——— است.

مطابق سطر دوم، هنگامی که P (۶۳) ——— و Q (۶۴) ——— باشد، $P \vee Q$ (۶۵) ——— است.

مطابق سطر سوم، چون P (۶۶) ——— و Q (۶۷) ——— باشد، $P \vee Q$ (۶۸) ——— است.

مطابق با سطر چهارم و آخرین سطر، چون P (۶۹) ——— و Q (۷۰) باشد، $P \vee Q$ (۷۱) ——— است. این سطر (۷۲) چهارمین/تنها وضعیتی است که در آن $P \vee Q, F$ است.

بعضی اشخاص مایلند سطور جدول ارزش را به‌عنوان نمایش‌دهندهٔ امکانات متفاوت در نظر آورند. برای این که در این مورد مثالی واقعی بیاوریم، فرض می‌کنیم:

P : بناهایی که از بتون آرمه استفاده می‌کنند.

Q : ساختمان طی زلزله فروخواهد ریخت.

در این صورت گزارهٔ $P \vee Q$ ، چون به‌طور کامل نوشته شود، عبارت است از:

(۷۳)

سطر اول جدول ارزش این احتمال که P و Q هر دو راست باشند را

نمایش می‌دهد. بناها بتون آرمه بدکار می‌برند، اما با این همه، ساختمان طی زلزله فرومی‌ریزد. این يك احتمال (دور) است.

سطر دوم احتمال دیگر، یعنی، احتمال این که P ، T و Q باشد را F نمایش می‌دهد. این احتمال، احتمال این است که بناها از بتون آرمه استفاده کنند، و ساختمان، طی زلزله بعدی فرو (۷۴) ریزد/ نریزد.

سطر سوم (۷۵) ————— احتمال سوم، یعنی احتمال این که P (۷۶) ————— و Q (۷۷) ————— باشد را نمایش می‌دهد، و این، احتمال این است که بناها از بتون آرمه استفاده (۷۸) کنند/ نکنند، و ساختمان، طی زلزله بعدی، فرو (۷۹) ریزد/ نریزد.

سطر چهارم، چهارمین و آخرین احتمال، یعنی (۸۰) ————— این که P (۸۱) ————— و Q نیز (۸۲) ————— باشد را نمایش می‌دهد، و این همان پیش‌آمد خوب است که ساختمان با بتون آرمه ساخته نشده باشد، و با این همه طی زلزله فرو (۸۳) ریزد/ نریزد. تنها احتمالی که در آن گزاره:

بناها از بتون آرمه استفاده می‌کنند یا ساختمان طی زلزله فرو خواهد ریخت.

دروغ است کدام است؟ (۸۴) ۴/۳/۲/۱.

سرانجام به‌رابط «و» توجه می‌کنیم، و در زیر مثالی از مورد استفاده این رابط می‌آوریم:

جوزف شغلی خوب و همسری زیبا دارد.

«و» را با دایره مشخص کنید. مؤلفه‌های منبایی، به‌طور کامل، چیستند؟ (۸۵)

آیا این گزاره در صورتی که جوزف شغل حقیر کم‌درآمدی در محیطی ناراحت که در آن کاری خسته‌کننده که شانس پیشرفت هم ندارد انجام می‌دهد، داشته

باشد راست است؟ (۸۶) بله/نه. آیا در صورتی که جوزف زن زشتی داشته باشد راست است؟ (۸۷) بله/نه.

آیا درست است که بگوئیم گزارهٔ فوق فوق راست است اگر و تنها اگر جوزف شغل خوب و همسرزیبا، هر دو را داشته باشد؟ (۸۸) بله/نه.

در حالت کلی، گزارهٔی به صورت P و Q راست است اگر و تنها اگر P و Q هر دو راست باشند. اگر یکی یا دیگری F باشد، در این صورت کل گزاره F/T (۸۹) است.

جدول ارزش زیر در مورد «و» را تکمیل کنید.

	P	Q	$P \& Q$
۱	T	T	
۲	T	F	
۳	F	T	
۴	F	F	

در جدول فوق، $P \& Q$ را تنها در سطر (۹۰) $۴/۳/۲/۱$ ، T به دست

می آورید، و در هر سطر دیگر ارزش این گزارهٔ مرکب F/T (۹۱) می شود. توجه داشته باشد که کلمهٔ «و» را با علامت (برای خوانندهٔ انگلیسی زبان) آشنای $\&$ مختصر کردیم. این علامت به عاطف^۱ موسوم است. به این ترتیب، فاصل

به جای (۹۲) _____، خط تیره به جای (۹۳) _____
و عاطف به جای (۹۴) _____ قرار می گیرد.

بار دیگر می توانیم راجع به جدول فوق به عنوان نشان دهندهٔ احتمالات

گوناگون بیندیشیم. اگر چیزی در مورد شغل یا همسر جوزف ندانیم، امکان دارد که شغل خوب و همسری زیبا داشته باشد. این امکان همان احتمال توسط

سطر (۹۵) $۴/۳/۲/۱$ جدول فوق مشخص شده، است، یعنی این احتمال که گزاره مرکب:

جوزف شغلی خوب و همسری زیبا دارد.

(۹۶) F/T باشد. احتمال مذکور (۹۷) تنها/دومین احتمالی است که در آن گزاره مرکب فوق T است.

سطردوم درمورد این احتمال است که در آن جوزف شغلی خوب اما زنی زشت دارد (یا عزب است). یعنی، P ، (۹۸) — و Q (۹۹) — است. در این صورت $P \& Q$ (۱۰۰) — است.

سطر سوم موردی است که در آن P (۱۰۱) —، و Q (۱۰۲) — و $P \& Q$ (۱۰۳) — است. این حالت به فارسی ساده حالتی است که جوزف شغل خوبی (۱۰۴) دارد/ندارد؛ اما زن زیبایی (۱۰۵) دارد/ندارد. در چنین وضعیتی، گزاره مرکب دروغ است.

در این جا به تفاوت بین فاصل و عاطف توجه کنید: تنها يك سطر وجود دارد که در آن $P \vee Q$ (۱۰۶) — است و تنها يك سطر که در آن $P \& Q$ (۱۰۷) — است. F ، $P \vee Q$ است، اگر و تنها اگر P و Q هر دو (۱۰۸) — باشند؛ $P \& Q$ ، T است اگر و تنها اگر P و Q هر دو (۱۰۹) — باشند. در این مورد نوعی تقارن وجود دارد که بعداً از آن استفاده خواهیم کرد، اما در این مرحله فاصل و عاطف را با یکدیگر اشتباه نکنید.

اکنون يك جدول برای هر سه را بطرسم می کنیم. در پر کردن ستون زیر $P \vee Q$ ؛ گذاشتن F در تنها سطری که در آن $P \vee Q$ ، F است، یعنی سطری که در آن P (۱۱۰) — و Q (۱۱۱) — است، و سپس پر کردن بدون فکر سطور دیگر با T ، در وقت صرفه جویی می کند.

به همین ترتیب، در پر کردن ستون زیر $P \& Q$ ، ابتدا سطری که در آن $P \& Q$ ، T است، یعنی سطری که در آن P و Q هر دو (۱۱۲) — اند را می یابیم، و بعد قسمت های باقیمانده را بدون فکر با F/T (۱۱۳) پر می کنیم

(۱۱۴)

P	Q	$P \vee Q$	$P \& Q$	$\neg P$	$\neg Q$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

در این جا آخرین مورد احتیاط کردن را می آوریم. پیش از این به دو مفهوم کلمه «یا» توجه کردیم، و از «و» چنانکه همواره به یک معنی است سخن رانیدیم. اما گاهی اوقات این کلمه برای این کسه به معنی «و بعد» باشد به کار می رود. در این مورد مثالی می آوریم:

لیدیا ازدواج کرد و بچه دار شد.

لیدیا بچه دار شد و ازدواج کرد.

اشخاص بسیاری خواهند گفت که این دو گزاره معانی کاملاً متفاوتی دارند.

ولی ما در این مورد از استفاده از «و» به معنی «و بعد» چشم می پوشیم.

در گزاره به صورت « P یا Q »، « P » و « Q » منفصل هائی^۱ متفاوت اند و گزاره یی با فاصل مرکزی به ترکیب فصلی^۲ موسوم است. گزاره به صورت « P و Q »، « P » و « Q » را وصل یا عطف می کند و به همین مناسبت ترکیب عطفی^۳ نامیده می شود. مؤلفه های این گزاره منعطف^۴ نامیده می شوند. در زیر ترکیب عطفی را با دایره مشخص کنید و زیر ترکیب فصلی خط بکشید:

(۱۱۵) او ثروتمند یا نیرومند است.

1: alternatives

2: alternation

3: conjunction

4: conjunct

(۱۱۶) او ثروتمند و نیرومند است.

جدول زیر را تکمیل کنید:

(۱۱۷)

P	Q	$P \vee Q$	$Q \vee P$	$P \& Q$	$Q \& P$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

آیا ستون زیر « $P \vee Q$ » تفاوتی با ستون زیر « $Q \vee P$ » دارد؟ (۱۱۸) بله/ نه.
 بنابراین، ترتیب منفصل‌ها به دور فاصل برای ارزش راستی ترکیب فصلی
 بی اهمیت (۱۱۹) است/ نیست.

آیا ستون زیر « $P \& Q$ » تفاوتی با ستون زیر « $Q \& P$ » دارد؟ (۱۲۰)
 بله/ نه. بنابراین، ترتیب منعطف‌ها به دور عاطف برای ارزش راستی ترکیب
 عطفی مهم (۱۲۱) است/ نیست.

همانطور که مثال بجهٔ لیدیا نشان می‌دهد، ترتیب منعطف‌ها به دور «و»
 در زبان فارسی می‌تواند دارای اهمیت باشد. به این ترتیب تا این جا، علامت
 گذاری‌مان نسبت به زبان فارسی ایده‌آلی است. نیز، ترتیب منفصل‌ها به دور
 «یا»، همان‌طور که در تباین زیر نشان داده شده، می‌تواند در زبان فارسی
 مهم باشد:

آن‌ها از بتون آرمه استفاده خواهند کرد یا ساختمان فرو خواهد
 ریخت.

ساختمان فرو خواهد ریخت یا آن‌ها از بتون آرمه استفاده خواهند کرد.

مورد اول معنی دارتر از مورد اخیر است، زیرا در آن منفصل اول راهی برای جلوگیری از راست در آمدن منفصل دوم مطرح می‌کند؛ در حالی که این مطلب را در مورد گزاره دوم نمی‌توان گفت. ولی ما در علامت گذاری مان به این اختلافات جزئی توجهی نخواهیم کرد.

مفهوم ترکیب فصلی را می‌توان در زبان فارسی با «یا» و با «یا این، یا آن» بیان کرد. بنابراین « P یا Q » و «یا P یا Q » را با به کار بردن یکسان فاصل، به صورت (۱۲۲) ————— نمایش می‌دهیم.
گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

آن‌ها بتون آرمه به کار بردند اما ساختمان فروریخت.

در این جا رابط عبارت است از (۱۲۳) —————. در گزاره زیر:

آن‌ها بتون آرمه به کار بردند و ساختمان فروریخت.

رابط (۱۲۴) ————— است. دو گزاره فوق تفاوت اندکی دارند: گزاره اول از این که ساختمان، بعد از این که بتون آرمه در آن به کار برده شده فروریخته، اظهار تعجب می‌کند. اما ارزش‌های راستی گزاره‌ها مطمئناً (۱۲۵) یکسان/متفاوت اند. بنا بر این، هم «اما» هم «و» را با استفاده از (۱۲۶) فاصل/عاطف علامتی می‌کنیم.

۱۲

Truth Tables

جداول ارزش

در این فصل نشان می‌دهیم که چگونه از جداول ارزش برای امتحان درستی بعضی از استدلال‌ات استفاده کنیم.

فصل قبل را با استدلال درست:

جوزف در خانه یا در دفتر کارش است.

جوزف در خانه نیست.

بنابراین، جوزف در دفتر کارش است.

آغاز کردیم. با فرض P : جوزف در خانه است؛ Q : جوزف در دفتر کارش است، صورت این استدلال را، با استفاده از فاصل و علامت نقیض مشخص کنید:

(۱)

انتظار داریم صورت فوق يك صورت استدلالی درست باشد. یعنی، هر تعبیر

از حروف «P» و «Q» باید استدلالی (۲) درست/ نادرست به دست دهد. در يك استدلال درست، هنگامی که تمام مقدمات راستند، نتیجه نیز، باید (۳) _____ باشد. اگر امکان داشته باشد که مقدمات T باشند و نتیجه F باشد، در این صورت استدلال (۴) درست/ نادرست است. نمودارهای ون (۵) مثال نقض/ روش تشخیص درستی قیاس را به دست می دهند. یعنی، روش مکانیکی تحقیق در مورد این که صورت قیاسی بی استدلالی درست است یا خیر را مشخص می کنند. ثابت می شود که جداول ارزش روش تشخیص درستی استدلالات شبیه استدلال مذکور در فوق را به دست می دهند.

با استفاده از نمودارهای ون، نمودارهای مقدمات را رسم، و ملاحظه می کنیم که نتیجه بر نمودارهای مقدمات راست هست یا خیر. اکنون جدول ارزش را رسم می کنیم:

		مقدمه اول	مقدمه دوم	نتیجه
P	Q	$P \vee Q$	$\neg P$	Q
T	T	T	F	T
T	F	T	F	F
F	T	T	T	T
F	F	F	T	F

این سؤال را مطرح می کنیم که، آیا امکان دارد که مقدمات راست باشند و نتیجه دروغ باشد؟ جدول مان هر ترکیب ممکن متفاوت ارزش های راستی P و Q را نشان می دهد. هر سطر جدول ارزش فوق احتمالی را نمایش می دهد. به عنوان مثال، سطر اول، این احتمال که P، T، Q، T باشد

را نشان می‌دهد. احتمال مذکور در تعبیری که در آن P : جوزف در خانه است؛ Q : جوزف در دفتر کارش است، باشد، این است که جوزف هم در خانه هم در دفتر کارش (دفتر کارش در خانه خودش است) باشد.

سطردوم این احتمال که P ، T و Q باشد را نمایش می‌دهد. این احتمال در تعبیر ما چیست؟

_____ (۶)

سطر سوم این (۷) _____ را که P (۸) _____ و Q

(۹) _____ باشد را نمایش می‌دهد. این احتمال در تعبیر ما چیست؟

_____ (۱۰)

توسط سطر چهارم چه احتمالی نمایش داده شده است؟ P (۱۱) _____

و Q (۱۲) _____ است. این احتمال در تعبیر ما چیست؟

_____ (۱۳)

در احتمال اول: P ، T و Q است. در این صورت ارزش راستی

مقدمه اول، یعنی $P \vee Q$. چیست؟ (۱۴) _____ . ارزش راستی مقدمه دوم،

P —، چیست؟ (۱۵) _____ . آیا در این وضعیت هر دو مقدمه راستند؟ (۱۶)

بله/نه. آیا در سطر دوم هر دو مقدمه راستند؟ (۱۷) بله/نه. آیا در سطر سوم

هر دو مقدمه راستند؟ (۱۸) بله/نه. آیا در سطر چهارم هر دو مقدمه راستند؟

(۱۹) بله/نه. به این ترتیب تنها یک سطر که در آن هر دو مقدمه ارزش T

می‌گیرند موجود است. این سطر سطر (۲۰) _____ است، که در آن P

(۲۱) _____ و Q ، T است. آیا نتیجه استدلال در سطر سوم T است؟ (۲۲)

بله/نه.

آیا ملاحظه زیر صحیح است؟ (۲۳) بله/نه.

نتیجه استدلال در هر سطر که تمام مقدمات T اند T است.

این ملاحظه بد این علت صحیح است که (۲۴) $یک/دو/سه/چهار$ سطر وجود

دارد که در آن تمام مقدمات T اند. در این سطر (سطر ۳) نتیجه (۲۵)

است.

ملاحظه فوق را می‌توان در عبارات دیگر چنین بیان کرد:

در هر احتمالی که در آن تمام مقدمات T اند، نتیجه نیز T است.

آیا گزاره زیر نیز گزاره دیگری از این حقیقت است؟ (۲۶) $بله/نه$.

احتمال راست بودن تمام مقدمات درحالی که نتیجه دروغ باشد نیست.

در این صورت استدلالی درست است که ممکن نباشد که تمام مقدماتش (۲۷) $_____$ باشند درحالی که نتیجه‌اش (۲۸) $_____$ است. به این ترتیب جدول ارزش فوق نشان می‌دهد که استدلال مورد بحث (۲۹) $درست/نادرست$ است.

استدلالی نادرست است که در جدول ارزش سطری که در آن تمام مقدمات T باشند و نتیجه F باشد موجود باشد.

استدلالی درست است که در هر سطری که تمام مقدماتش T اند نتیجه‌اش T باشد.

هم‌اکنون نشان دادیم که صورت استدلالی:

P یا Q .

نه P .

بنا بر این، Q .

درست است. اینک جدول ارزش زیر را برای ملاحظه این که صورت استدلالی P یا Q ، $—Q$ ، بنا بر این P درست است یا خیر، تکمیل کنید:

(۳۰)

P	Q	$P \vee Q$	$\neg Q$	P
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

آیا استدلال فوق درست است؟ (۳۱) بله/نه.

درمقابل، صورت استدلالی مشابه به نظر آینده زیر را در نظر می گیریم:

$$.P \vee Q$$

$$.P$$

$$.Q$$

و

$$.P \vee Q$$

$$.Q$$

$$.P$$

رسم جدول ارزش اولی درست چپ جدول زیر انجام شده است.

	P	Q	$P \vee Q$	P	Q	$P \vee Q$	Q	P
۱	T	T	T	T	T			
۲	T	F	T	T	F			
۳	F	T	T	F	T			
۴	F	F	F	F	F			

در مورد اولین صورت استدلالی، دوسطر در جدول ارزش موجود است که در آن‌ها هر دو مقدمه راستند. سطرهای مورد بحث کدامند؟ (۳۲) $۴/۳/۲/۱$ در سطر اول، هر دو مقدمه T اند، و نتیجه T است. آیا این موضوع نشان می‌دهد که صورت استدلالی درست است؟ (۳۳) $بله/نه$. در سطر دوم، هر دو مقدمه T اند و نتیجه F است. آیا این نشان می‌دهد که صورت استدلالی نادرست است؟ (۳۴) $بله/نه$.

بدین ترتیب، جدول ارزش فوق مشخص می‌کند که اولین صورت گزاره‌ی نادرست است. اکنون، با استفاده از قسمت‌هایی که درست است جدول فوق معین شده، جدول ارزش صورت استدلالی دیگر را رسم کنید. آیا صورت استدلالی دوم درست است؟ (۳۵) $بله/نه$. این مثال‌ها قاعده استنتاج^۱ زیر را مطرح می‌کنند:

« $P, P \vee Q$ ، بنا بر این Q » درست است.

« $P \vee Q, -Q$ ، بنا بر این P » درست است.

اغلب میل داریم چیزهایی مانند «...، بنا بر این — — — درست است» را بنویسیم. این کار را با نوشتن علامت « \vdash » بین مقدمه و نتیجه انجام می‌دهیم. می‌نویسیم:

$$P \vee Q, -P \vdash Q$$

که بدین معنی است که «صورت استدلالی $\langle P \vee Q, -P \rangle$ ، بنا بر این Q » درست است». بگوئید « $P \vee Q, -Q \vdash P$ » به چه معنی است؟ (۳۶)

(۳۷) آیا راست است که: $P \vee Q, -Q \vdash P$ ؟ $بله/نه$.

(۳۸) آیا راست است که: $P \vee Q, -P \vdash Q$ ؟ $بله/نه$.

1. rule of inference

(۳۹) آیا راست است که: $P \vee Q, P \vdash Q$ ؟ بله/نه.

(۴۰) آیا راست است که: $P \vee Q, Q \vdash P$ ؟ بله/نه.

برای پیدا کردن این که $P \vee Q, Q \vdash \neg P$ راست است یا نه جدول ارزشی رسم کنید:

(۴۱)

P	Q	$P \vee Q$	Q	$\neg P$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

(۴۲) آیا راست است که: $P \vee Q, Q \vdash \neg P$ ؟ بله/نه. راست نیست که:

$P \vee Q, Q \vdash \neg P$. و این بدین معنی است که (A یا B را علامت بزنید):

(۴۳) A. صورت استدلالی « $P \vee Q, Q$ ، بنا بر این $\neg P$ » درست است. B.

صورت استدلالی « $P \vee Q, Q$ ، بنا بر این $\neg P$ » درست نیست. راست نیست

که: $P \vee Q, P \vdash \neg Q$. این به چه معنی است؟ (۴۴)

تاکنون برای گزاره‌هائی که تنها از یک رابط استفاده کرده‌اند جدول

ارزش رسم کرده‌ایم. اما فرض می‌کنیم از ما خواسته باشند که

$$\neg P \vee Q, P \vdash Q$$

برقرار است یا خیر. در این صورت یک گزاره با دو رابط داریم. (۴۵) این

گزاره و هر یک از رابط‌های واقع در آن را با دایره مشخص کنید.

$\neg P \vee Q$ را با در نظر گرفتن این که فاصل، رابط مرکزی گزاره، که

دو منفصل، یعنی $P - Q$ را، به هم مربوط می‌کند، باشد، تفسیر می‌کنیم. منفصل‌های واقع در « $P \vee Q$ » کدامند؟ (۴۶) — و (۴۷) — . منفصل‌های واقع در « $P \vee -Q$ » کدامند؟ (۴۸) — و (۴۹) — . منفصل‌های واقع در « $-P \& -Q$ » کدامند؟ (۵۰) — و (۵۱) — .

در رسم جدول طرحی چون $P \vee Q -$ که در آن دو رابط موجود اند، بهترین کار این است که به طریق سیستماتیک عمل کنیم. دو منفصل عبارتند از (۵۲) — و (۵۳) — . بنابراین ارزش راستی کسل ترکیب از ارزش این دو منفصل استخراج می‌شود. اما ارزش راستی $P -$ خود از جدول ارزش P معین می‌شود. لذا جدول زیر را رسم می‌کنیم. اگر در تکمیل این جدول اشکالی دارید، دستورات زیر را بخوانید.

	P	Q	$-P$	$-P \vee Q$
۱	T	T		
۲	T	F		
۳	F	T		
۴	F	F		

در آخرین ستون جدول فوق باید TFFT به دست آورده باشید. اگر در به دست آوردن این نتیجه اشکالی نداشته‌اید، بند بعد را حذف کنید، و در غیر این صورت، آن را بخوانید.

ستون مربوط به $-P$ دقیقاً مقابل ستون مربوط به P ، یعنی FFFT است. آن را پر کنید. اکنون ستون مربوط به $P \vee Q -$ را به طریق زیر پر می‌کنیم. می‌دانیم که ترکیب فصلی ارزش F می‌گیرد اگر تنها اگر (۵۴) هر دو منفصل دروغ باشند / یک منفصل دروغ باشد. منفصل‌های $P \vee Q -$

اظهارات صحیح را با دایره مشخص کنید: $۶۴/۶۵/۶۶$.
 آیا راست است که $P \vdash P$ و $P \vdash \neg P$ ؟ (۶۷) —
 پاسخ را با تکمیل جدول زیر تحقیق کنید:

P	$\neg P$	$\neg\neg P$
T		
F		

آیا بین ستون زیر P و ستون زیر $\neg\neg P$ تفاوتی موجود است؟ (۶۸)
 بله/نه. ارزش‌های راستی P و $\neg P$ — همواره (۶۹) یکسان/متفاوت‌اند.
 درحالی‌که ارزش‌های راستی P و $\neg\neg P$ — همواره (۷۰) یکسان/متفاوت‌اند.
 P و $\neg\neg P$ ، به‌خاطر این‌که به‌این طریق معادلند، منطقاً معادل نامیده می‌شوند.

اکنون فرض می‌کنیم گزاره P ثنی داریم. نقیض P با نوشتن (۷۱)
 خط تیره/فاصل در جلو آن، با حاصل: (۷۲) — نوشته می‌شود. نقیض
 $\neg P$ — به‌نوبت خود با نوشتن خط‌تیره در جلو آن، با حاصل: (۷۳) —
 به‌دست می‌آید. اما، این نتیجه منطقاً معادل P است. بنابراین، کاربردمان از
 کلمه «نقیض» راست‌کرد، می‌گوئیم که P — نقیض P است، و یا $\neg\neg P$ —
 یا P نقیض P — می‌باشد.

(۷۴) آیا Q نقیض $\neg\neg Q$ — است؟ بله/نه.

(۷۵) آیا Q — نقیض Q است؟ بله/نه.

(۷۶) آیا Q نقیض $\neg P$ — است؟ بله/نه.

(۷۷) آیا Q نقیض $\neg Q$ — است؟ بله/نه.

مثال‌هایی چون ۶۴ و ۶۶ نشان می‌دهند که در این مورد می‌توانیم قاعده استنتاج کا ملا^۲ کلی‌بی بیان کنیم:

از هر ترکیب فصلی، به اضافه نقیض یکی از منفصل‌ها، می‌توانیم منفصل دیگر را استنتاج کنیم.

کدام يك از موارد زیر امثله این قانونند؟ گزاره‌های صحیح را با علامت درست (\checkmark) مشخص کنید، و گزاره‌های ناصحیح را خط بزنیید.

$$-P, P \vee -Q \vdash Q \text{ — (۷۸)}$$

$$-P, Q \vee P \vdash Q \text{ — (۷۹)}$$

$$P, -P \vee Q \vdash Q \text{ — (۸۰)}$$

$$-P, -Q \vee P \vdash -Q \text{ — (۸۱)}$$

$$-Q, -Q \vee -P \vdash P \text{ — (۸۲)}$$

$$-Q, Q \vee -P \vdash P \text{ — (۸۳)}$$

در زیر مکان‌های خالی را تکمیل کنید.

$$P, -P \vee Q \vdash \text{ — (۸۴)}$$

$$-Q \vee P, -P \vdash \text{ — (۸۵)}$$

$$Q \vee P, -P \vdash \text{ — (۸۶)}$$

$$\text{ — , } -P \vdash Q \text{ (۸۷)}$$

کدام يك از موارد زیر صحیح‌اند؟

$$\text{ — } -P \vdash P \text{ — (۸۸)}$$

$$-P \vdash \text{ — } -P \text{ — (۸۹)}$$

$$-P \vdash \text{ — } -P \text{ — (۹۰)}$$

$$\text{ — } -P \vdash P \text{ — (۹۱)}$$

$$- - P \vdash - P \quad (۹۲)$$

$$- - - - P \vdash - - - P \quad (۹۳)$$

بحث را با چند قاعده استنتاج دیگر خاتمه می‌دهیم. فرض می‌کنیم شرط بسته‌اید که اسب مسابقه رخس در مسابقه بعدی اول یا دوم خواهد شد. در این صورت اگر اول شود برنده می‌شود. آیا در صورتی که دوم شود برنده می‌شوید؟ (۹۴) بله/نه. به این ترتیب، در صورتی که اسب اول شود، اول یا دوم شده است. واگردد دوم شود، اول یا دوم شده است. بنابراین انتظار می‌رود که موارد زیر راست باشند:

$$P \vdash P \vee Q \quad \text{و} \quad Q \vdash P \vee Q$$

از طرف دیگر، از این گزاره که اسب اول یا دوم شده، (۹۵) می‌توانید/نمی‌توانید استنتاج کنید که اول شده است، بنابراین صورت استدلالی « $P \vee Q$ ، بنا بر این P » (۹۶) درست/نادرست است. بر ورقه کاغذ خودتان جداول ارزشی برای بررسی موارد زیر رسم کنید:

$$Q \vdash P \vee Q \quad (۹۷)$$

(۹۸) صورت استدلالی « $P \vee Q$ ، بنا بر این Q » نادرست است.

از طرف دیگر، در صورتی که اسب در مسابقه اول سوم و در مسابقه پنجم آخر شود، می‌توانید استنتاج کنید که اسب در مسابقه پنجم آخر شده است. اما از این واقعیت که در مسابقه پنجم آخر شده، نمی‌توانید نتیجه بگیرید که در مسابقه پنجم آخر و در مسابقه اول سوم شده است. در زیر گزاره‌های صحیح را با علامت درست (\checkmark) مشخص کنید و گزاره‌های ناصحیح را خط بزنید:

$$P \vdash P \& Q \quad \text{—} \quad (۹۹)$$

$$P \& Q \vdash P \quad \text{—} \quad (۱۰۰)$$

$$P \& Q \vdash Q \quad \text{—} \quad (۱۰۱)$$

توجه داشته باشید که ترتیب منطقی‌ها در ترکیب عطفی و ترتیب

منفصل‌ها در ترکیب فصلی در مورد ارزش راستی بی‌اهمیت است. (۱۰۲)
جداول ارزشی برای تحقیق در این که $P \vee Q$ و $Q \vee P$ منطقیاً معادلند رسم کنید.

سرانجام، در صورتی که گزاره‌ی بیشتر از گزاره‌ی دیگر اطلاع دهد می‌گوئیم که آن گزاره از گزاره‌ی دوم قوی‌تر است. به این ترتیب P در صورتی که مستلزم Q باشد اما Q مستلزم P نباشد، از Q قوی‌تر است. آیا اگر P قوی‌تر از Q باشد، استدلال « P ، بنا بر این Q » درست است؟ (۱۰۳) بله/ نه. آیا اگر P قوی‌تر از Q باشد، راست است که $P \vdash Q$ ؟ (۱۰۴) بله/ نه. (۱۰۵)
جداولی ارزشی رسم کنید که نشان دهند که $P \& Q$ از $P \vee Q$ قوی‌تر است. آیا راست است که $P \& Q$ از $Q \vee P$ قوی‌تر است؟ (۱۰۶) بله/ نه.

در زیر اظهارات صحیح را با علامت درست (\checkmark) مشخص کنید و موارد

ناصحیح را خط بزنید:

(۱۰۷) — ترکیب عطفی F است اگر و تنها اگر هر دو منعطف F باشند.

(۱۰۸) — ترکیب فصلی F است اگر و تنها اگر یکی از منفصل‌ها F باشد.

(۱۰۹) — ترکیب فصلی F است اگر و تنها اگر هر دو منفصل F باشند.

(۱۱۰) — P و P — — منطقیاً معادلند.

(۱۱۱) — P و $\neg P$ — — منطقیاً معادلند.

(۱۱۲) — $P \vee Q \vdash P$

(۱۱۳) — $P \vdash P \& Q$

(۱۱۴) — $P \vdash P \vee Q$

(۱۱۵) — $P \vee Q \vdash Q \vee P$

(۱۱۶) — $Q, \neg Q \vee P \vdash P$

(۱۱۷) — $P \vdash P \vee \neg Q$

(۱۱۸) — $\neg P, Q \vee P \vdash \neg Q$

(۱۱۹) — $\neg P, Q \vee \neg P \vdash Q$

- (۱۲۰) $Q \& P \vdash P \vee Q$ —
- (۱۲۱) $Q \vee P$ و $P \vee Q$ منطقاً معادلند.
- (۱۲۲) $Q \& P$ و $P \& Q$ منطقاً معادلند.
- (۱۲۳) — منفصل‌های $-P \vee -Q$ ، P و Q هستند.
- (۱۲۴) — مؤلفه‌های مبنائی $-P \vee -Q$ ، P و Q هستند.
- (۱۲۵) — منفصل‌های $-P \vee -Q$ ، $-P$ و $-Q$ هستند.
- (۱۲۶) — « $P \vdash Q$ » به معنی « P ، بنا بر این Q » است.

De Morgan's Laws

قوانین دومورگان

در این فصل چگونگی تشکیل جداول ارزش پیچیده تر و کاربردشان در گسترش بعضی از تعادلات منطقی مهم را نشان می دهیم.

منفصل های $P \vee Q$ — عبارتند از (۱) — و (۲) — . منعطف های $P \& Q$ — عبارتند از (۳) — و (۴) — . علامت نقیض در جلو P تنها در مورد P به کار می رود. P — نقیض (۵) $P/P \vee Q$ است. اگر بخواهیم نقیض $P \vee Q$ را تشکیل دهیم این کار را با قرار دادن پرانتز به دور « $P \vee Q$ » و بعد نوشتن خط تیره در جلو آن انجام می دهیم: $(P \vee Q)$ — . نقیض $P \& Q$ چیست؟ (۶) — .

در پرانتز بندی نطق های معمولی روش های کم دقت تری در دست داریم. در این مورد دو گزاره زیر را مقایسه کنید:

A. او شنا گراست و دهنده نیست.

B. او هم شنا گره هم دهنده نیست.

این دو گزاره معانی (۷) یکسان/متفاوت دارند.

فرض می‌کنیم P : او شناگر است؛ Q : او دونده است، باشد. در این صورت گزاره‌های A و B را علامتی کنید:

(۸) A . _____

(۹) B . _____

توجه کنید که اگر او شناگر و دونده هر دو نیست، تا وقتی که شناگر نیست می‌تواند دونده باشد. آیا اگر دونده نباشد می‌تواند شناگر باشد. (۱۰) بله/نه. آیا می‌تواند هم شناگر هم دونده باشد؟ (۱۱) بله/نه. می‌تواند نه شناگر نه دونده باشد؟ (۱۲) بله/نه.

برای رسم جدول ارزش $(P \& Q)$ -، بهترین کار اقدام مرحله به مرحله است. ابتدا رسم جدول $(P \& Q)$ سپس نقیض آن را انجام می‌دهیم. بنابراین جدولی چون جدول زیر رسم و مکان‌های خالی آن را تکمیل کنید.

(۱۳)

P	Q	$P \& Q$	$-(P \& Q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	
F	F		

برای ملاحظه این که $-(P \& Q)$ و $P \& -Q$ معادل نیستند، جدول ارزش مورد اخیر را رسم کنید:

P	Q	$\neg Q$	$P \& \neg Q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

منعطف های $P \& \neg Q$ عبارتند از (۱۴) — و (۱۵) —. توجه کنید که Q منعطف نیست؛ منعطف مطلوب $\neg Q$ — است. در نتیجه، ستونی برای منعطف $\neg Q$ — رسم می کنیم. ترکیب عطفی T است اگر و تنها اگر هر دو منعطف آن (۱۶) — باشد. بنا بر این ستون های این منعطف ها، یعنی (۱۷) — و (۱۸) — را جستجو می کنیم، تا آنکه سطوری با دو منعطف T بیابیم؛ در این صورت در همان سطر برای ترکیب عطفی $P \& \neg Q$ (۱۹) — وارد می کنیم. جدول فوق را با پر کردن تمام سطور باقیمانده ترکیب عطفی با (۲۰) — تکمیل کنید. اکنون جداول را مقایسه می کنیم. آیا ستون زیر $(P \& Q)$ — در جدول قبل همان ستون زیر $P \& \neg Q$ در این جدول است؟ (۲۱) **بله/نه**. بنا بر این دو صورت گزاره معادل (۲۲) هستند/نیستند.

آیا انتظار دارید که $(P \& Q)$ — همان جدول ارزش $P \& Q$ — را داشته باشد؟ (۲۳) **بله/نه**. آیا پرانتزها دارای اهمیت اند؟ (۲۴) **بله/نه**.

آشکاراست که پرانتز بندی به اجتناب از ابهام کمک می کند. تفاوت بین $(P \& Q)$ — و $P \& Q$ — متناظر با تفاوت بین:

اوهم شناگر هم دونده نیست (او شناگر و دونده هر دو نیست).

اوشنا گرنیست، و او دونده است.

می باشد.

فرض می کنیم P : او قهرمان است؛ Q : او دانشمند است، باشد. تطبیق کنید:

- (۲۵) $\neg(P \& Q)$ — (a) او قهرمان و دانشمند است.
 (۲۶) $\neg P \& \neg Q$ — (b) او قهرمان نیست. اما دانشمند است.
 (۲۷) $P \& \neg Q$ — (c) او قهرمان است، اما دانشمند نیست.
 (۲۸) $\neg(\neg P \& Q)$ — (d) او هم قهرمان هم دانشمند نیست.
 (۲۹) $\neg\neg P \& Q$ — (e) او قهرمان نیست، و او دانشمند نیست.
 (۳۰) $\neg(\neg P \& \neg Q)$ — (f) او هم نه قهرمان هم دانشمند نیست.
 (۳۱) $\neg(P \& \neg Q)$ — (g) او هم قهرمان هم نه دانشمند نیست.
 (۳۲) $P \& Q$ — (h) او هم نه قهرمان هم نه دانشمند نیست.

برای ملاحظه این که هیچیک از عبارات ۲۵-۳۲ منطقاً معادل نیستند، جدول زیر را تشکیل دهید:

		۳۲	۲۹	۲۷	۲۶			
(۳۳)	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \& Q$	$\neg P \& Q$	$P \& \neg Q$	$\neg P \& \neg Q$
	T	T						
	T	F						
	F	T						
	F	F						

۲۵	۲۸	۳۱	۳۰
$-(P \& Q)$	$-(-P \& Q)$	$-(P \& -Q)$	$-(-P \& -Q)$

توجه داشته باشید که جدول فوق به طریق سیستماتیک مرتب شده است. برای انجام دادن $P \& Q$ ، انگشت روی ستون‌های P و Q بگذارید و هر گاه هر دو مؤلفه را T یافتید درستون $P \& Q$ (۳۴) — وارد کنید، و در هر سطر که با T پر نشده‌اید F بگذارید.

برای انجام $P \& Q$ — ستون‌های P و $-P$ را بیابید. در این صورت هر گاه هر دو مؤلفه را T یافتید در سطر متناظر آن در ستون $P \& Q$ — (۳۵) وارد کنید؛ و سطور باقی‌مانده را با (۳۶) — پر کنید.

به‌همین ترتیب ادامه دهید. برای پر کردن ستون $(P \& Q)$ —، دقیقاً مخالف ستون $P \& Q$ را بنویسید؛ و برای پر کردن ستون $(-P \& -Q)$ —، دقیقاً مخالف ستون (۳۷) — را قرار دهید.

آیا هیچکدام از عبارات ۲۵-۳۲ دارای ارزش‌های راستی یکسان در هر سطر هست؟ (۳۸) بله/نه.

بین فاصل و عاطف تقارن عظیمی موجود است، زیرا اغلب نکاتی که در عبارات ۳۸-۸ مطرح شده‌اند با فاصل تکرار می‌شوند. برای آغاز، به تفاوت بین دو گزاره زیر توجه می‌کنیم:

A. او یا شناگر است یا دهنده نیست.

و

B. او شناگر یا دونده نیست.

کدام يك از این دو معمولاً* با گزاره زیر بیان می شود؟

«او نه شناگر نه دونده است.» (۳۹) B/A

با فرض P : او قهرمان است؛ Q : او دانشمند است، تطبیق کنید:

(i) او یا قهرمان یا دانشمند است.	$(P \vee Q) \text{ ——— } (۴۰)$
(j) یا او قهرمان نیست، یا دانشمند است.	$\neg P \vee \neg Q \text{ ——— } (۴۱)$
(k) یا او قهرمان است، یا دانشمند نیست.	$P \vee \neg Q \text{ ——— } (۴۲)$
(l) یا او قهرمان نیست، یا دانشمند نیست.	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \text{ ——— } (۴۳)$
(m) او نه قهرمان نه دانشمند است.	$\neg P \vee \neg Q \text{ ——— } (۴۴)$
(n) او نه قهرمان است نه دانشمند نیست.	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \text{ ——— } (۴۵)$
(o) او نه، نه قهرمان است نه دانشمند است.	$\neg(P \vee \neg Q) \text{ ——— } (۴۶)$
(p) او نه، نه قهرمان است، نه، نه دانشمند است.	$P \vee Q \text{ ——— } (۴۷)$

تقارنات بین فاصل و عاطف بسیار عمیقند، در این مورد ابتدا، مفهوم تعادل منطقی را به یاد بیاورید. آن را بر حسب جداول ارزش به طریق زیر توضیح می دهیم: دو گزاره منطقاً معادلند اگر غیر ممکن باشد که در ارزش راستی اختلاف داشته باشند. به این ترتیب، اگر P و Q منطقاً معادل باشند، در این صورت هر گاه P ، T باشد، Q (۴۸) ——— است. هر گاه P ، F باشد Q (۴۹) ——— است. هر گاه Q ، T باشد P (۵۰) ——— است. هر گاه Q ، F باشد، P (۵۱) ——— است. اگر دو گزاره در هر سطر جدول ارزش دارای ارزش راستی یکسان باشند، در این صورت گزاره ها منطقاً (۵۲) ——— اند، و اگر سطرهای موجود باشد که در آن در ارزش های راستی مختلف باشند، در این

صورت (۵۳) ————— نیستند. آیا در صورتی که دو گزاره منطقی معادل باشند، می توانند هر دو در سطری ارزش F بگیرند؟ (۵۴) **بله/نه**. آیا P و P — — منطقی معادلند؟ (۵۵) **بله/نه**. آیا $P \vee Q$ و $Q \vee P$ هستند؟ (۵۶) **بله/نه**. اکنون در ورقه خودتان جداول ارزشی برای مقایسه ۲۵ و ۴۱: $(P \& Q) -$ و $P \vee -Q$ ، رسم کنید. آیا این دو منطقی معادلند؟ (۵۷) **بله/نه**.

(۵۸) بر ورقه خودتان جدول ارزشی رسم کنید که نشان دهد که ۲۶: $-P \& -Q$ و $-(P \vee Q)$ منطقی معادلند.
(۵۹) بعد نشان دهید که ۲۷: $P \& -Q$ و ۴۳: $-(P \vee Q)$ منطقی معادلند.

نمونه‌یی آغاز ظهور می کند. تعادلات منطقی زیر را داریم:

$$-P \vee -Q = -(P \& Q)$$

$$-P \& -Q = -(P \vee Q)$$

$$P \& -Q = -(-P \vee Q)$$

قاعده عمومی زیر مدت‌ها پیش، و به طور قطع در قرن چهاردهم میلادی، شناخته شده بود، اما معمولاً به نام آگوستوس دومورگان که آن را در نیمه قرن گذشته به صورت بسیار واضحی در آورد نامیده می شود.

برای تبدیل ترکیب عطفی به ترکیب فصلی:

۱. به جای عطف فاصل می گذاریم.
۲. در جلو هر منطف خط تیره می گذاریم.
۳. در جلو کل گزاره مرکب حاصل خط تیره قرار می دهیم.
۴. خط‌های تیره دوگانه را، به این علت که $- - P$ و P معادلند، حذف می کنیم.

برای تبدیل ترکیب فصلی به ترکیب عطفی:

۱. به جای فاصل عاطف قرار می‌دهیم.
۲. در جلو هرمنفصل علامت نفیض می‌گذاریم.
۳. در جلو ترکیب حاصل علامت نفیض قرار می‌دهیم.
۴. علامات نفیض دوگانه را حذف می‌کنیم.

قواعد فوق که برای به دست آوردن تعادلات به کار می‌روند به «قوانین دومورگان» موسومند.

مثال $P \vee Q$ -

۱. به جای فاصل عاطف قرار می‌دهیم: $P \& Q$ - .
 ۲. در جلو هرمنفصل علامت نفیض می‌گذاریم: $P \& Q$ - - . به خاطر داشته باشید: منفصل‌ها خود P - و Q - اند، بنابراین در این مرحله P - - و Q - - را به دست می‌آوریم.
 ۳. در جلو ترکیب حاصل علامت نفیض قرار می‌دهیم: $(P \& Q) - -$ - .
 ۴. علامت‌های نفیض دوگانه را حذف می‌کنیم: $(P \& Q) -$ - .
- در این جا از عبارت ۴۱ به عبارت منطقاً معادل ۲۵ رسیده‌ایم.

مثال $P \& Q$

۱. به جای فاصل عاطف قرار می‌دهیم: $P \vee Q$.
۲. در جلو منطف‌ها علامت نفیض می‌گذاریم: $P \vee Q$ - .
۳. در جلو ترکیب علامت نفیض می‌گذاریم: $(P \vee Q) - -$ - .
۴. نفیض‌های دوگانه را حذف می‌کنیم. در این مورد نفیض دوگانه موجود نیست.

مثال $(P \& Q) -$ - .

ترکیب عطفی در این جا $(P \& Q)$ است. بنا به مثال اخیر، این ترکیب منطقاً

معادل (۶۰) _____ است. بنابراین $(P \& Q)$ با علامت نقیض درجولو آن منطقاً معادل $(-PV-Q)$ - با علامت نقیض درجولو آن است، که می شود $(-PV-Q)$ - - . نقیض های دو گانه را حذف می کنیم ، و $(-PV-Q)$ را به دست می آوریم. به این ترتیب از ۲۵ به منطقاً معادل ۴۱ رسیده ایم. اکنون مثال های خودتان را انجام دهید.

با $P \& Q$ - شروع کنید. منطف ها عبارتند از (۶۱) _____ و (۶۲) _____ .

۱. عاطف را به فاصل تبدیل کنید. (۶۳) _____ .
۲. درجولو منطف ها علامت نقیض بگذارید: (۶۴) _____ .
۳. درجولو ترکیب علامت نقیض قرار دهید: (۶۵) _____ .
۴. نقیض های دو گانه را حذف کنید: (۶۶) _____ .

بنابراین از گزاره $P \& Q$ - به منطقاً معادل (۶۷) _____ رسیده ایم. با $(-P \& Q)$ - آغاز کنید. از ۶۷ می دانیم که ترکیب عطفی $P \& Q$ - منطقاً معادل (۶۸) _____ است. بنابراین $(-P \& Q)$ - منطقاً معادل $(PV-Q)$ - - است. علامت نقیض دو گانه را حذف کنید: (۶۹) _____ .

با $PV-Q$ آغاز کنید. منفصل ها عبارتند از (۷۰) _____ و (۷۱) _____ .

۲۰۱. فاصل را به عاطف تغییر داده درجولو منفصل ها علامت نقیض بگذارید: (۷۲) _____ .

۳. درجولو ترکیب حاصل علامت نقیض قرار دهید: (۷۳) _____ .
۴. نقیض های دو گانه را حذف کنید: (۷۴) _____ .

بنابراین از (۷۵) _____ به گزاره منطقاً معادل (۷۶) _____ رسیده ایم.

با $(PV-Q)$ - آغاز کنید. از ۷۶، می دانیم که $PV-Q$ منطقاً

معادل (۷۷) _____ است. بنا بر این $(P \vee Q)$ — منطقاً معادل

(۷۸) _____ است. نقیض‌های دو گانه را حذف کنید: (۷۹)

_____ . بنا بر این از (۸۰) _____ به گزاره منطقاً معادل

(۸۱) _____ رسیده‌ایم.

چنین بر آمده که هر فقره در فهرست ۳۲-۲۵ صفحه ۱۷۶ منطقاً معادل

دقیقاً یکی از موارد فهرست ۴۷-۴۰ صفحه ۱۷۸ است. با استفاده از ورقه

خودتان برای تبدیلات لازم، آن‌ها را تطبیق کنید.

(۸۲) _____ $(P \vee Q)$.۴۰ —

(۸۳) _____ $P \vee Q$.۴۱ —

(۸۴) _____ $P \vee Q$.۴۲ —

(۸۵) _____ $(-P \vee Q)$.۴۳ —

(۸۶) _____ $P \vee Q$.۴۴ —

(۸۷) _____ $(-P \vee Q)$.۴۵ —

(۸۸) _____ $(P \vee Q)$.۴۶ —

(۸۹) _____ $P \vee Q$.۴۷ —

دو طرح گزاره‌ئی دارای ارزش‌های یکسان در هر سطر جدول ارزش

منطقاً (۹۰) _____ نامیده می‌شوند. اگر سطری در جدول ارزش

موجود باشد که در آن طرح‌ها در ارزش راستی مختلف باشند، در این صورت

(۹۱) _____ نیستند.

(۹۲) در ورقه کاغذ خودتان جداول ارزشی برای تحقیق در این که (۲۹) و

(۴۶) منطقاً معادلند رسم کنید.

اگر می‌خواهید در رسم جداول ارزش تمرین داشته باشید، بررسی کنید

که هر زوج تطبیق شده فوق یک تعادل منطقی است. ابتدا برای ملاحظه این

که تطبیق را به‌طور صحیح انجام داده‌اید جواب را با پاسخ‌ها مقایسه کنید.

بعد جداول ارزشی برای موارد تطبیق شده رسم کنید، و این کار را، تا زمانی

که اشکالی در به دست آوردن ستون‌های یکسان ارزش‌های راستی در مورد موارد تطبیق شده نداشته باشید، ادامه دهید.

در این مرحله بعضی اظهارات نسبتاً پیچیده را به فارسی ساده آورده‌ایم. در هر حالت آن را در علامت‌گذاری‌مان تفسیر کنید، سپس قوانین دومورگان را به کار برید، بعد برای به دست آوردن گزاره‌ی ساده‌تر به فارسی برگردانید. به این ترتیب یکی از مزایای قوانین دومورگان این است که اجازه می‌دهند که گزاره‌های دیرفهم را به گزاره‌هایی که در کشان سهل است تبدیل کنیم.

راست نیست که هم در امتحان مردود نشده‌م مورد تنفر آموزش‌گارش بود.

فرض می‌کنیم F : در امتحان مردود شد؛ D : مورد تنفر آموزش‌گارش بود، باشد.

(۹۳) علامتی کنید: _____.

(۹۴) نتیجه کاربرد قوانین دومورگان: _____.

(۹۵) ترجمه دوباره به زبان فارسی: _____.

به کلی دروغ است که او هم غیرمسئول هم غیرقابل اعتماد است.

فرض می‌کنیم R : اومستول است؛ T : او قابل اعتماد است، باشد.

(۹۶) علامتی کنید: _____.

(۹۷) نتیجه کاربرد قوانین دومورگان: _____.

(۹۸) ترجمه دوباره به زبان فارسی: _____.

راست نیست که گلیپ تودون^۱ یا خزننده نیست یا از بین رفته نیست.

فرض می‌کنیم R : گلیپ تودون خزننده است؛ E : گلیپ تودون از بین رفته است، باشد.

(۹۹) علامتی کنید: _____ .

(۱۰۰) نتیجه قوانین دو مورگان: _____ .

(۱۰۱) ترجمه دوباره به زبان فارسی: _____ .

چنین نیست که نقطه آغازی در زمان وجود دارد یا زمان توانایی بازگشت به عقب را ندارد.

فرض می کنیم P : نقطه آغازی در زمان وجود دارد؛ R : زمان توانایی بازگشت به عقب را دارد، باشد.

(۱۰۲) علامتی کنید: _____ .

(۱۰۳) نتیجه قوانین دو مورگان: _____ .

(۱۰۴) ترجمه دوباره به فارسی: _____ .

اگر دو گزاره منطقاً معادل باشند، در این صورت در هر سطر جدول ارزش دارای ارزش های راستی (۱۰۵) یکسان/مختلف اند. در نتیجه اگر P و Q منطقاً معادل باشند، در هر سطر که P ارزش T بگیرد. Q ارزش (۱۰۶) می گیرد. اکنون يك استدلال درست است اگر. به ازاء هر سطر که در آن تمام مقدماتش T اند، نتیجه اش نیز (۱۰۷) — باشد. در نتیجه، اگر P و Q منطقاً معادل باشند، استدلال P بنا بر این Q (۱۰۸) درست/ نادرست است.

اکنون توضیح دهید چرا، اگر P و Q منطقاً معادل باشند. استدلال Q بنا بر این P ، درست است. (۱۰۹) _____

Building Truth Tables

تشکیل جداول ارزش

در این فصل چگونگی رسم جداول ارزش پیچیده را برای بررسی درستی صورت‌های استدلالی کاملاً پیچیده نشان می‌دهیم.

اختصار « $P \rightarrow Q$ » بدین معنی است که (۱) P ، بنا بر این Q صورت استدلالی « P ، بنا بر این Q » درست است.

اگر دو گزاره منطقاً معادل باشند، آیا امکان دارد که یکی از آن‌ها در سطری از جدول ارزش که در آن دیگری ارزش T بگیرد؟ (۲) بله/نه. اگر دو گزاره منطقاً معادل باشند، آیا امکان دارد که هر دو در سطری از جدول ارزش، ارزش F بگیرند؟ (۳) بله/نه.

در زیر اظهارات صحیح را مشخص کنید و اظهارات ناصحیح را خط بزنید. اگر در مورد مثالی نامطمئن هستید، با رسم جدول ارزش بررسی کنید.

$$. P \rightarrow P \vee Q \text{ — (۴)}$$

$$-(P \vee Q) \rightarrow -(P \& Q) \text{ — (۵)}$$

$$. \text{ — — — } P \rightarrow P \text{ — (۶)}$$

$$. Q \rightarrow P \& Q \text{ — (۷)}$$

$$P \& Q \vdash \neg(\neg P \vee Q) \text{ — (۸)}$$

$$Q \vee P \vdash P \text{ — (۹)}$$

$$P \& Q \vdash Q \vee P \text{ — (۱۰)}$$

$$\neg P \& \neg Q \vdash \neg Q \vee \neg P \text{ — (۱۱)}$$

$$\neg(P \vee Q) \vdash \neg P \& \neg Q \text{ — (۱۲)}$$

$$\neg(P \vee \neg Q) \vdash \neg P \& Q \text{ — (۱۳)}$$

$$\neg \neg \neg Q \vdash \neg Q \text{ — (۱۴)}$$

در بعضی از اظهارات فوق که به عنوان صحیح بررسی کرده اید، نتیجه نیز مستلزم مقدمه است، بنا بر این نتیجه و مقدمه منطقاً معادلند. کدام؟ (۱۵) ۵/۴

۱۴/۱۳/۱۲/۱۱/۱۰/۹/۸/۷/۶

تا کنون هر یک از مثال‌ها مان شامل تنها یک مؤلفهٔ مبنائی و یک مقدمه بوده است. اکنون نیاز به پرداختن به مثال‌های پیچیده‌تر داریم. ولی ابتدا باید مفهومی از معنی گزاره‌های کاملاً بفرنج حاصل کنید. به عنوان مثال:

یا شیکاگو مونترآل (M) را شکست داد و به سنت لوئیز (S) باخت،

یا پیتزبورگ (P) را شکست داد و به فیلادلفیا (H) باخت.

قبل از اینکه گزارهٔ فوق را به علامت گذاری مان ترجمه کنیم، خوب است که دور

مؤلفه‌های گوناگون پرانتز هائی، برای واضح ساختن این که رابطه‌ها چه‌ها را بهم

رابط می‌دهند، بگذاریم. اما رابطه‌ها کدام‌اند؟ (۱۶) _____

با پرانتز بندی کردن اجزاء گزارهٔ فوق، حاصل می‌کنیم:

یا [[شیکاگو مونترآل (M) را شکست داد] و (به سنت لوئیز

(S) باخت)] یا [[پیتزبورگ (P) را شکست داد] و (به فیلادلفیا

(H) باخت)].

از حروف مشخص شده برای قرار گرفتن به جای مؤلفه‌های گوناگون به گونه‌ی

واضح استفاده می‌کنیم:

M : شیکاگو مونتر آل را شکست داد.

S : شیکاگو به سنت لوئیز باخت.

P : شیکاگو پیترز بورگ را شکست داد.

_____ H : (۱۷)

در این صورت به دست می آوریم (پاسخ صحیح را با دایره مشخص کنید):

$$/((M \& S) \vee (P \& H)) / ((M \& (S \vee P)) \& H) / (M \& S \vee P \& H) \quad (18)$$

$((M \& S) \vee P) \& H$). از آنجا که با پرانتزهای خارجی مشکلی نداریم،

می توانیم به سادگی بنویسیم:

$$(M \& S) \vee (P \& H)$$

از پاسخ های غلط فوق، اولی به سادگی مبهم است. اما دو پاسخ دیگر متناظر با

گزاره های فارسی کاملاً خوبی اند. یکی از آن ها علامتی کننده گزاره زیر

است:

شیکاگو مونتر آل را شکست داد و یا به سنت لوئیز باخت یا پیترز بورگ

را شکست داد؛ نیز به فیلادلفیا باخت.

(۱۹) اجزاء این گزاره را در پرانتز بگذارید. صورت علامتی آن کدام است؟

$$\cdot ((M \& S) \vee P) \& H / (M \& (S \vee P)) \& H \quad (20)$$

(۲۱) جمله ی فارسی متناظر با $((M \& S) \vee P) \& H$ بنویسید.

گزاره های زیر را با صورت های علامتی مناسب تطبیق کنید، و پیش از

اقدام به تطبیق، برای اجتناب از اشتباه، اجزاء گزاره ها را در پرانتز قرار دهید.

$$(R \vee E) \& (\neg C \vee P) \text{ — (22) } \quad (a) \text{ یا جاده } (R) \text{ از برف مسدود}$$

شده بود یا موتور ماشین

(E) خراب شده بود، و

نیز، یا او خیلی به آمدن
اهمیت (C) نداد یا مسافرش
(P) او را معطل کرد.

$$(b) \quad RV(E \& (-C \vee P)) \text{ — (۲۳)}$$

بود یا، راست است که هم
موتور ماشین خراب شده
بود هم یا او خیلی به آمدن
اهمیت نداد یا مسافرش
او را معطل کرد.

$$(c) \quad ((RV E) \& -C) \vee P \text{ — (۲۴)}$$

جاده از برف مسدود شده
بود یا موتور ماشین خراب
شده بود، هم او خیلی به آمدن
اهمیت نداد، یا مسافرش
او را معطل کرد.

$$(d) \quad RV((E \& -C) \vee P) \text{ — (۲۵)}$$

بود، یا، یا موتور ماشین
خراب شد و او خیلی به آمدن
اهمیت نداد یا مسافرش او
را معطل کرد.

در طرح‌های گزاره‌ی پیچیده، از قرارداد قراردادن پرانتز به دور
هر ترکیب عطفی و فصلی پیروی می‌کنیم. از این گذشته، اگر بخواهیم گزاره‌ی مرکبی
را تکذیب کنیم، دور آن پرانتز گذاشته سپس خط تیره‌ی جلو آن قرار می‌دهیم.
اما برای تکذیب گزاره‌ی اتمی P، متحمل پرانتز گذاشتن به دور P نمی‌شویم،
و بنابراین برای نقض P (۲۶) $(P) \text{ — } P / \text{ — } P / \text{ — } P$ را می‌نویسیم.
در حالی که نقض $P \vee Q$ (۲۷) $P \vee Q / \text{ — } P \vee Q / \text{ — } P \vee Q$ را می‌نویسیم.

$(-PV-Q)$ — است. از این گذشته، متحمل پراوتزهای خارجی نمی‌شویم، زیرا این پراوتزها هیچ‌گونه ابهامی را بر طرف نمی‌کنند، و پراوتزها تنها برای اجتناب از ابهام به کار می‌روند.

طرح گزاره‌ئی $(RVS) \& (PVQ)$ یک ترکیب عطفی است؛ هر دو منعطف آن خود (۲۸) ترکیب عطفی / ترکیب فصلی‌اند.

طرح گزاره‌ئی $(P \& Q) \vee (R \& S)$ یک (۲۹) ترکیب عطفی / ترکیب فصلی است. هر دو منفصل آن (۳۰) عطفی / فصلی‌اند.

ارزش راستی یک گزاره پیچیده به طریق سیستماتیک از ارزش راستی مؤلفه‌های مبنائی آن بنامی‌شود. گزاره $(RVS) \& (PVQ)$ را در نظر می‌گیریم. ابتدا به خاطر بیاورید که ترکیب عطفی T است اگر و تنها اگر هر دو منعطف آن (۳۱) — باشند، و ترکیب فصلی F است اگر و تنها اگر هر دو منفصل آن (۳۲) — باشند. منعطف‌های $(RVS) \& (PVQ)$ عبارتند از (۳۳) — و (۳۴) —. فرض می‌کنیم P, T, Q, F ؛

R, T ؛ و F, S باشد. در این صورت ارزش راستی منعطف PVQ چیست؟ (۳۵) —. ارزش راستی منعطف RVS چیست؟ (۳۶) —. بنا بر این تحت این تخصیص ارزش‌های راستی، هر دو منعطف (۳۷) — اند. در نتیجه، ارزش راستی $(RVS) \& (PVQ)$ (۳۸) — است.

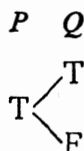
اکنون فرض می‌کنیم P, T, Q, F, R, S ؛ باشد. در این صورت ارزش راستی PVQ چیست؟ (۳۹) —. ارزش راستی RVS چیست؟ (۴۰) —. ارزش راستی $(RVS) \& (PVQ)$ چیست؟ (۴۱) —.

تحت این تخصیص ارزش‌های راستی به P, Q, R, S ، ارزش راستی PVQ چیست؟ (۴۲) —. ارزش راستی $R \& S$ چیست؟ (۴۳) —. ارزش راستی $(RVS) \vee (PVQ)$ چیست؟ (۴۴) —.

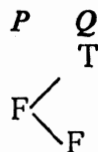
هر سطر جدول ارزش را می‌توان به‌طور سیستماتیک به همین طریق بنا کرد. اما ابتدا باید رسم جداول گزاره‌های دارای بیش از دو مؤلفه را بیاموزیم. فرض می‌کنیم تنها یک مؤلفه داریم. در این صورت تنها دو احتمال وجود دارد. مؤلفه ممکن است T باشد، و ممکن است F باشد. در این صورت برای هر احتمال

به سطری در جدول ارزش نیاز داریم. بنا بر این چند سطر در جدول ارزش P موجود است؟ (۴۵) — چند مؤلفهٔ مبنائی در P — موجود است؟ (۴۶) — به چند سطر برای جدول ارزش P — نیاز داریم؟ (۴۷) — چند مؤلفهٔ مبنائی در جدول ارزش $(P \vee P) \& (P \& P)$ موجود است؟ (۴۸) — به چند سطر نیاز خواهیم داشت؟ (۴۹) — به این ترتیب اگر تنها يك مؤلفهٔ مبنائی داشته باشیم، تنها به (۵۰) — سطر در جدول ارزش نیاز داریم.

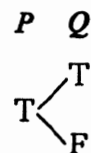
اکنون فرض می‌کنیم، چون در $P \vee Q$ ، دو مؤلفهٔ مبنائی داریم. احتمالات P همان T و F اند. اکنون به احتمال اول، که در آن P ، T است، توجه می‌کنیم. اگر P ، T باشد، دو احتمال برای Q به جا می‌ماند، به این معنی که Q ، T است یا Q (۵۱) — است. به این ترتیب اگر P ، T باشد، دو احتمال موجود است، یعنی احتمالات Q ، P را دو قسمت می‌کنند:

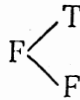


اگر P ، F باشد، (۵۲) يك/دو احتمال برای Q می‌ماند، به این معنی که Q (۵۳) — یا Q (۵۴) — است. به این ترتیب، اگر P ، F باشد (۵۵) يك/دو احتمال وجود دارد. احتمالات Q ، P را به دو قسمت تقسیم می‌کنند:



با ترکیب این دو جدول جزئی، خواهیم داشت:

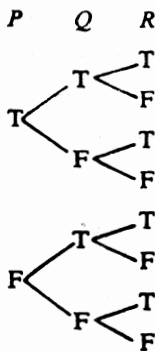




یا، همانطور که تاکنون انجام داده‌ایم:

<i>P</i>	<i>Q</i>
T	T
T	F
F	T
F	F

به این ترتیب با دو مؤلفه، چهار احتمال و چهار سطر در جدول ارزش داریم، و این (۵۶) دقیقاً برابر/دو برابر احتمالات یک مؤلفه است، و به این علت دو برابر است که هر احتمال *P* توسط احتمالات *Q* بدو قسمت تقسیم می‌شود. هنگامی که *P*، *Q*، و *R* را داریم نیز به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. هر احتمال *P* و *Q* توسط احتمالات *R* تقسیم بدو می‌شود. احتمالات *P* و *Q* (۵۷) ———— بود. در این صورت احتمالات *P*، *Q*، و *R* دو برابر، یا مجموعاً (۵۸) ———— احتمال در کل می‌شود.
 در زیر این هشت احتمال را آورده‌ایم:



یا

<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

در رسم جدول گزاره‌ئی با سه مؤلفه مبنائی (۵۹) — سطر در جدول ارزش وجود خواهند داشت. اگر چهار مؤلفه باشد، دو برابر سطرهای لازم برای سه مؤلفه موجود است، و بنابراین مجموعاً (۶۰) — سطر وجود خواهند داشت.

آنچه که در این جا رخ می‌دهد از لحاظ صوری مشابه نمودارهای ون است. در نمودار ون با تنها يك عبارت تنها يك دایره رسم می‌کنیم، و دو ناحیه، داخل و خارج آن دایره، موجود اند. با دو عبارت، دو دایره و دو برابر ناحیه، یعنی (۶۱) — ناحیه داشتیم، با سه عبارت باز هم دو برابر ناحیه، یعنی (۶۲) — ناحیه داشتیم. در این صورت با چهار عبارت باید (۶۳) — ناحیه داشته باشیم.

اکنون باید بتوانید جداول ارزش صورت‌های کاملاً پیچیده را رسم کنید. در این مورد با $P \& (Q \vee R)$ آغاز می‌کنیم. این صورت يك (۶۴) ترکیب عطفی / ترکیب فصلی است. يك منعطف آن P است. منعطف دیگر (۶۵) — می‌باشد. بنابراین منعطف دیگر (۶۶) ترکیب عطفی / ترکیب فصلی $Q \vee R$ است. منفصل اول این ترکیب (۶۷) — است. منفصل دوم R — است، که نقیض (۶۸) — است. به این ترتیب $P \& (Q \vee R)$ به P و $(Q \vee R)$ تجزیه می‌شود؛ مورد اخیر به Q و R —؛ و آخری به R تجزیه می‌شود. در این صورت همان‌طور که در جدول زیر نشان داده شده است، برای هر يك از این اجزای گزاره‌ئی ستونی لازم داریم. جدول را تکمیل کنید:

(۶۹)

P	Q	R	$\neg R$	$Q \vee \neg R$	$P \& (Q \vee \neg R)$
T	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T			
T	F	F			
F	T	T			
F	T	F			
F	F	T			
F	F	F			

می‌توانید به طور سیستماتیک حرکت کرده، هر مکان خالی را پر کنید. به این ترتیب در سطر اول، P, Q و R همه F/T (۷۰) اند. بنا بر این، $R - (۷۱)$ است. منفصل‌های $QV - R$ (۷۲) — و (۷۳) — اند. البته Q در سطر اول (۷۴) —، و $R - (۷۵)$ — است. بنا بر این ارزش راستی $QV - R$ (۷۶) — است، زیرا ترکیب فصلی تنها وقتی هر دو منفصلش (۷۷) — باشند ارزش ۱ می‌گیرد. منفصل‌های $P \& (QV - R)$ (۷۸) — و (۷۹) — اند. در سطر اول P (۸۰) — و $QV - R$ (۸۱) — است. بنا بر این ارزش راستی $P \& (QV - R)$ در سطر اول (۸۲) — است.

می‌توانید هر سطر را به همین طریق سیستماتیک پر کنید. بعضی اشخاص استفاده از این حقیقت، که ترکیب عطفی T است اگر و تنها اگر هر دو منفصل (۸۳) — باشند و ترکیب فصلی F است اگر و تنها اگر هر دو منفصل (۸۴) — باشند، را کوتاه‌تر و سریع‌تر می‌یابند.

$QV - R$ یک (۸۵) ترکیب عطفی / ترکیب فصلی است، و بنا بر این (۸۶) — است اگر و تنها اگر هر دو مؤلفه‌اش (۸۷) — باشند. مؤلفه‌ها (۸۸) — و (۸۹) — اند. بنا بر این ستون‌های Q و $R -$ را جستجو کرده ملاحظه می‌کنیم که می‌توانیم سطری که در آن هر دو ۱ باشند بیابیم یا نه. دو چنین سطر موجودند. در این صورت در همین سطر و در زیر $QV - R$ ، F وارد می‌کنیم. در این صورت در هر سطر دیگر T می‌گذاریم.

به همین ترتیب برای پر کردن $P \& (QV - R)$ ستون‌های P و $QV - R$ را می‌گردیم، و هرگاه در یک سطر در دو ستون T یافتیم، زیر ترکیب عطفی T وارد می‌کنیم. و بعد در هر سطر دیگر زیر ترکیب عطفی (۹۰) — می‌گذاریم.

۱۵

Tests for validity

امتحان درستی

فصل حاضر شامل بعضی از مثال‌های عملی در مورد امتحان درستی است و توضیح بیشتری در این باره که چرا جداول ارزش امتحان درستی را به دست می‌دهند می‌دهد.

اظهارات دروغ را خط بزنید:

- (۱) يك استدلال نادرست می‌تواند دارای مقدمات تمام T و نتیجه T باشد.
- (۲) يك استدلال نادرست می‌تواند دارای مقدمات تمام T و نتیجه F باشد.
- (۳) يك استدلال نادرست می‌تواند دارای يك یا بیشتر از يك مقدمه F و نتیجه T باشد.
- (۴) يك استدلال نادرست می‌تواند دارای يك یا بیشتر از يك مقدمه F و نتیجه F باشد.
- (۵) يك استدلال درست می‌تواند دارای مقدمات تمام T و نتیجه T باشد.
- (۶) يك استدلال درست می‌تواند دارای مقدمات تمام T و نتیجه F باشد.
- (۷) يك استدلال درست می‌تواند دارای مقدمات تمام F و نتیجه T باشد.
- (۸) يك استدلال درست می‌تواند دارای مقدمات تمام F و نتیجه F باشد.

باید در این مرحله بتوانید بعضی از صورت‌های استدلالی درست ساده

را بشناسید. در فهرست زیر صورت‌های استدلالی نادرست را خط بزنید. هنگامی که تردید داشته باشید، حدستان را با جدول ارزش تحقیق کنید.

$$(9) \quad P, PVQ, \text{ بنا بر این } Q, -P$$

$$(10) \quad P, Q, -PV - Q, \text{ بنا بر این } P$$

$$(11) \quad P, Q, -QV - P, \text{ بنا بر این } -P$$

$$(12) \quad P, \text{ بنا بر این } PVQ$$

$$(13) \quad Q, VP, \text{ بنا بر این } Q$$

$$(14) \quad Q, \text{ بنا بر این } P \& Q$$

$$(15) \quad P \& Q, \text{ بنا بر این } Q$$

$$(16) \quad P, PVQ, \text{ بنا بر این } Q \& P$$

معنی « $P \vdash Q$ »، چیست؟ (۱۷)

در فهرست زیر اظهارات ناصحیح را خط بزنید؛ در موردی که تردید دارید جواب‌ها تان را با جدول اول ارزش بررسی کنید. تمام موارد شامل قوانین دومورگان‌اند.

$$(18) \quad PVQ \vdash \neg(\neg P \& \neg Q)$$

$$(19) \quad \neg P \supset Q \vdash \neg(\neg P \& \neg Q)$$

$$(20) \quad \neg(P \vee \neg Q) \vdash \neg P \& Q$$

$$(21) \quad P \& \neg Q \vdash \neg PVQ$$

بعضی از طرح‌های گزاره‌های زیر پرانتز بندی ناصحیح دارند. بعضی مبهم‌اند، بعضی بیش از پرانتز راست («)»، پرانتز چپ («)» دارند، و به همین ترتیب. پرانتز بندی‌های ناصحیح را خط بزنید.

$$(22) \quad (P \& Q) \vee \neg P$$

$$(23) \quad (\neg PV \neg Q) \vee P \& Q$$

$$P \& QVR \& (-RVP). \quad (24)$$

$$((P \& Q)VR) \& ((PVR) \& -P). \quad (25)$$

$$(QVP)V(RV - P) \& (P \& Q). \quad (26)$$

اغلب مثال‌هایی که تا کنون در نظر گرفته شده‌اند صورت‌های استدلالی بی با تنها یک مقدمه‌اند. روش جداول ارزش به آسانی در مورد استدلال با مقدمات بسیار تعمیم داده می‌شود. برای درستی، بدین نیاز داریم که هر سطر که در آن تمام مقدمات (۲۷) — اند نتیجه‌ی داشته باشد که (۲۸) — باشد. اگر بتوانیم سطر منفردی پیدا کنیم که در آن تمام مقدمات (۲۹) — باشند و نتیجه F باشد. درمی‌یابیم که صورت استدلالی نادرست است. درستی و استدلال زیر را با رسم جدول ارزش تحقیق کنید.

$$.P \text{ بنا بر این } R \cdot PV - R \quad (30)$$

$$.P \text{ بنا بر این } R \cdot PV - R \quad (31)$$

در مثال‌های زیر:

۱. اجزاء گوناگون گزاره‌های فارسی داده شده را پرانتز بندی کنید. زیر نتیجه استدلال خط بکشید.
۲. تفسیرهای علامتی مقدمات و نتیجه را بنویسید. بسا بدکار بردن حروف مشخص شده اختصار کنید.
۳. درستی صورت استدلالی حاصل را با استفاده از جدول ارزش تحقیق کنید.
۴. بگوئید استدلال درست است یا خیر.

(۳۲) یا دانشکده به سفارش ناظم دانشکده در لغو مجازات تحمیل شده بر پنج دانشجو احترام می‌گذارد (H)، یا ناظم دانشکده (D) استعفاء می‌دهد. در واقع، دانشجویان (S) تسلیم ناپذیر باقی می‌مانند. اما دانشکده به سفارش ناظم دانشکده احترام نمی‌گذارد. در نتیجه، ناظم دانشکده استعفاء می‌دهد در حالی که دانشجویان تسلیم ناپذیر باقی می‌مانند.

(۳۳) یا جهان در لحظه‌ی ازمون آغاز شده (B)، یا ازلی بوده است (F). خداوند (G) جهان را خلق کرده، و جهان آغاز معینی در زمان دارد. بنا بر این یا خداوند جهان را خلق کرده، یا جهان ازلی بوده است.

(۳۴) یا خداوند (G) جهان را خلق کرده، یا جهان ازلی بوده است (F). یا جهان ازلی بوده است، یا جهان آغاز معینی در زمان دارد (B). جهان آغاز معینی در زمان دارد. در نتیجه، جهان توسط خداوند خلق شده است.

(۳۵) آبل: یا او در ارتش نام نویسی (E) نکرده، یا، بعد از این همه، تصمیم نگرفته (R) که از جنگ اجتناب کند.

کاین: در واقع، یا در ارتش نام نویسی کرده و در ضمن تصمیم گرفته که از جنگ اجتناب کند، یا خیلی ساده فکر نکرده (T) که چه کار می‌کند. آبل: بنا بر این خیلی ساده فکر نکرده که چه کار می‌کند.

جداول ارزش علاوه بر به دست دادن تحقیق عملی درستی، می‌توانند به توضیح این مطلب که چرا بعضی استدالات درستند در حالی که بعضی نادرستند کمک کنند، و از این لحاظ، شبیه نمودارهای ون، روش تحقیق درستی قیاس‌مان، هستند. در حالت قیاس، استدلالی درست است که نمودار نتیجه‌اش به مجرد این که نمودارهای تمام مقدماتش رسم شوند، رسم شده باشد. اگر اطلاعات مشمول در مقدمه به مجرد این که نمودار مقدمات رسم شوند، بر آن نمودار راست باشد، در این صورت تمام اطلاعات مشمول در نتیجه (۳۶) توسط مقدمات تمثیل شده / مشمول در مقدمات است، از نمودارهای ون ملاحظه می‌کنیم که تمام اطلاعات مشمول در نتیجه‌ی می‌توانند مشمول در مقدماتی باشند. طبیعتاً، اگر چنین باشد، در این صورت اگر تمام اطلاعات مشمول در مقدمات صحیح باشند، اطلاعات مشمول در نتیجه (۳۷) صحیح / ناصحیح خواهند بود. چگونگی امکان پیدا کردن گزاره‌هایی که از گزاره‌های دیگر به دست آیند از این قرار است.

نمودارهای ون نشان می‌دهند که چگونه استدلال درستی ممکن است،

است. جدول ارزش این صورت عبارت است از:
و جدول ارزش هنری مشابه دارند. در این مورد مثالی آشنا، یعنی صورت
استدلالی « $P \vee Q$ ، $-P$ ، بنا بر این Q » را در نظر می‌گیریم. این صورت
استدلالی (۳۸) درست / نادرست است. جدول ارزش آن را در زیر می‌آوریم:

	P	Q	$P \vee Q$	$-P$	Q
۱	T	T	T	F	T
۲	T	F	T	F	F
۳	F	T	T	T	T
۴	F	F	F	T	F

برای P دو احتمال، یعنی T و F، موجود است. برای Q دو احتمال، یعنی،
(۳۹) و (۴۰) وجود دارد. بنا بر این برای P و Q ، روی هم
رفته، (۴۱) یک/دو/سه/چهار/پنج/شش/هفت/هشت احتمال موجود
است. این احتمالات، همان‌طور که بر جدول ارزش فوق مشخص شده، عبارتند
از TT، TF، FT، و (۴۲) —. آیا ترکیبات ارزش‌های راستی‌ممکنی
بیش از این چهار ترکیب وجود دارد؟ (۴۳) بله/نه. توجه داشته باشید که
چهار ترکیب فوق، بی‌توجه به این‌که P و Q ممکن است چه باشند، شامل
تمام احتمالاتند. به‌عنوان مثال، در نظر می‌گیریم:

P : درمیرخ حیات وجود دارد.

Q : درزهره حیات وجود دارد.

احتمال متناظر با TT (سطر ۱ جدول ارزش فوق) عبارت از این است

که: درمیرخ حیات وجود دارد، و درزهره حیات وجود دارد. احتمال متناظر

با TF عبارت از این است که: درمیرخ حیات وجود دارد، اما درزهره حیات

وجود ندارد. چه احتمالاتی متناظر با موارد زیرند:

_____ :FT (۴۴)

_____ :FF (۴۵)

در این مورد می‌توانیم احتمالات فوق را به قسمت‌های جزئی تقسیم کنیم. به‌عنوان مثال، P می‌تواند به این احتمال که تنها حیات نباتی در مریخ وجود دارد، و این احتمال که نوع دیگری از حیات غیر از حیات نباتی موجود است، تقسیم شود. اما با نگاه کردن تنها به P و Q ، چهار سطر جدول ارزش‌مان شامل ترکیبات ممکن ارزش‌های راستی P و Q (۴۶) هستند/نیستند.

به‌خاطر بیاورید که یک صورت استدلالی درست است اگر (۴۷) تعبیری/مثالی از آن صورت استدلالی که در آن مقدمات T باشند و نتیجه (۴۸) — باشد موجود نباشد. جدول ارزش فوق‌مان به اِزاء هر تعبیر P و Q ، هر چه که باشد، شامل تمام ترکیبات ممکن ارزش‌های راستی است. ملاحظه می‌کنیم که در این جدول ترکیب ارزش راستی‌یی که در آن هر دو مقدمه T و نتیجه F باشد موجود (۴۹) هست/نیست. بنابراین تعبیری از P و Q که در آن هر دو مقدمه T باشند و نتیجه (۵۰) — باشد نمی‌تواند وجود داشته باشد. در نتیجه، صورت استدلالی (۵۱) درست/نادرست است.

جداول ارزش نشان می‌دهند که ترکیب گزاره‌های ساده: با به‌کار بردن رابط‌های « \vee »، « $-$ »، و « $\&$ »، به‌چنان طریقی که امکان داشتن مقدمات تمام T و نتیجه F موجود نباشد ممکن است. به‌این ترتیب درستی، در حالت استدلال از نوع مورد بررسی، از خواص رابط‌ها نتیجه می‌شود.

نیز، جداول ارزش به‌طریقی مستقیم با مثال‌های نقض در ارتباطند. صورت استدلالی « PVQ ، $-P$ ، $-$ ، بنابراین Q » (۵۲) درست/نادرست

	P	Q	$-P$	$-P \vee Q$	Q
۱	T	T	F	T	T
۲	T	F	F	F	F
۳	F	T	T	T	T
۴	F	F	T	T	F

هر دو مقدمه استدلال مورد بحث در سطور (۵۳) و (۵۴) — T اند. نتیجه استدلال در سطر ۳، T است. اما در سطر ۴، نتیجه (۵۵) — است، و این نشان می‌دهد که صورت استدلالی (۵۶) — است.

مثال نقض يك صورت استدلالی تعبیری از آن صورت است که در آن تمام مقدمات (۵۷) — اند و نتیجه (۵۸) — است. آخرین سطر جدول ارزش فوق چگونگی پیدا کردن مثال نقض را نشان می‌دهد. در این مورد تمام چیزی را که لازم داریم (۵۹) تعبیری / تمثیلی از حروف P و Q است که در آن P و Q ارزش‌های تخصیص داده شده در سطر ۴ را داشته باشند، و به عبارت دیگر P باید F و Q باید T باشد. در این مورد مجال بسیار داریم، و مثلاً می‌توانیم داشته باشیم:

P . پنجاه موجود انسانی پیش از ۱۹۵۰ به کرهٔ مریخ پرواز کردند.
 Q : سی میمون پیش از ۱۹۴۰ به کرهٔ زهره پرواز کردند.

در این صورت، در این تعبیر، برای صورت استدلالی « $P \vee Q$ ، — P ، — بنا بر این Q » داریم:

یا راست نیست که ۵۰ موجود انسانی پیش از ۱۹۵۰ به کرهٔ مریخ پرواز کردند، یا ۳۰ میمون پیش از ۱۹۴۰ به زهره پرواز کردند.
راست نیست که ۵۰ موجود انسانی پیش از ۱۹۵۰ به کرهٔ مریخ پرواز کردند.

بنابراین، ۳۰ میمون پیش از ۱۹۴۰ به کرهٔ زهره پرواز کردند.

آیا در این تعبیر، هر دو مقدمه راستند؟ (۶۱) Q / P . آیا نتیجه راست یا دروغ است؟ (۶۲) —. آیا این تعبیر يك مثال نقض است؟ (۶۳) Q / P .

با استفاده از جداول ارزش در پیدا کردن سطری که در آن مقدمات T و نتیجه F باشد، مثال‌های نقض خودتان را در مورد صورت‌های استدلالی زیر بنا کنید:

- (۶۴) $PV - Q -$ ، بنا بر این $P \& Q$.
 (۶۵) $(PVQ) -$ ، بنا بر این $PV - Q -$.
 (۶۶) P ، بنا بر این $P \& Q$.

رسم جداول ارزش غالباً خسته کننده است. هم اکنون می توانیم تعدادی صورت استدلالی درست را بشناسیم. شاید مفید باشد که به بعضی از متداول ترین صورت های استدلالی درست نامی بدهیم. البته این نام ها خیلی اهمیت ندارند. آنچه مهم است خود صورت است. اگر در شناختن صورت های استدلالی درست مشکلی ندارید در این صورت، مجبور نیستید زحمت به خاطر سپردن اسامی آن ها را به خود بدهید. اما اگر هنوز در این مورد اشکال دارید، عملاً دادن اسم به بعضی قواعد ساده می تواند در به خاطر سپردن آن بد شما کمک کند. یکی از قواعد مفید عبارت است از:

اگر دو گزاره منطقاً معادل باشند، می توانند بدون تأثیر گذاشتن بر درستی استدلال به یکدیگر تبدیل شوند.

به عنوان مثال، P و $P - -$ منطقاً معادل (۶۷) اند/ نیستند. در این صورت آیا صورت استدلالی « PVQ ، $P -$ ، بنا بر این Q » درست است؟ (۶۸) بله/ نه. با استفاده از قاعده مان در مورد تعادل منطقی. بلافاصله نتیجه می گیریم که:

$$- - PVQ ، - P \vdash Q$$

و

$$PVQ ، - - - P \vdash Q$$

تعادلات منطقی زیر را می شناسیم:

۱. قوانین دومورگان.
۲. نقیض دوگانه یا مضاعف ($P - -$ و P منطقاً معادلند).
۳. تبدیل یا تعویض منعطف ها یا منفصل ها (PVQ منطقاً معادل QVP است،

$P \& Q$ منطقاً معادل $P \& Q$ است.)

قاعده استنتاج زیر را می‌شناسیم:

از يك تركيب فصلی، به اضافه نقیض یکی از منفصل‌ها، استنتاج منفصل دیگر درست است.

به‌عنوان مثال:

$PVQ, -P \vdash Q$

در این قاعده يك منفصل را از ترکیب فصلی جدا می‌کنیم، بنابراین آن را انفصال منفصل^۱ می‌نامیم.

نیز می‌دانیم که می‌توانیم منفصل‌های اضافی‌یی، چون « $P \vdash PVQ$ »، « $P \vdash -Q \vdash -QV - -P$ »، و غیره، را اضافه کنیم. این قاعده را قاعده تضعیف^۲ می‌نامیم زیرا نتیجه (۶۹) ضعیف‌تر/نیرومندتر از مقدمه می‌شود. می‌دانیم « $P \& Q \vdash P$ » و « $P \& Q \vdash Q$ » زیرا ترکیب عطفی مستلزم منطف‌های خود است. سرانجام، می‌دانیم که از دو مقدمه می‌توانیم ترکیب عطفی دو مقدمه را استنتاج کنیم: $P, Q \vdash P \& Q$. از این رو، به آن‌ها قاعده‌های ترکیب عطفی^۳ نام می‌دهیم.

در موارد زیر، درست‌رست مثال‌هایی از استنتاج درست موجودند، و درست‌چپ اسامی بعضی از قواعدند. تطبیق کنید:

(۷۰) — انفصال منفصل. $-Q \vdash -QV(PVR)$ (a)

(۷۱) — ترکیب عطفی. $Q \& R, PVST \vdash$ (b)

$(Q \& R) \& (PVS)$.

(۷۲) — تضعیف. $- -Q, PV - Q \vdash P$ (c)

1. detaching an alternative
3. conjunction

2. weakening

نیز می توانیم چندین قاعده متفاوت استنتاج را، مانند زیر، در دنباله‌ی ترکیب کنیم:

۱. $P \& Q \vdash P$. ترکیب عطفی
۲. » $\vdash PVQ$ تضعیف
۳. » $\vdash QVP$ تبدیل

در این جا علامت ایضاً («) ما را از زحمت دوباره نوشتن مقدمات نجات می دهد. به این ترتیب، سطر ۳ مختصر (۷۳) $PVQ \vdash QVP / P \& Q \vdash QVP$ به این معنی است که:

- مرحله ۱ صحیح است، زیرا قاعده عطفی را نمایش می دهد.
 مرحله ۲ صحیح است، زیرا در آن از نتیجه ۱، یعنی P ، با استفاده از قاعده تضعیف، به PVQ رسیده ایم.
 مرحله ۳ درست است، زیرا در آن از نتیجه ۲، یعنی (۷۴)، با استفاده از قاعده (۷۵) _____، به QVP رسیده ایم.

چنین سلسله نتیجه گیری‌ئی را استنتاج می نامیم. در این جا چند استنتاج ساده می آوریم. در هر مرحله دلیلی به دست داده ایم، یا مکانی خالی برای این که شما دلیل را بنویسید باقی گذاشته ایم.

$$\vdash (P \& Q) \vdash \vdash QV - P$$

استنتاج:

۱. $\vdash (P \& Q) \vdash \vdash PV - Q$. دومورگان
۲. » $\vdash \vdash QV - P$. _____ (۷۶)
- $\vdash PV - Q \vdash \vdash (Q \& P) \vee R$.

استنتاج:

۱. $\vdash PV - Q \vdash \vdash (Q \& P)$. (۷۷)

۲. » $\vdash \neg(Q \& P) \vee R$. تضعیف

$$\neg(P \& Q) \vee \neg(R \& S) \vdash (\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg R \vee \neg S)$$

استنتاج:

۱. $\neg(P \& Q) \vee \neg(R \& S) \vdash (\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(R \& S)$. دومورگان

۲. » $\vdash (\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg R \vee \neg S)$.

————— (۷۸)

در چند فصل بعد خیلی از استنتاجات استفاده نمی‌کنیم، اما آن‌ها هر چه به پایان کتاب نزدیک‌تر شویم به‌طور افزایشی مفیدتر می‌شوند. در نتیجه، برای آماده بودن در فصول نهایی به معرفی گاه‌به‌گاه چند مثالی ادامه می‌دهیم.

رابطه‌های تابع ارزش Truth Functional Connectives

در این فصل به توضیح اشکالی در تفسیر و علامتی کردن رابط «اگر، در این صورت» که از اهمیتی اساسی در منطق قیاسی برخوردار است می‌پردازیم.

گزاره:

آن مرد هدیه‌ی برای آن زن آورد، و آن زن از او تشکر نکرد.

(۱) عطفی / فصلی است. منطف‌های آن عبارتند از

(۲) _____ و (۳) _____.

منطف دوم (۴) عطفی / تقیض گزاره (۵) _____ است.

هنگام رسم جداول ارزش، نکته مفید در مورد «و» و «یا» این است که چون ارزش راستی مؤلفه‌های اصلی را بدانیم، می‌توانیم ارزش راستی گزاره مرکب را به دست آوریم. به این ترتیب، فرض می‌کنیم که راست است که شخص مورد بحث برای آن زن هدیه‌ی آورده، و دروغ است که آن زن از او تشکر کرده است. در این صورت، «آن زن از او تشکر نکرد» (۶)

F/T است، و کل گزاره، «آن مرد هدیه‌یی برای آن زن آورد، و آن زن از او تشکر نکرد» (۷) **F/T** می‌باشد. آیا ارزش راستی این ترکیب به ارزش راستی مؤلفه‌های آن بستگی دارد؟ (۸) **بله/نه**.

اگر ارزش راستی گزاره مرکبی که با استفاده از رابطی تشکیل یافته، توسط ارزش‌های راستی مؤلفه‌هایی که با استفاده از آن رابط ارتباط یافته‌اند، به‌طور منحصر به‌فردی تعیین شود، در این صورت آن رابط را تابع ارزش می‌نامیم.

آیا عاطف تابع ارزش است؟ (۹) **بله/نه**. آیا فاصل تابع ارزش است؟ (۱۰) **بله/نه**. آیا ناقض تابع ارزش است؟ (۱۱) **بله/نه**.

اما تمام رابطه‌ها تابع ارزش نیستند. دو گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

جوزف^۱ لیدیا^۲ را دوست دارد زیرا لیدیا مهربان است.
جوزف لیدیا را دوست دارد و لیدیا مهربان است.

رابطه‌های این گزاره‌ها کدامند؟ (۱۲) _____ و (۱۳) _____
_____ . آیا «و» تابع ارزش است؟ (۱۴) **بله/نه**. اکنون نشان می‌دهیم که «زیرا» تابع ارزش نیست. رابطی تابع ارزش است که ارزش راستی گزاره مرکب آن تنها وابسته به (۱۵) _____ که با استفاده از آن رابط ارتباط یافته‌اند، باشد و توسط ارزش راستی آن‌ها به‌طور منحصر به‌فردی تعیین شود. برای نشان دادن این که رابطی تابع ارزش نیست، باید بتوانیم نشان دهیم که ارزش راستی گزاره مرکب آن توسط (۱۶) _____

_____ به‌طور منحصر به‌فرد تعیین نمی‌شود.

در مورد گزاره:

1. Joseph

2. Lydia

جوزف لیدیا را دوست دارد زیرا لیدیا مهربان است.

فرض می‌کنیم هر دو مؤلفه T اند. این فرض بدین معنی است که T است که جوزف لیدیا را دوست دارد، و T که (۱۷) ————— . در این صورت آیا با شنیدن این که هر دو مؤلفه T اند، خواهیم دانست که جوزف لیدیا را دوست دارد زیرا لیدیا مهربان است؟ جوزف لیدیا را دوست دارد، درست، و لیدیا مهربان است، این هم درست. اما آیا جوزف لیدیا را دوست دارد زیرا لیدیا مهربان است؟ مسأله این جاست که با دانستن اینکه جوزف لیدیا را دوست دارد، و لیدیا مهربان است، هنوز مطمئن (۱۸) هستیم / نیستیم که او را دوست دارد زیرا او مهربان است.

شاید بهترین راه توضیح این مطلب نقل دو داستان زیر باشد. در هر دو داستان، هر دو مؤلفه T اند، اما در یک داستان، کل ترکیب T است. در حالی که در داستان دیگر گزاره مرکب T می‌باشد. به این ترتیب، هر چند که هر دو مؤلفه T اند، گزاره مرکب ممکن است T یا F باشد. بنابراین ارزش راستی ترکیب توسط ارزش راستی مؤلفه‌های آن به‌طور منحصر به‌فرد تعیین (۱۹) شده / نشده است.

داستان اول. جوزف لیدیا را دوست دارد. لیدیا مهربان است.

اما، جوزف در مورد مهربانی لیدیا تا اندازه‌ی بی‌تفاوت است. او لیدیا را دوست دارد زیرا لیدیا زیباست؛ در واقع او زیبا تر از هر کس دیگر که جوزف تا کنون با او برخورد کرده، می‌باشد. و به این علت است که او را دوست دارد. او لیدیا را دوست دارد زیرا لیدیا زیباست. نه برای اینکه مهربان است.

در این داستان، آیا گزاره مرکب:

جوزف لیدیا را دوست دارد زیرا لیدیا مهربان است.

راست است؟ (۲۰) بله / نه. آیا هر دو مؤلفه راستند؟ (۲۱) بله / نه.

در این صورت، در این جا، داستانی داریم که در آن هر دو مؤلفه (۲۲) F/T اند و ترکیب آن‌ها (۲۳) F/T می‌باشد.

داستان دوم. جوزف لیدیا را دوست دارد. لیدیا مهربان است. گذشته از این، به همین علت است که جوزف لیدیا را دوست دارد. زیرا او مهربان است. لیدیا دختر نسیب زشتی است، اما این موضوع جوزف را ناراحت نمی‌کند. او در بیشتر عمر خود از اشخاصی که او را مورد استفاده قرار داده‌اند، آزار دیده، اما سرانجام با کسی که با او مهربان است برخورد کرده، و به این علت است که لیدیا را دیوانه‌وار دوست دارد.

در این داستان، آیا گزاره مرکب راست است؟ (۲۴) **بله/نه.** آیا هر دو مؤلفه راستند؟ (۲۵) **بله/نه.** بنابراین، این داستان، داستانی است که در آن هر دو مؤلفه T اند و ترکیب آن‌ها (۲۶) F/T می‌باشد.

در داستان اول، هر دو مؤلفه (۲۷) F/T بودند و گزاره مرکب (۲۸) F/T بود. در داستان دوم، باز هم دو مؤلفه (۲۹) F/T اند. اما گزاره مرکب این بار (۳۰) F/T می‌باشد.

این دو داستان نشان می‌دهند که رابط «زیرا» تابع ارزش نیست. رابطی تابع ارزش است که ارزش راستی گزاره مرکب آن (۳۱) _____ توسط ارزش راستی مؤلفه‌های آن تعیین شده باشد. بسا داده شدن ارزش راستی مؤلفه‌ها، باید برای (۳۲) _____ ی که از ربط مؤلفه‌ها تشکیل شده، یک ارزش راستی منحصر به فرد موجود باشد. در حالی که در داستان‌ها مان، ملاحظه می‌کنیم که هر چند مؤلفه‌ها هر دو T اند، ارزش راستی ترکیب آن‌ها تعیین نشده است. زیرا ترکیب مورد بحث ممکن است چون در داستان (۳۳) **اول/دوم** ارزش T داشته باشد، و ممکن است چون در داستان (۳۴) **اول/دوم** دارای ارزش F باشد.

اکنون گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

جوزف در امتحان قبول شد زیرا آموزگار او را دوست داشت.

(۳۵) دوداستان تعریف کنید که در هر دو، هر دو مؤلفه T باشند، در حالی که در یکی از آن‌ها گزاره مرکب T، و در دیگری گزاره مرکب F باشد. داستان‌ها را در ورقه خود بنویسید. سپس توضیح دهید چرا دوداستان تان نشان می‌دهند که «زیرا» تابع ارزش نیست.

«احتمالاً» یا شاید» رابط دیگری است که تابع ارزش نیست. بار دیگر مثالی واقعی در نظر می‌گیریم. برای مؤلفه، گزاره زیر را فرض می‌کنیم:

آدام جایزه اول لاتاری را می‌برد.

با به‌کار بردن رابط مورد بحث، ترکیب زیر را به دست می‌آوریم:

شاید آدام جایزه اول لاتاری را ببرد.

فرض می‌کنیم که مؤلفه در واقع T باشد، یعنی آدام واقعاً جایزه اول لاتاری را ببرد. اما به‌صرف راستی این مؤلفه ارزش راستی ترکیب معین نمی‌شود. بار دیگر برای توضیح این مطلب به‌ذکر دوداستان می‌پردازیم.

داستان اول. آدام ۹۹ درصد بلیط‌های لاتاری را خریده است. لاتاری مورد بحث لاتاری فان فاراست. حتی پیش از انجام قرعه‌کشی، همه قبول دارند که بسیار محتمل است که آدام جایزه اول را ببرد. قرعه‌کشی انجام می‌شود، و او می‌برد.

در این داستان، مؤلفه (۳۶) F/T است. گزاره:

شاید آدام جایزه اول لاتاری را ببرد.

که پیش از انجام قرعه‌کشی بیان شده. نیز (۳۷) F/T است. در نتیجه، در این داستان، هم مؤلفه هم ترکیب (۳۸) F/T است.

داستان دوم. آدام تنها یک بلیط خریده است. درجه ۷۰۰/۰۰۰ است.

بلیط دیگر آماده بیرون کشیده شدن اند. لاتاری مورد بحث لاتاری فان فار است. بسیار نامحتمل است که آدام جایزه‌ی ببرد. اما، بنا به تصادف محض، اولین بلیطی که بیرون می‌آید بلیط اوست، و او برندهٔ جایزهٔ اول می‌شود.

در این داستان، مؤلفه (۳۹) F/T است. اما، گزاره:

شاید آدام جایزهٔ اول لاتاری را ببرد.

که پیش از قرعه‌کشی بیان شده، راست نیست؛ برعکس، قبل از قرعه‌کشی، به هیچ وجه محتمل نیست که آدام برنده شود. در نتیجه، در این داستان، ترکیب F است.

در هر دو داستان، مؤلفه (۴۰) F/T است. اما در داستان اول، گزارهٔ مرکب، که پیش از قرعه‌کشی بیان شده، (۴۱) F/T است. در حالی که در داستان دوم، گزارهٔ مرکب پیش از قرعه‌کشی بیان شده، (۴۲) F/T می‌باشد. بنابراین، با وجود این که مؤلفه (۴۳) F/T است، ارزش راستی گزارهٔ مرکب، توسط ارزش راستی مؤلفه، به طور منحصر به فرد (۴۴) ————— نشده است. در نتیجه، رابط «شاید یا احتمالاً» (۴۵) ————— نیست.

بدموارد زیر پاسخ T یا F دهید:

(۴۶) — اگر رابطی تابع ارزش باشد، ارزش راستی مؤلفه‌های آن توسط ارزش راستی گزارهٔ مرکب آن به طور منحصر به فرد تعیین می‌شود.

(۴۷) — اگر ارزش‌های راستی مؤلفه‌ها ارزش راستی ترکیب را به طور منحصر به فرد تعیین نکنند، در این صورت رابط به کار رفتن تابع ارزش نیست.

یکی از مهم‌ترین رابط‌ها، رابط «اگر، در این صورت» است. در این مورد

مثال مفصل زیر را در نظر می‌گیریم.

اگر ۷ درصد اعتبار مالیاتی سرمایه‌گذاری کنونی ادامه یابد، در این صورت سرمایه‌گذاری در طرح‌های صنعتی به همان مقدار سابق ادامه خواهد یافت. اگر چنین سرمایه‌گذاری‌ئی ادامه یابد، در این صورت تورم حتی سریع‌تر می‌شود. اگر تورم سریع‌تر شود، در این صورت اختلاف بین طبقات فقیر و متوسط مشخص‌تر می‌شود. اگر اختلاف مذکور مشخص‌تر شود، در این صورت نائل شدن به هم‌آهنگی نژادی حتی از حال حاضر مشکل‌تر می‌شود. در نتیجه، جز آنکه اعتبار مالیاتی سرمایه‌گذاری ادامه نیابد، نائل شدن به هم‌آهنگی نژادی حتی از حال حاضر مشکل‌تر خواهد شد.

هر يك از «اگر»‌های گزاره‌های «اگر» در این صورت» بند فوق را با دایره مشخص کنید. در این مورد چهار «اگر» خواهید یافت.
در گزاره‌بی به صورت:

اگر P ، در این صورت Q

مؤلفه P مقدم نامیده می‌شود، و این بدان علت است که «پیش» از بقیه گزاره می‌آید. در «*antecedent*» پیشوند «*ante*» چون در کلمات «*anteroom*» «طاق جلوئی»، و «*antechamber*». «اتاق خواب جلوئی» به معنی «قبل از» یا «در جلو» می‌باشد. گزاره Q به تالی^۲ موسوم است زیرا دنباله P را مشخص می‌کند. (۲۸) زیرمقدم مقدمه اول و تالی مقدمه آخر استدلال فوق خط بکشید.

در این مورد «مقدمه» را با «مقدم» و «نتیجه» را با «تالی» اشتباه نکنید، «مقدمه» و «نتیجه» در مورد اجزاء (۴۹) استدلال/ گزاره‌های *اگر*، در این صورت به کار می‌روند در حالی که «مقدم» و «تالی» در مورد اجزاء (۵۰) استدلال/ گزاره‌های *اگر*، در این صورت به کار گرفته می‌شوند.

A. اگر آن مرد در منزل است، در این صورت مریض است.
B. آن زن سرکار رفت. او تنها وقتی که حالش خوب است کار می‌کند.
بنابراین، اکنون بیمار نیست.

«آن مرد در منزل است» مقدم A است. «مریض است» (۵۱) قالی / نتیجه A است. «آن زن سرکار رفت» یکی از (۵۲) مقدم / مقدمه های B است. «اکنون بیمار نیست» (۵۳) قالی / نتیجه B است.
گاهی اشخاص «اگر» و «تنها اگر» را اشتباه می‌کنند. در این مورد چند مثال می‌آوریم:

C. اگر در منطقه بین‌المدارین زندگی کنید، در این صورت مالاریا می‌گیرید.
D. تنها اگر در منطقه بین‌المدارین زندگی کنید مالاریا می‌گیرید.

آیا این مثال‌ها به یک معنی‌اند؟ (۵۴) بله / نه.

E. اگر تمام مطالب این خودآموز را بخوانید، اصول منطق قیاسی مقدماتی را خواهید دانست.

F. تنها اگر تمام مطالب این خودآموز را بخوانید اصول منطق قیاسی مقدماتی را خواهید دانست.

آیا E و F به یک معنی‌اند؟ (۵۵) بله / نه. ملاحظه اختلاف معانی آن‌ها آسان است. زیرا E راست است: اگر تمام مطالب این کتاب را بخوانید، مقدمات منطق را یاد می‌گیرید. اما F دروغ است: تمام کردن این کتاب تنها طریق ماهر شدن در منطق ساده نیست، و در این مورد کتب خوب بسیار دیگر موجود است. پس از آنجا که یک گزاره راست و دیگری دروغ است، دو گزاره باید در معنی مختلف باشند. به همین ترتیب است مورد C و D. احتمال دارد که D راست باشد: تنها مردمی که در منطقه بین‌المدارین زندگی می‌کنند مالاریا می‌گیرند. اما C دروغ است: نه هر کس که در منطقه بین‌المدارین زندگی می‌کند مالاریا می‌گیرد.

سرانجام: توجه داشته باشید که «جهت» گزاره‌های «اگر، در این صورت» دارای اهمیت است. موارد زیر را مقابله کنید:

G. اگر آدام مریض بوده، در این صورت برای استراحت به منزل رفته است.

H. اگر آدام برای استراحت به منزل رفته، در این صورت مریض بوده است.

اکنون، داستانی می‌آوریم که در آن H دروغ و G راست است:

آدام آدم بی‌نهایت تنبلی است.

او به کمترین بهانه کارش را ترک می‌کند و برای استراحت به منزل می‌رود.

بنابراین، مطمئناً، اگر روزی آدام مریض بوده، در این صورت برای استراحت به منزل رفته است.

بنابراین G راست است. اما با دانستن این که او به دلیل دیگری برای استراحت به منزل رفته است، نمی‌توان نتیجه گرفت که مریض بوده است. ممکن است تنها وانمود می‌کرده است. به این ترتیب، H دروغ می‌شود. (۵۶) اکنون در ورقه خود داستانی بنویسید که در آن H، T، G و F است. اطمینان کنید که هر دو قسمت را درست نوشته‌اید: H باید T باشد و G باید F باشد.

«اگر، در این صورت» یکی از متداول‌ترین رابطه‌هایی است که در استدلال قیاسی به کار می‌رود. قبلاً چگونگی به کار بردن جداول ارزش را برای امتحان درستی ملاحظه کرده‌ایم. اگر می‌توانستیم جدول ارزشی برای «اگر، در این صورت» رسم کنیم خوب بود، اما برای رسم جدول ارزش یک رابطه، باید آن رابطه، تابع ارزش باشد، زیرا فرض می‌کنیم که رابطه مورد بحث مانند «زیرا» تابع ارزش نباشد. در این صورت، در مورد «زیرا»، چون P, Q, T و T, Q باشد، «P زیرا Q» ممکن است T و ممکن است F باشد. بنابراین خواهیم دانست که چگونه در جدول ارزش، ستون زیر P زیرا Q را تکمیل کنیم، و در سطر TT نخواهیم دانست که T یا F بگذاریم. لذا (۵۷) می‌توانیم / نمی‌توانیم جدول ارزش آن را رسم کنیم.

اکنون نشان می‌دهیم که «اگر، در این صورت» اکیداً تابع ارزش نیست. کار را با مثال دیگری آغاز می‌کنیم:

اگر جوزف در ژانویه امسال ماری جوانا^۱ بکشد، تا کریسمس معتاد خواهد شد.

(۵۸) زیرمقدم گزاره فوق خط بکشید. تالی آن را با دایره مشخص کنید. در این مورد می‌خواهیم در صورتی که گزاره فوق راست باشد بدانیم. درمی‌یابیم که جوزف در ژانویه ماری جوانا می‌کشد، و در کریسمس به هیچ وجه هیچ یک از انواع مواد مخدر را استعمال نمی‌کند. در این صورت مقدم گزاره فوق T و تالی آن (۵۹) F/T است، و کل گزاره (۶۰) F/T می‌باشد. در این حالت (۶۱) مقدم/مقدمه (۶۲) F/T است، و (۶۳) نتیجه/تالی (۶۴) F/T می‌باشد، و (۶۵) استدلال/گزاره مرکب (۶۶) F/T است.

گزاره اگر، در این صورت در صورتی که مقدم آن راست و تالی آن دودغ باشد نمی‌تواند راست باشد.

ساده‌ترین طریق ابطال گزاره اگر، در این صورت این است که نشان دهیم که مقدمش T است در حالی که تالیش F می‌باشد. کسی می‌گوید:

اگر آن موتورسیکلت را بخری، ظرف یک ماه تصادف خواهی کرد.

بی‌توجه به او، موتورسیکلت را می‌خرید و ظرف آن یک ماه تصادف نمی‌کنید. در این صورت آیا آنچه که آن شخص گفته راست است؟ (۶۷) بله/نه.

گزاره مرکب مورد بحث F است، زیرا همان‌طور که آشکار شد، مقدم آن T و تالی آن (۶۸) — است.

شخصی می‌گوید:

اگر نوشته را خودش تایپ کند، در این صورت غلط نخواهد داشت.

معلوم می‌شود که نوشتهٔ مورد بحث را خودش تایپ کرده، اما پراز غلط است. آیا این گزارهٔ مرکب راست است؟ (۶۹) $P \wedge Q$ / نه. گزاره F است زیرا (۷۰) $T \vee P$ است در حالی که (۷۱) $P \rightarrow T$ می‌باشد.

این موضوع این را مطرح می‌کند که اگر بخواهیم جدول ارزشی برای «اگر P ، در این صورت Q » بنا کنیم به طریق زیر آغاز می‌کنیم:

P	Q	در این صورت Q ، اگر P
T	T	
T	F	F
F	T	
F	F	

در این صورت سطری را که تاکنون مورد بحث قرار داده‌ایم، یعنی حالتی را که در آن مقدم گزاره T ، تالی آن F ، و کل گزاره (۷۲) — است پرس کرده‌ایم.

متأسفانه نمی‌توانیم هر سطر را به این سادگی پر کنیم، و این بدان علت است که گزاره‌های اگر، در این صورت علی‌رغم حالت مقدم راست و تالی دروغ (که در آن گزارهٔ مرکب (۷۳) — است) اکیداً تابع ارزش نیستند. در این مورد سطر آخر جدول ارزش فوق، که در آن P و Q هر دو (۷۴) — اند را در نظر می‌گیریم. در این حالت گزارهٔ مرکب ممکن است T ، و ممکن F باشد، و بنابراین ارزش راستی گزارهٔ مرکب به‌طور منحصر به‌فرد تعیین نمی‌شود، و این برای نشان دادن این که گزاره‌های اگر، در این

صورت (۷۵) ———. نیستند کافی است. مانند قبل، این موضوع را با نقل دوداستان توضیح می‌دهیم.

اگر انتخاباتی برگزار شود، هرج و مرج داخلی به وجود می‌آید.

داستان اول. در کشور بوروبو، حزب سیاسی زیرزمینی بی موجود است که نقشه قتل تعداد بسیاری از وزرای دولت را در روز قبل از انجام انتخابات کشیده است. هنگامی که این نقشه کشف شد، همه قبول کردند که اگر انتخاباتی برگزار شود، هرج و مرج داخلی به وجود می‌آید. به علت ترس از این ماجرا، انتخابات، تا آرام شدن یسا از بین رفتن نهضت زیرزمینی مذکور، برای مدت نامعلومی به تعویق افتاده است.

مقدم گزاره مورد بحث (۷۶) ————— است،
وتالی آن (۷۷) ————— می‌باشد. در این داستان، مقدم (۷۸) F/T و تالی (۷۹) F/T است. در داستان فوق، آیا راست است که اگر انتخاباتی برگزار شود، هرج و مرج داخلی به وجود می‌آید؟ (۸۰) **بله/نه**. بنابراین در داستان مورد بحث، هر دو مؤلفه (۸۱) F/T اند، و کل گزاره (۸۲) F/T می‌باشد.

داستان دوم. در کشور تامبا، رژیم تقریباً دیکتاتوری بی وجود دارد که مایل به لغو کردن دائم انتخابات است. در واقع، به علت ترقی روز افزون جاری مملکت، در حال حاضر رژیم، علی‌رغم منش دیکتاتوریش، از محبوبیت نسبی برخوردار است. اما، به علت ترس از کاهش محبوبیت در آینده، دولت میل دارد که وحشت از انتخابات را در مردم الغاء کند. لذا این شایعه را که اگر انتخابات برقرار شود، هرج و مرج داخلی به وجود می‌آید پخش می‌کند. دروغ مذکور مؤثر واقع می‌شود، و انتخاباتی صورت نمی‌گیرد، هرج و

مرجی به وجود نمی آید.

در این داستان، آیا مقدم گزاره مورد بحث دروغ است؟ (۸۳) **بله/نه**. تالی دروغ است؟ (۸۴) **بله/نه**. ارزش راستی گزاره مرکب فوق چیست؟ (۸۵) ———. محتملاً گزاره مرکب فوق، که آن را دروغ نامیده ایم، راست نیست. بنا بر این در این حالت، هر دو مؤلفه (۸۸) **F/T** اند، و گزاره مرکب (۸۹) **F/T** می باشد. در داستان دوم، هر دو مؤلفه (۹۰) **F/T** اند، و گزاره مرکب (۹۱) **F/T** است. در نتیجه، هنگامی که هر دو مؤلفه **F** باشند، ارزش راستی ترکیب توسط ارزش راستی مؤلفه‌ها به طور منحصر به فرد تعیین نمی شود. بنا بر این، گزاره‌های «اگر، در این صورت» اکیداً (۹۲) ——— نیستند.

اکنون از تخیل خود برای نشان دادن این که «اگر، در این صورت» رابطه‌ی تابع ارزش نیست استفاده کنید. مورد زیر را به عنوان مثال خود در نظر بگیرید.

اگر به قرار گذاشتن با دختر رئیس ادامه دهد، در این صورت اخراج خواهد شد.

(۹۳) در ورقه خودتان، دو داستان بسازید که در هر دو، هر دو مؤلفه گزاره فوق **F** باشد. اما، کار را طوری ترتیب دهید که در یک داستان، گزاره مرکب **T** نامیده شود، در حالی که در داستان دیگر، **F** نامیده شود. (۹۴) توضیح دهید که چرا داستان‌تان نشان می‌دهد که رابط «اگر، در این صورت» تابع ارزش نیست.

اما اگر چه «اگر، در این صورت» اکیداً تابع ارزش نیست غالباً می‌توانیم با استفاده از رابطه‌ی که به طور مصنوعی بنا شده، به آن تفسیری تقریبی بدهیم. قبلاً در کوششی که در رسم جدول رابط «اگر، در این صورت» بدکار بردیم توانستیم یک سطر را تکمیل کنیم. در آنجا ملاحظه کردیم که چون مقدم این رابط **T** و تسالی آن **F** باشد، ترکیب (۹۵) **F/T** می‌شود. این جنبه

مهمترین جنبهٔ چنین گزاره‌هایی است: آن‌ها هرگز نمی‌توانند از مقدم‌های
داست به‌تالی‌های دروغ منجر شوند.
این نکته را می‌توانیم با ملاحظهٔ نمونهٔ بسیار ساده‌ی از استنتاج
مشاهده کنیم:

اگر به‌خانه رفته، در این صورت مریض است.
به‌خانه رفته است.
بنابراین، مریض است.

اگر زرننگ باشد، آن اتومبیل را نمی‌خرد.
زرننگ است.
بنابراین، آن اتومبیل را نمی‌خرد.

آیا این امثله از یک صورت استدلالی یکسانند؟ (۹۶) بله/نه. در حالت کلی،
صورت این استدلال عبارت است از:

اگر P ، در این صورت Q .
 P .
بنابراین، Q .

گزارهٔ به‌صورت «اگر P ، در این صورت Q » را گزارهٔ شرطی^۱ می‌نامیم.
گزارهٔ شرطی چتین مقرر می‌کند که هرگاه مقدم آن را به‌عنوان مقدمه داشته
باشیم، می‌توانیم تالی آن را استنتاج کنیم، یعنی با درست داشتن مقدم،
می‌توانیم تالی Q را منفصل^۲ نموده آن را به‌تنهایی و به‌عنوان نتیجه بیان
کنیم. بنابراین قاعدهٔ استنتاج فوق به‌انفصال تالی^۳ یا به‌طور خلاصه انفصال^۴
موسوم است.

یک صورت استدلالی در صورتی درست است که در مورد آن تعبیری

-
- | | |
|-----------------------------|---------------|
| 1. conditional | 2. detach |
| 3. detachment of consequent | 4. detachment |

که در آن تمام مقدمات (۹۷) — باشند و نتیجه (۹۸) — باشد، موجود نباشد.

اکنون فرض می‌کنیم که می‌خواهیم «اگر، در این صورت» را با استفاده از رابط اکیداً تابع ارزشی که شبیه «اگر، در این صورت» است تفسیر علامتی کنیم. در این صورت مهمترین نکته در مورد این رابط این است که انفصال درست باشد. به عبارت دیگر، در صورتی که این رابط را با بیکانی (\rightarrow) نمایش دهیم، باید مورد زیر برقرار باشد:

$$P \rightarrow Q.$$

$$P.$$

$$Q.$$

به این ترتیب، جدول ارزش $P \rightarrow Q$ را طوری طرح می‌کنیم که اگر P باشد، و $P \rightarrow Q$ ، T باشد، در این صورت Q نیز T باشد.

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	
F	F	

اما اگر انفصال موضوع اصلی مورد توجه ما باشد، در این صورت خیلی اهمیت ندارد که چگونه سطور باقیمانده زیر $P \rightarrow Q$ را پر کنیم. معلوم شده که ساده‌ترین کار این است که تمام آن‌ها را T در نظر بگیریم.

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

$P \rightarrow Q$ است اگر و تنها اگر P و T ، Q و F باشد.

در حمایت از به‌کار بردن رابط فوق در تفسیر علامتی «اگر، در این صورت» می‌توان انواع گوناگونی را مورد بررسی قرار داد. به‌عنوان مثال، اگر واقعاً تصور نمی‌کنید که (خشخاش‌ها بر بدن مسابقه بعدی را دارد. از شنیدن اینکه کسی بگوید:

اگر (خشخاش، مسابقه بعدی را ببرد، من کلاهم را می‌خورم.

تعجب نخواهید کرد. اگر (خشخاش برنده شود، و گوینده کلاه خود را نخورد، در این صورت، ما را مأیوس کرده است، آنچه گفته دروغ بوده، و پیمان خود را شکسته است. اما اگر مقدم گزاره F باشد، و (خشخاش برنده نشود. در این صورت، شاید، دقیقاً همان‌گونه که در جدول ارزش پیمان رسم کرده‌ایم، آنچه را که بیان کرده، T است.

بررسی قوی‌تر از مقایسه دو گزاره زیر حاصل می‌شود:

اگر در این ساختمان بتون آرمه به‌کار نرفتنه باشد، ساختمان درز زلزله بعدی فرو خواهد ریخت.

یا در این ساختمان بتون آرمه به کار رفته، یا ساختمان طی زلزله بعدی فرو خواهد ریخت.

دو گزاره فوق حقیقت با تقریب بسیار يكسانی را می‌رسانند یعنی، ساختمان مذکور جز اینکه مواد درست در بنایش به کار رفته باشد فرو خواهد ریخت. بنابراین باید مایل باشیم که این دو گزاره به طرق معادل تفسیر و علامتی شوند. فرض می‌کنیم R : بتون آرمه به کار رفته است؛ C : ساختمان در زلزله بعدی فرو خواهد ریخت؛ باشد، در این صورت جدول زیر را تکمیل کنید:

	R	C	$\neg R$	$\neg R \rightarrow C$	$R \vee C$
۱	T	T	F	T	
۲	T	F	F	T	
۳	F	T	T	T	
۴	F	F	T	F	

از آنجا که $\neg R \rightarrow C$ است اگر و تنها اگر مقدم آن T و تالی آن F (۹۹) باشد، و از آنجا که مقدم آن R است، $\neg R \rightarrow C$ است F است اگر و تنها اگر R (۱۰۰) و C (۱۰۱) باشد، و این سطر (۱۰۲) جدول است. آیا $\neg R \rightarrow C$ و $R \vee C$ دارای يك جدول اند؟ (۱۰۳) بله/نه.

در این مورد مثال دیگری می‌آوریم:

اگر این روزنامه حقیقت را بگوید، کمی پس از شکست فرانسه در هندوچین ۱,۵۰۰,۰۰۰ نفر قتل عام شدند.

یا این روزنامه راست نمی‌گوید، یا پس از شکست فرانسه در

هندوچین ۱,۵۰۰,۰۰۰ نفر قتل عام شدند.

آیا این دو گزاره تقریباً يك حقیقت را می‌رسانند؟ (۱۰۴) **بله/نه**. در نتیجه، باید تفسیر یکسان داشته باشند. با فرض قرار گرفتن N به جای مقدم گزاره اول، و M به جای تالی آن، تفسیر علامتی این گزاره چیست؟ (۱۰۵) —————
گزاره دوم را تفسیر علامتی کنید (۱۰۶) —————.

درورقه خودتان، برای ملاحظه این که آیا این دو منطقاً معادلند، جدولی رسم کنید. آیا هستند؟ (۱۰۷) **بله/نه**.

این حقیقت که $P \rightarrow Q$ و $\neg PVQ$ منطقاً معادلند انتخاب پیکان در تفسیر علامتی «اگر، در این صورت» مان را تأیید می‌کند. توجه داشته باشید که پیکان، آن گونه که توسط جدول ارزش فوق تعریف شده، اکیداً تابع ارزش (۱۰۸) **است/نیست**، در حالی که «اگر، در این صورت» اکیداً تابع ارزش (۱۰۹) **است/نیست**. به این ترتیب تفسیر علامتی مان تنها تقریبی است.

ارزش راستی:

$$۲ + ۲ = ۴ \rightarrow \text{ماه از پنیر سبز ساخته شده است.}$$

(۱۱۰) **F/T** است. گزاره غریب فوق دارای ارزش راستی معینی است. از آنجا که مقدم آن F و تالی آن T است، کل گزاره (۱۱۱) ————— است. گزاره پیکانی F است اگر و تنها اگر مقدم آن (۱۱۲) ————— و تالی آن (۱۱۳) ————— باشد. بنابراین ارزش راستی:

→ ماه از پنیر سبز ساخته شده است.

ماه از گورگونزولا ساخته شده است

(۱۱۴) **F/T** است، و ارزش راستی:

$$۲ + ۲ = ۴ \rightarrow \text{در دنیا آب موجود است.}$$

(۱۱۵) F/T می باشد.

گزاره‌های غریب زیر را مقایسه کنید:

اگر ماه از پنیر سبز ساخته شده باشد، در این صورت $۲ + ۲ = ۴$.
اگر ماه از پنیر سبز ساخته شده باشد، در این صورت ماه از گور گوزن ولا
ساخته شده است.

اگر در دریا آب موجود باشد، در این صورت $۲ + ۲ = ۴$.

گزاره‌های فوق به قدری بی ربط اند که مشکل می توان گفت که آن‌ها را راست یا دروغ یا تنها یاوه محض بنامیم. این موضوع تفاوت جدی بین «اگر، در این صورت» و «پیکان را مسجل می کند، بدین ترتیب که $P \rightarrow Q$ در مورد هر زوج گزاره P, Q ، تعریف شده است، در حالی که در مورد انتخاب‌های به قدر کافی تفننی P و Q ، «اگر P ، در این صورت Q » دارای هیچگونه ارزش راستی بسیار واضحی نیست، و گاهی همین مطلب به عنوان دلیل این حرف که «اگر، در این صورت» تابع ارزش نیست داده می شود. اما دلیل فوق دلیل خوبی نیست، زیرا می توان این پرسش را مطرح کرد که آیا «اگر P ، در این صورت Q » در هر حالت که ارزش راستی آن تعیین شده باشد تابع ارزش هست یا نه. امثلة قبلی مان، مثلاً در حالت انتخابات و هرج و مرج داخلی، مثال‌هایی هستند که در آن‌ها ارزش راستی يك گزاره شخصیه جزئی، به صورت «اگر P ، در این صورت Q » به خوبی و به طور کامل در دو حالت متفاوت بیان تعریف شده، در حالی که در يك مورد، T ، و در مورد دیگر F می باشد، هر چند که ارزش راستی مؤلفه‌های آن در هر دو حالت F است.

مطالب این فصل از فصول پیشین فلسفی تر از آب درآمد. در پایان به عنوان جمع بندی نکات اصلی منطقی، در جلو گزاره‌های زیر T یا F بنویسید:

(۱۱۶) — يك رابط تابع ارزش است اگر و تنها اگر ارزش راستی گزاره مرکب آن توسط ارزش راستی مؤلفه‌های آن به طور منحصر به فرد تعیین شده باشد.

(۱۱۷) — $P \rightarrow Q$ و $P \vee Q$ — منطقاً معادلند.

(۱۱۸) — فاصل تابع ارزش نیست.

(۱۱۹) — «زیرا» تابع ارزش است.

(۱۲۰) — «اگر، در این صورت» تابع ارزش است.

(۱۲۱) — بیکان تابع ارزش است.

(۱۲۲) — گزاره‌ی بد صورت $P \rightarrow Q$ ، T است اگر و تنها اگر P ، T

و Q ، T باشد.

(۱۲۳) — گزاره‌ی بد صورت $P \rightarrow Q$ ، F است اگر و تنها اگر P ، T

و Q ، F باشد.

۱۷

The Conditional

شرطی‌ها

در این فصل تحلیل گزاره‌های «اگر، در این صورت» را که در فصل قبل آغاز شده‌اند تکمیل می‌کنیم.

علامتی کنید:

- (۱) اگر دازوین (D) برحق باشد، در این صورت انسان (M) از نسل میمون است. _____.
- (۲) اگر بیمه اتومبیل (A) توسط دولت انجام شود، در این صورت هزینه (C) بیمه کاهش می‌یابد. _____.
- (۳) یا رئیس (C) کناره‌گیری می‌کند و صلح (P) دوباره برقرار می‌شود، یا نمی‌کند، و سه عضو کمیته او استعفاء می‌دهند (R). _____.
- (۴) اگر آدم (A) اولین انسان مرد باشد، در این صورت یا حوا (E) اولین انسان زن است، یا آدم مادری (M) داشته است. _____.
- (۵) اگر راه‌علاجی (C) کشف شود، آن پسر بهبود می‌یابد، اما اگر راه‌علاجی کشف نشود، موردش ناامیدکننده است (H). _____.

اگر فرض کنیم P : هواپیما سقوط کرد؛ Q : اجساد مسافرین مشخص نشد؛
 R : گروه نجات خلبان را پیدا کرد، باشد، در این صورت کدام گزاره‌ها متناظر
 با صورت‌های علامتی زیر اند؟

(۶) $P \rightarrow R$. _____.

(۷) $Q \rightarrow R$. _____.

(۸) $R \rightarrow Q$. _____.

(۹) $\neg R \rightarrow (P \vee Q)$. _____.

(۱۰) $\neg R \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$. _____.

در جدول ارزش تنها سطری، که در آن $P \rightarrow Q$ ، F است کدام است؟ (۱۱)
 _____ در جدول ارزش تنها سطری که در

آن $\neg P \rightarrow \neg Q$ ، F است کدام است؟ (۱۲) هنگامی که P و Q _____
 است. در جدول ارزش تنها سطری که در آن $P \rightarrow \neg Q$ ، F است کدام
 است؟ (۱۳) هنگامی که P و Q _____ است.

در ورقه خودتان، برای امتحان درستی صورت‌های استدلالی زیر
 جداول ارزش رسم و صورت‌های درست را علامت بزنید.

(۱۴) $P \rightarrow Q$ ، P _____ بنا بر این Q .

(۱۵) $P \rightarrow Q$ _____ بنا بر این $Q \rightarrow P$.

(۱۶) $P \rightarrow Q$ ، $Q \rightarrow R$ ، بنا بر این $P \rightarrow R$.

(۱۷) $P \rightarrow Q$ ، $\neg Q$ ، بنا بر این P .

در ورقه خود، استدلالات زیر را برای درستی امتحان کنید. ابتدا اجزاء
 گزاره‌های واقع در سؤال را برای تمیز دادن مقدمات از نتیجه پرانتز بندی
 کنید. بعد استدلال را علامتی کنید. سپس برای درستی آن‌ها را مورد امتحان
 قرار دهید. سرانجام، مشخص کنید که استدلال درست است یا نه.

(۱۸) یا او در خانه (H) نیست، یا خواب (A) است. بنا بر این اگر در

خانه است خواب است.

(۱۹) اگر او درخانه (H) است، خواب (A) است. بنابراین، یا او در خانه نیست، یا خواب است.

(۲۰) اگر آدم شغلی (J) به دست آورد، می تواند از خانواده اش نگهداری (S) کند. اگر از خیریه (W) کمک دریافت کند، در این صورت می تواند از خانواده اش نگهداری کند. بنابراین، یا از خیریه کمک دریافت می کند، یا شغلی به دست می آورد.

(۲۱) اگر جوزف هم اکنون پیشنهاد زناشویی (P) ندهد، با لیدیا ازدواج (M) نخواهد کرد. اگر جوزف هم اکنون پیشنهاد زناشویی ندهد، در تمام زندگی عذب (B) باقی خواهد ماند. بنابراین، اگر هم اکنون پیشنهاد ازدواج ندهد، هم با لیدیا ازدواج نمی کند هم در تمام زندگی عذب باقی خواهد ماند.

(۲۲) اگر آدم دارای همان گروه خون (B) باشد، در این صورت اجازه (A) انتقال خون را خواهد داد. بنابراین حداقل می توانیم از این مطمئن باشیم که: چنین نیست که او هم دارای گروه خون مورد نظر باشد، هم اجازه انتقال خون ندهد.

توجه داشتن به «جهت» گزاره شرطی مهم است: به طور تقریب، این جهت، جهت پیکان در يك صورت علامتی صحیح است. در این مرحله دو گزاره و دو طرح گزاره‌ی برای شرطی‌ها به دست می‌دهیم:

H : هواپیما ر بوده شد.

M : هواپیما در حال پرواز بمیامی^۱ بود.

A. $H \rightarrow M$

B. $M \rightarrow H$

طرح‌های فوق را با گزاره‌های زیر جور کنید:

- (۲۳) اگر هواپیما ر بوده شده، در حال پرواز به میامی بوده است.
 (۲۴) هواپیما ر بوده شده، اگر در حال پرواز به میامی بوده است.
 (۲۵) هواپیما در حال پرواز به میامی بوده اگر ر بوده شده است.
 (۲۶) اگر هواپیما در حال پرواز به میامی بوده، ر بوده شده است.

این امثله نشان می دهند که:

اگر P ، Q .

اگر P ، در این صورت Q .

و

Q اگر P .

باید به طرق (۲۷) یکسان/متفاوت، یعنی به صورت (۲۸) $Q \rightarrow P / P \rightarrow Q$ علامتی شوند. در این مورد قاعده سرانگشتی این است که: رابط «اگر» (از «اگر» در این صورت) همواره پیش از «مقدم/مقدمه/تالی می آید. «اگر» را با «تنها اگر» اشتباه نکنید، چه تفاوت دارند. «اگر» با «اگر و تنها اگر» نیز متفاوت است. فرض می کنیم می خواهیم، به فارسی، مشخص کنیم که پیکان در هر دو طریق برقرار است، یعنی:

$$P \rightarrow Q \text{ و } Q \rightarrow P$$

در این صورت می توانیم چیزی به صورت:

P اگر و تنها اگر Q

بیان کنیم. به عنوان مثال، فرض می کنیم P : تعداد دسته های سیاسی اتحادیه زوج است؛ Q : تعداد دسته های سیاسی اتحادیه عددی بخش پذیر بر ۲ است، باشد، در این صورت، از آنجا که «زوج» به معنی «بخش پذیر بر ۲» می باشد، واضح است که P و Q مستلزم یکدیگرند، و می توانیم بگوئیم،

تعداد دسته‌های سیاسی اتحادیه زوج است، اگر و تنها اگر، تعداد دسته‌های سیاسی اتحادیه عددی بخش‌پذیر بر ۲ باشد.

از آنجا که «اگر و تنها اگر» بیکانی متوجه در هر دو جهت است، آن را با بیکان مضاعف (\leftrightarrow) نمایش می‌دهیم. بنا بر این گزاره قبلی $P \leftrightarrow Q$ علامتی می‌شود. در این مورد می‌توانیم $P \leftrightarrow Q$ را مختصر $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$ در نظر بگیریم.

(۳۰) در ورقه خودتان جدول ارزش $P \leftrightarrow Q$ ، یعنی جدول ارزش $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$ را رسم کنید. اگر P ، T و Q ، F باشد، آیا $P \leftrightarrow Q$ ، T است؟ (۳۱) بله/نه. $P \leftrightarrow Q$ ، T است اگر و تنها اگر P و Q دارای ارزش‌های راستی (۳۲) یکسان/متفاوت باشند. آیا $P \leftrightarrow Q$ می‌تواند در صورتی که P ، F باشد T شود؟ (۳۳) بله/نه. اگر $P \leftrightarrow Q$ و T ، F باشد، ارزش راستی Q چیست؟ (۳۴) ———
دو گزاره زیر را در نظر می‌گیریم:

A، آدام کناره‌گیری (R) می‌کند اگر و تنها اگر پسرش آبل رئیس (P) کمپانی شود.

B. آدام کناره‌گیری می‌کند اگر پسرش آبل رئیس کمپانی شود.

گزاره A را علامتی کنید: (۳۵) ———. آیا گزاره A به همان معنی گزاره B است؟ (۳۶) بله/نه.
گزاره B را علامتی کنید: (۳۷) ———.

تفاوت بین این دو گزاره به این ترتیب است که: مطابق B، این خبر که قرار است آبل رئیس کمپانی شود کافی است که کناره‌گیری کردن آدام را حاصل کند. اما امکان دارد که لازم نشود که آبل ارتقاء مقام پیدا کند. شاید ۸۰,۰۰۰ سهم از سهام شرکت نیز چون به‌عنوان دستخوش به آدام داده شود اورا وادار به کناره‌گیری کند. در حالی که بنا به A، آدام تا زمانی که پسرش

رئیس کمپانی نشده مقام خود را ترك نمی کند. بنا به A، آدام را نمی توان خرید در حالی که B در این مورد بی تفاوت است. گزاره B آنچه را که برای حاصل کردن کناره گیری آدام کافی است بیان می کند؛ اما در این مورد که آیا این مطلب لازم نیز هست یا نه، بی تفاوت می باشد.
A به صورت:

$$R \leftrightarrow P$$

یا

$$(R \rightarrow P) \& (P \rightarrow R)$$

و B، که عبارت از R اگر P (یا، اگر P: R) می باشد به صورت:

$$P \rightarrow R$$

علامتی می شود. اما در مورد $R \rightarrow P$ چه می توان گفت؟ در A رابط (۳۸) اگر و تنها اگر / اگر / تنها اگر را داشتیم. در B رابط (۳۹) اگر و تنها اگر / اگر / تنها اگر را داشتیم. در نتیجه، برای بیان جهت مخالف B، یعنی $R \rightarrow P$ «تنها اگر» را به کار می بریم:

C. آدام کناره گیری می کند تنها اگر پسرش آبل رئیس کمپانی شود.

صورت علامتی B: (۴۰) _____ است، و از آنجا که C جهت مخالف B است، صورت علامتی آن باید: (۴۱) _____ باشد.
قاعده مربوط به «تنها اگر» عبارت است از:

«تنها اگر» پیش از تالی گزاره شرطی می آید.

وقاعده مربوط به «اگر» (نه «تنها اگر») عبارت است از:

«اگر» پیش از مقدم گزاره شرطی می آید.

اگر در مورد این دو رابطه شك دارید، دو قاعدهٔ فوق را به خاطر بسپارید، و اگر به کمکی در سریع به یاد آوردن شان نیازمندید، توجه داشته باشید که «تنها اگر» و «تالی» هر دو با «ت» شروع می‌شوند و حروف بین دو حرف اول و آخر کلمهٔ مرکب «اگر-مقدم» به ترتیب عکس، کلمهٔ «دق مرگ» را تشکیل می‌دهند. به خاطر داشته باشید:

اگر-مقدم تنها اگر-تالی

جور کنید:

(۴۲) $P \rightarrow Q$ اگر Q .

(۴۳) $Q \rightarrow P$ اگر P, Q .

(f) تنها اگر Q .

(g) تنها اگر P, Q .

توجه داشته باشید که « P تنها اگر Q » به همان طریق (۴۴) « P اگر Q » « P اگر P ، در این صورت Q »/ «اگر Q ، در این صورت P » علامتی می‌شود. نیز توجه داشته باشید که «اگر P ، در این صورت Q » به همان طریق (۴۵) «تنها اگر P, Q »/ «تنها اگر P, Q » علامتی می‌شود. و این دقیقاً با مورد استفادهٔ «تنها» در قیاس برابری می‌کند. به صفحهٔ ۸۱ برگردید و در جدول تذکر ملاحظه کنید که «تمام F ها G اند» منطقاً معادل (۴۶) «تنها F ها G اند»/ «تنها G ها F اند» است.

علامتی کنید:

(۴۷) به جوزف پاداش (R) داده می‌شود تنها اگر جرأتی (C) که به خرج داده مورد توجه شوری قرار گیرد.

(۴۸) اتومبیل‌ها (C) برای تعمیر از رده خارج می‌شوند اگر ترمزهاشان (B)

اشکالی داشته باشند. _____ .
(۴۹) تنها اگر این اشخاص (P) راست بگویند مدرکی (E) بروجود
بشقاب پرنده خواهیم داشت. _____ .

رابط شرطی دیگر «مگر این که» است. فرض می‌کنیم معتقد باشیم که:
جوزف قبول نشده مگر اینکه سخت تر از سال پیش کار کرده باشد.

وبعداً متوجه می‌شویم که:

جوزف قبول شده است.

در این صورت نتیجه می‌گیریم که (۵۰) جوزف سخت تر از سال پیش کار نکرده
است / جوزف سخت تر از سال پیش کار کرده است.
به عنوان مثال دیگر، فرض می‌کنیم که معتقدیم که:

آدام با ایو ازدواج نمی‌کند مگر اینکه ایو ثروتمند باشد.

وبعداً می‌شنویم که:

آدام با ایو ازدواج کرده است.

در این صورت نتیجه می‌گیریم که (۵۱) ایو ثروتمند نیست / ایو ثروتمند است.

در هر یک از این دو مثال گزاره «مگر اینکه» به صورت (۵۲)
«P - مگر اینکه Q» / «مگر اینکه P، Q» است. P - در این مورد، مثلاً،
«جوزف قبول نشده است» یا «آدام با ایو ازدواج نمی‌کند» است. در این
صورت چون P: «جوزف قبول شده است» یا «آدام با ایو ازدواج کرده
است» را داشته باشیم Q: «جوزف سخت تر کار کرده است» یا «ایو ثروتمند
است» را استنتاج می‌کنیم.

با طرح دادن به این موضوع، به دست می‌آوریم:

Q مگر اینکه P —

P .

Q ، بنا بر این

طرح فوق شبیه نوعی انفصال است. قاعده‌یی که آن را انفصال (تالی) نامیدیم عبارت است از:

$P \rightarrow Q$.

P .

Q ، بنا بر این

این مطلب مطرح می‌کند که

P — مگر اینکه Q .

باید به صورت:

$P \rightarrow Q$

علامتی شود. در این صورت قاعده علامتی کردن مگر اینکه چنین است:

«مگر اینکه» پیش از تالی می‌آید. مؤلفه دیگر نقیض مقدم است.

از این قاعده برای جور کردن موارد زیر استفاده کنید:

(۵۳) ————— $P \rightarrow Q$.

(a) P مگر اینکه Q .

(b) Q مگر اینکه P .

(۵۴) ————— $Q \rightarrow P$.

(c) P — مگر اینکه Q .

(d) مگر اینکه P ، Q .

(e) مگر اینکه Q ، P .

(۵۵) ————— $P \rightarrow Q$.

(f) مگر اینکه Q ، P —.

علامتی کنید:

(۵۶) مگر اینکه کناره گیری (R) کند، وگرنه اخراج (F) خواهد شد.

(۵۷) مگر اینکه مأمورین (M) اخراج شوند، وگرنه لازم می آید که حزب ملی گرا (N) آرام شود.

(۵۸) او نخواهد دوید (R) مگر اینکه جریان هوا (D) موجود باشد.

(۵۹) عصبانی (A) خواهد شد مگر اینکه آن شغل (J) را به دست آورد.

جور کنید:

- | | | |
|---------------------------------|-----|---------------------------------------|
| $P \rightarrow Q$ | (a) | _____ اگر P ، در این صورت Q . |
| $Q \rightarrow P$ | (b) | _____ P - اگر و تنها اگر Q . |
| $\neg P \rightarrow Q$ | (c) | _____ P مگر اینکه Q . |
| $\neg Q \rightarrow P$ | (d) | _____ P تنها اگر Q . |
| $P \rightarrow \neg Q$ | (e) | _____ P - اگر و تنها اگر $\neg Q$. |
| $Q \rightarrow \neg P$ | (f) | _____ تنها اگر $\neg P$ ، Q . |
| $\neg P \rightarrow \neg Q$ | (g) | _____ مگر اینکه P ، Q . |
| $\neg Q \rightarrow \neg P$ | (h) | _____ P اگر و تنها اگر Q . |
| $Q \leftrightarrow \neg P$ | (i) | _____ Q - اگر $\neg P$. |
| $\neg P \leftrightarrow Q$ | (j) | _____ Q اگر و تنها اگر $\neg P$. |
| $P \leftrightarrow Q$ | (k) | _____ Q مگر اینکه $\neg P$. |
| $\neg P \leftrightarrow \neg Q$ | (m) | |

Deduction

استنتاج

در این فصل چگونگی انجام دادن استنتاجات شامل رابطهای تابع ارزش را نشان می‌دهیم.

امثلة استدالات باچاره مؤلفه اصلی یا بیشتر به جداول ارزش عظیم نیاز دارند. در امتحان بسا استفاده از جداول ارزش. گاهی راههای میان بر موجود است، اما يك جدول ارزش بزرگ می‌تواند به سرعت غیر قابل کنترل شود. لذا در این مورد شناختن بعضی اقدامات ساده در استدالات که بتوان آنها را بلافاصله و به طوری غریزی به جا آورد به سهولت رسیدن به مقصود کمک می‌کند. در این رابطه باید موارد زیر را از قبل بدانید.

۱. دو گزاره که منطقاً معادل باشند همواره (۱) قابل تعویض بایکدیگر قابل جانشین شدن در هر استدلالند.

۲. $P \rightarrow P$ — منطقاً معادل (۲) $P \rightarrow P$ است.

۳. قوانین (۳) — منطقاً دومیورگان: بنا به این قوانین.

فی المثل، $P \vee Q$ منطقاً معادل (۴) $\neg(\neg P \& \neg Q)$ —

- منطقاً معادل (۵) _____ است. اگر در مورد این سؤالات تردید دارید، قبل از ادامه مطلب، فصل ۱۳ را مرور کنید.
۴. قاعده تبدیل، که مطابق آن $P \& Q$ منطقاً معادل $Q \& P$ است، و $P \vee Q$ منطقاً معادل (۷) _____ می باشد.
۵. قاعده تضعیف، که مطابق آن: (اظهارات صحیح را با دایره مشخص کنید)
- (۸) $Q \vdash P \vee Q / P \vdash P \vee Q / P \vee Q \vdash P$
۶. قواعد ترکیب عطفی، که مطابق آن (۹) $P, Q \vdash P \& Q / P \vdash P \& Q$ (سه اظهار از این اظهارات را با دایره مشخص کنید).
۷. دو قاعده انفصال، یکی در مورد انفصال منفصل ترکیب فصلی، و دیگری در مورد انفصال تالی.

انفصالات ناصحیح را خط بزینید:

- (۱۰) $P, P \rightarrow Q \vdash Q$.
- (۱۱) $\neg P, \neg P \vee Q \vdash Q$.
- (۱۲) $P, \neg P \rightarrow Q \vdash \neg Q$.
- (۱۳) $\neg Q \vee P, \neg P \vdash \neg Q$.
- (۱۴) $P \vee Q, Q \vdash \neg P$.
- (۱۵) $\neg P, \neg P \rightarrow Q \vdash P$.

موارد استعمال ناصحیح قواعد فوق را خط بزینید.

- (۱۶) $\neg (P \vee Q) \& R \vdash \neg (\neg (P \vee Q) \vee R)$.
- (۱۷) $\neg (P \vee Q) \& R \vdash (\neg P \& \neg Q) \vee R$.
- (۱۸) $\neg (P \vee Q) \& R \vdash \neg ((P \vee Q) \vee R)$.
- (۱۹) $(P \& Q) \& R \vdash R$.
- (۲۰) $P \vee Q \vdash (P \vee Q) \vee R$.
- (۲۱) $\neg R \vdash \neg R \& Q$.

$$(۲۲) P \& Q \vdash \neg Q \& \neg P.$$

$$(۲۳) (P \& Q) \vee R \vdash R \vee (P \& Q).$$

جور کنید.

$$P \vee Q \vdash Q \vee P. \quad (a) \quad \text{ترکیب عطفی} \quad (۲۴)$$

$$P \& Q \vdash P. \quad (b)$$

$$P \vee Q \vdash (P \vee Q) \vee (R \& S). \quad (c) \quad \text{تبدیل} \quad (۲۵)$$

$$\neg(P \& Q), \quad (d) \quad \text{انفصال منفصل} \quad (۲۶)$$

$$R \vee (P \& Q) \vdash R. \quad (۲۷) \quad \text{دومورگان}$$

$$P \vee \neg Q, (P \vee \neg Q) \rightarrow (R \vee S) \vdash R \vee S. \quad (e)$$

$$(R \vee S) \vdash R \vee S. \quad (۲۸) \quad \text{نقیض دو گانه}$$

$$\neg(P \vee Q) \rightarrow R \vdash (R \vee S) \vdash R \vee S. \quad (f)$$

$$(\neg P \& \neg Q) \rightarrow R. \quad (۲۹) \quad \text{انفصال تالی}$$

$$\neg \neg P \vdash P \quad (g)$$

$$(۳۰) \quad \text{تضعیف}$$

دو نوع انفصال فوق خیلی متفاوت نیستند. $P \rightarrow Q$ ارزش \mathbb{F} می گیرد

اگر و تنها اگر P (۳۱) و Q (۳۲) باشد. تحت چه وضعیاتی

$P \vee Q$ - ارزش \mathbb{F} می گیرد؟ (۳۳) در این صورت

نتیجه می شود که $P \rightarrow Q$ و $P \vee Q$ - منطقاً (۳۴) اند.

این قاعده را قاعده تعادل فاصل-پیکان می نامیم.

$P \rightarrow Q$ منطقاً معادل $P \vee Q$ - است.

بنا به قاعدهٔ انفصال تالی؛ — (۳۵) $P, P \rightarrow Q \vdash P$. بنا به قاعدهٔ انفصال منفصل؛ — (۳۶) $P, PVQ \vdash P$. اما این دو قاعده، از آنجا که $PVQ -$ و (۳۷) — بنا به تعادل فاصل-پیکان منطقاً معادلند، به زحمت متفاوتند. در نتیجه به هر یک از دو قاعده به عنوان انفصال اشاره می‌کنیم. با استفاده از تعادل فاصل-پیکان است که می‌دانیم که چگونه گزاره‌های به کار برندهٔ پیکان را بر حسب فاصل بیان کنیم، و با استفاده از قوانین دو مورگان است که می‌دانیم که گزاره‌های به کار برندهٔ فاصل را بر حسب عاطف بیان کنیم. به این ترتیب می‌توانیم پیکان را بر حسب عاطف نیز بیان کنیم. به عنوان مثال، $P \rightarrow Q$ منطقاً معادل (۳۸) $PVQ/PVQ - QVP -$ است. و بعد از این $PVQ -$ به نوبهٔ خودش منطقاً معادل (۳۹) $P \& Q - (P \& - Q) - /$ است. بنابراین $P \rightarrow Q$ منطقاً معادل (۴۰) $P \& - Q - /$ است. $(P \& - Q)$ است.

توجه کنید که تعادل منطقی فوق حقیقتی آشنا را در مورد پیکان بیان می‌کند. $P \rightarrow Q$ دروغ است تنها اگر P (۴۱) — و Q (۴۲) — باشد. به عبارت دیگر، بنا به $P \rightarrow Q$ ، راست نیست که P راست و Q دروغ است، یعنی، $(P \& - Q) -$. موارد زیر را تنها با استفاده از عاطف و نقیض بیان کنید.

(۴۳) $- P \rightarrow Q$. _____

(۴۴) $-(Q \rightarrow P)$. _____

(۴۵) $- (- P \rightarrow Q)$. _____

قاعدهٔ مفید دیگر عکس نقیض نامیده می‌شود. آیا $P \rightarrow Q$ منطقاً معادل $Q \rightarrow P$ است؟ (۴۶) بله/نه. (۴۷) جدول ارزشی برای امتحان این که $P \rightarrow Q$ منطقاً معادل $P \rightarrow -Q$ است رسم کنید.

$P \rightarrow Q \supset P \rightarrow -Q$ منطقاً معادلند.

1. contraposition

این قاعده را عکس نقیض می‌نامیم و در این مورد هر عملی را که صرفاً متضمن حذف نقیض دو گانه باشد داخل عکس نقیض می‌گنجانیم. به عنوان مثال:

$$P \rightarrow Q \text{ منطقاً معادل } P \rightarrow \neg \neg P \text{ یا } \neg Q \rightarrow P \text{ است.}$$

در موارد زیر عکس نقیض را به کار برده نقیض‌های دو گانه را حذف کنید:

(۴۸) $Q \rightarrow \neg P$. _____

(۴۹) $\neg P \rightarrow \neg Q$. _____

(۵۰) $\neg Q \rightarrow (RVP)$. _____

توجه داشته باشید که می‌توانیم به طریق زیر نتیجه بگیریم که عکس نقیض درست است.

۱. $P \rightarrow Q \vdash \neg PVQ$ فاصل-بیکان

۲. « $\vdash QV\neg P$ تبدیل

۳. « $\vdash \neg Q \rightarrow \neg P$ فاصل-بیکان

بنابراین $P \rightarrow Q \vdash \neg Q \rightarrow \neg P$

استنتاجی مشابه برای نشان دادن این که $\neg P \rightarrow \neg Q \vdash Q \rightarrow P$ است تشکیل دهید.

(۵۱) _____

آخرین قاعده مفید شرکت‌پذیری است:

$$(PVQ)VR \text{ و } PV(QVR) \text{ منطقاً معادلند.}$$

$(P \& Q) \& R$ و $P \& (Q \& R)$ منطقاً معادلند.

در این مرحله چند مثال از استنتاج می آوریم. در استنتاجات پیچیده تر مراحل را برای سادگی و اشاره به قبل شماره گذاری می کنیم.

$$-PV-Q, -R \rightarrow (P \& Q) \vdash R$$

استنتاج:

۱. $-PV-Q, -R \rightarrow (P \& Q) \vdash -(P \& Q)$

مقدمه اول، دومورگان.

۲. « $\vdash -(P \& Q) \rightarrow R$

مقدمه دوم، عکس نقیض.

۳. « $\vdash R$. انفصال، ۱، ۲

سطر ۱ قوانین دومورگان را در مورد مقدمه اول به کار می برد. سطر ۲ عکس نقیض را در مورد (۵۲) اولین/دومین مقدمه به کار می برد. سطر ۳، R را با استفاده از انفصال در مورد نتایج سطور ۱ و ۲ استخراج می کند.

سرتاسر تمام استنتاجات زیر درست است، و هیچیک متضمن هیچ مرحله ای جز آن ها که قبلاً بررسی کرده ایم نیست. در هر حالت، هر مرحله را مانند مراحل مثال قبل، با نوشتن نام قاعده مربوطه در امتداد سطری که آن را به کار برده، توجیه کنید.

$$-P \& -Q, R \rightarrow (PVQ) \vdash -R$$

استنتاج:

۱. $-P \& -Q, R \rightarrow (PVQ) \vdash -(PVQ)$.

————— (۵۳)

« $\vdash -(PVQ) \rightarrow -R$

_____ (۵۴)

« $\vdash \neg R$

_____، ۲، ۱ (۵۵)

$\neg(\neg RV - S) \vdash S$

استنتاج:

۱. $\neg(\neg RV - S) \vdash R \& S.$ (۵۶) _____

۲. « $\vdash S$ (۵۷) _____

$Q \vdash P \rightarrow Q$

استنتاج:

۱. $Q \vdash \neg PV Q.$ (۵۸) _____

۲. « $\vdash P \rightarrow Q.$ (۵۹) _____

$P, Q \vdash \neg(\neg PV - Q)$

استنتاج:

۱. $P, Q \vdash P \& Q.$ (۶۰) _____

۲. « $\vdash \neg(\neg PV - Q)$ (۶۱) _____

$P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R$

استنتاج:

۱. $P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash Q$ (۶۲) _____

۲. « $\vdash R$ ۱، مقدمه $Q \rightarrow R$ ، و انفصال

در سطر ۱ مثال قبل، Q را از دو مقدمه (۶۳) و (۶۴) با استفاده

از انفصال به دست آوردیم. در سطر ۲، نتیجه ۲، یعنی، (۶۵) —، را از نتیجه ۱، یعنی، Q ، و یکی از مقدمات یعنی (۶۶) —، و با استفاده از انفصال دیگر حاصل کردیم.

$$P, -Q \rightarrow -P, -R \rightarrow -Q \vdash R$$

استنتاج:

$$۱. P, -Q \rightarrow -P, -R \rightarrow -Q \vdash P \rightarrow Q.$$

$$\text{_____} (۶۷)$$

$$۲. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vdash Q \rightarrow R. \quad \text{مقدمه، عکس نقیض}$$

$$۳. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vdash Q.$$

$$\text{_____} (۶۸) \quad \text{مقدمه، ۱}$$

$$۴. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vdash R.$$

$$\text{_____} (۶۹) \quad \text{۲، ۳}$$

اکنون در مورد اظهارات زیر در ورقه خود استنتاج تشکیل دهید:

$$(۷۰) \quad -(P \vee Q) \rightarrow -R, R \vdash P \vee Q.$$

$$(۷۱) \quad -(P \vee Q) \rightarrow -R, R \vdash -(-P \& -Q).$$

$$(۷۲) \quad -P \rightarrow -Q, P \rightarrow R, Q \vdash R.$$

$$(۷۳) \quad (P \vee Q) \rightarrow -R \vdash R \rightarrow (-P \& -Q).$$

$$(۷۴) \quad P \rightarrow Q \vdash -(-Q \& P).$$

$$(۷۵) \quad (-P \vee -Q) \vee R, P \& Q \vdash R.$$

در هر یک از این مثال‌ها، طریق عمل، به کاربردن یکی از تعادلات وسیعی در به دست آوردن مرحله‌یی که در آن بتوان انفصال را به کاربرد می‌باشد.

به‌عنوان مثال، در (۷۰)، نتیجه PVQ است. در این صورت می‌توانیم این گزاره را با استفاده از انفصال در صورتی که عبارتی را که جهت آن به طرف PVQ است به دست آوریم حاصل کنیم. اما در مقدمه ملاحظه می‌کنیم که جهت (PVQ) — به طرف چیزی است. این مطرح می‌کند که عکس نقیض را در مورد این مقدمه به کار بریم و بعد ملاحظه کنیم که انفصال به کار می‌رود یا خیر. اظهار (۷۱) از ادامه دادن استنتاج (۷۰) به دست آمده است، زیرا نتیجه (۷۱) با توجه به دو مورگان معادل نتیجه (۷۰) است.

اظهارات ناصحیح زیر را خط بزنید. در این مورد هر روشی را که ما یلید به کار برید. برای این منظور شاید بهترین کار این باشد که در استنتاج نسبتاً سریع باشیم و بتوانیم ملاحظه کنیم که چه وقت نتیجه گیری مان درست است. اما در صورتی که سریع نیستیم، ممکن است بهترین کار رسم جدول ارزش برای تمام اظهارات، و سپس تشکیل استنتاج برای تمام اظهارات صحیح باشد. در این صورت پس از انجام این کار، باید مشکل زیادی در دانستن اینکه در حالاتی نظیر این حالات چه چیز از چه چیز نتیجه می‌شود، نداشته باشیم.

$$(۷۶) P \rightarrow Q, Q \vdash P.$$

$$(۷۷) PVQ, \neg Q \vdash \neg P.$$

$$(۷۸) \neg(PV)Q \vdash \neg P \& \neg Q.$$

$$(۷۹) P \rightarrow Q \vdash Q \rightarrow P.$$

$$(۸۰) P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \vdash R.$$

$$(۸۱) P \rightarrow Q, \neg R \rightarrow \neg Q, P \vdash R.$$

$$(۸۲) \neg PVQ, \neg R \rightarrow \neg Q, P \vdash R.$$

$$(۸۳) P \rightarrow Q, P \rightarrow R, P \vdash Q \& R.$$

$$(۸۴) \neg \neg \neg P \vdash \neg \neg P.$$

$$(۸۵) \neg PVQ, \neg RVQ \vdash (PVR)VQ.$$

(۸۶) $(P \vee R) \vee Q \vdash P \vee (R \vee Q)$.

(۸۷) $P \& Q \vdash P \vee Q$.

(۸۸) $P \vee Q \vdash P \& Q$.

(۸۹) $\neg P \& R \rightarrow P \vdash \neg R$.

Conditional Proof

اثبات شرطی

در این فصل آخرین قاعده مفید در استنتاج کردن را به دست می‌دهیم

« $P, Q \vdash R$ » به چه معنی است؟ (۱) —————
 توجه داشته باشید که اگر « $P \vdash Q$ »، در این صورت به‌ازاء هر مقدمه دلخواه، هر چه که باشد، داریم $P, R \vdash Q$. زیرا اگر استدلال « P بنا بر این Q » درست باشد ممکن نیست که P راست و Q (۲) ————— باشد. در نتیجه ممکن نیست که P و R راست باشند و Q دروغ باشد.

اگر $P \vdash Q$ و $Q \vdash R$ ، آیا راست است که $P \vdash R$ ؟ (۳) بله/نه.
 پاسخ آری است، زیرا اگر هر گاه P راست باشد، Q راست است (همان‌طور که از $P \vdash Q$ مراد شده) و اگر هر گاه Q راست باشد، R راست است، در این صورت هر گاه P راست باشد، R نیز راست است.

(۴) آیا راست است که اگر $P \vdash Q$ ، $Q \vdash R$ ، و $R \vdash S$ ، در این صورت $P \vdash S$ ؟ بله/نه.

(۵) آیا راست است که اگر $P \vdash Q$ ، در این صورت $Q \vdash P$ نیز در هر حالت

برقرار است؟ بله/ نه.

(۶) آیا راست است که اگر $P \vdash Q$ و $Q \vdash R$ ، در این صورت $P \vdash R$ ؟
بله/ نه.

واضح است که رابطه نزدیکی بین پیکان و استدلال درست موجود است. به عنوان مثال، قاعده انفصال، که طبق آن مورد زیر درست است: (۷)
 $\vdash P, P \rightarrow Q \vdash Q$ ، را می‌شناسیم. به خاطر داشته باشید که $P \rightarrow Q$ تفسیر علامتی (۸) P مگر اینکه Q اگر P در این صورت Q تنها اگر P ، Q است. در این صورت طبیعی است که بتوانیم از P و، اگر P در این صورت Q ، به Q برسیم. شرطی، «اگر P در این صورت Q » مانند بلیط هواپیمائی است که مجازمان می‌کند که از P به Q برویم. به همین دلیل است که گیلبرت رایل^۱ فیلسوف، گزاره‌های شرطی را «بلیط‌های استنتاج» نامیده است. اگر کسی به شما بگوید که:

اگر افزایش مالیات نباشد، در این صورت تورم بیشتری خواهد بود.

چنین به شما گفته شده که می‌توانید تورم بیشتر را از عدم افزایش مالیات استنتاج کنید. این حقیقت در قاعده‌یی که آن را انفصال می‌نامیم خلاصه شده است.

اما عکس انفصال نیز باید برقرار باشد. فرض می‌کنیم بتوانیم تورم بیشتر را از عدم افزایش مالیات به درستی نتیجه بگیریم. در این صورت، مطمئناً اگر افزایش مالیات نباشد، تورم بیشتری خواهد بود، و این عکس انفصال است. در این صورت با حاصل کردن هر استنتاج درست، می‌دانیم که شرطی‌یی برقرار است.

عکس انفصال، به اثبات شرطی^۲ موسوم است. این قاعده چنین می‌گوید که اگر بتوانید Q را از P استنتاج کنید، حق دارید $P \rightarrow Q$ را اظهار کنید. به این ترتیب اگر بتوانید $P \vdash Q$ را اظهار کنید، می‌توانید $P \rightarrow Q$ را

1. Gilbert Ryle

2. conditional proof

نیز اظهار کنید. در حالت کلی تر، فرض می کنیم که بتوانید $R, P \vdash Q$ را اظهار کنید. در این صورت قاعدهٔ اثبات شرطی چنین می گوید که می توانیم $R \vdash P \rightarrow Q$ را نیز اظهار نمائیم.

راجع به شرطی به عنوان بلیط هواپیمایی فکر کنید که قادران می کند که از P به Q برود. به این ترتیب که اگر بلیط $P \rightarrow Q$ بی داشته باشید، و در P باشید، در این صورت می توانید به (۹) — برود. اکنون فرض می کنیم به دفتر فروش رفته و برای رفتن از P به Q وجه بلیط را پرداخته اید. در این صورت در مورد این مسافرت ذیحقید و بلیط صادر شده این را نشان می دهد. بلیط مورد بحث (۱۰) $P/P \rightarrow Q$ است، و انجام دادن استنتاج مشابه پرداختن وجه می باشد.

اکنون ملاحظه می کنیم که چگونه این قاعده در اثبات ها به کار می رود، و این کار را با اثبات این که، $R \vdash P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R$ ، آغاز می کنیم. چنین صورت استنتاجی محققاً درست است. در این مورد مثالی از استدلالی با این صورت می آوریم:

اگر آن مرد گناهکار است، در این صورت جریمه می شود.

اگر جریمه شود، در این صورت ورشکست می شود.

بنابراین، اگر آن مرد گناهکار است، در این صورت ورشکست می شود.

استنتاج فوق به طور واضح (۱۱) درست / نادرست است. اکنون از اثبات شرطی برای نشان دادن این که تمام استنتاجات از این صورت درستند، استفاده می کنیم.

۱۰. $P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash Q$. انفصال از P و $P \rightarrow Q$

۲۰. $P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R$. ۱، مقدمه، انفصال

۳۰. $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$. اثبات شرطی

توجه داشته باشید که درسطور ۲ و ۱ مقدمات یکسان، یعنی (۱۲) —،

(۱۳) _____، و (۱۴) _____ داریم. سطر ۲
چنین می گوید که می توانیم R را از این مقدمات استنتاج کنیم. یعنی، می توانیم
 R را از P همراه با $Q \rightarrow P$ و (۱۵) _____ استنتاج نماییم. در
سطر ۲، «پولمان را پرداخته ایم». در سطر ۳ بلیطی حاصل می کنیم که به ما
می گوید که، با در دست داشتن مقدمه های باقیمانده $Q \rightarrow P$ و (۱۶) _____
_____، حق داریم که از P به R برویم و این مطلب با شرطی (۱۷)
 $P \rightarrow R / R \rightarrow P$ بیان شده است. توجه داشته باشید که از سطر ۲ می توانیم
مانند فوق به سطر ۳ برویم، اما می توانیم به:

$$۲. P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R.$$

$$۴. P, Q \rightarrow R \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow R. \quad \text{اثبات شرطی}$$

نیز برویم. نیز می توانیم مقدمه سوم را به طرف دیگر برده دو مقدمه دیگر را
رها کنیم:

$$۲. P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R.$$

$$۵. P, P \rightarrow Q \vdash (Q \rightarrow R) \rightarrow R. \quad \text{اثبات شرطی}$$

هریک از سطور ۳، ۴، یا ۵ از ۲ و با پیروی از قاعده (۱۸) _____
حاصل شده است.

در زیر پنج بار سعی در به کار بردن گزاره شرطی کرده ایم. دوبار آنها
اشتباه است. آنها را خط بزنید.

(۱۹) فرض می کنیم $S, R, Q \vdash P$ نتیجه استنتاجی باشد. در این صورت با

استفاده از اثبات شرطی $S, R \vdash P \rightarrow Q$ را به دست می آوریم.

(۲۰) فرض می کنیم $S, R, Q \vdash P$ نتیجه استنتاجی باشد. در این صورت با

استفاده از اثبات شرطی $S, R \vdash P \rightarrow Q$ را به دست می آوریم.

(۲۱) فرض می کنیم $S, R, Q \vdash P$ نتیجه استنتاجی باشد. در این صورت

با استفاده از اثبات شرطی $S, R \vdash Q \rightarrow P$ را به دست می آوریم.

(۲۲) فرض می‌کنیم $P, Q, R \vdash S$ نتیجه استنتاجی باشد. در این صورت با استفاده از اثبات شرطی $R, S \vdash P \rightarrow Q$ را به دست می‌آوریم.

(۲۳) فرض می‌کنیم $P, Q, R \vdash S$ نتیجه استنتاجی باشد. در این صورت با استفاده از اثبات شرطی $P, Q \vdash R \rightarrow S$ را به دست می‌آوریم.

قاعده انفصال می‌گوید، از $P \rightarrow Q$ و P ، می‌توانیم (۲۴) — را استنتاج کنیم. اثبات شرطی می‌گوید که اگر اثبات Q از P و مقدمات دیگری را داشته باشیم، در این صورت می‌توان اظهار کرد که (۲۵) — به تنهایی از سایر مقدمات دیگر نتیجه می‌شود.

در این مرحله چند مثال می‌آوریم. در مورد این مثال‌ها هر گاه مقدمات سطری دقیقاً با مقدمات سطر دیگر یکسان باشد، زحمت تکرار آن‌ها را به خود نمی‌دهیم. اما به مجرد این که اثبات شرطی را به کار ببریم، یکی از مقدمات را «جذب» نتیجه می‌کنیم. در این صورت مقدماتمان پس از کار برد اثبات شرطی دیگر همان مقدمات قبل (۲۶) هستند/ نیستند و باید برای جلوگیری از هر گونه اشتباهی مقدمات باقیمانده را بنویسیم.

$$P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow Q$$

استنتاج:

$$۱. P, P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow Q. \quad \text{—————} \quad (۲۷)$$

۲. $P, P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash Q.$ با استفاده از انفصال، با به کار بردن مقدمات P و نتیجه سطر ۱.

$$۳. P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow Q. \quad \text{—————} \quad (۲۸)$$

آیا نتیجه سطر ۱ به همان صورت نتیجه سطر ۳ است؟ (۲۹) بله/ نه. آیا تمام مقدمات سطر ۱ در سطر ۳ اند؟ (۳۰) بله/ نه. سطر ۱ برای این است که (۳۱)

سطر ۳ برای این که (۳۲)

به این ترتیب، گرچه سطوز ۳۰۱ دارای یک نتیجه‌اند، سطر ۳ اظهار می‌کند که صورت استدلالی « $P \rightarrow (P \rightarrow Q)$ »، بنا بر این « $P \rightarrow Q$ » درست است. آیا سطر ۱ نیز همین را اظهار می‌کند؟ (۳۳) **بله/نه.**

$$P \rightarrow Q \vdash (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

استنتاج:

۱. $P, P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R.$ با دوبار کاربرد انفصال

۲. $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R.$ (۳۴)

۳. $P \rightarrow Q \vdash (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R).$
_____ (۳۵)

در این مورد توجه داشته باشید که اثبات شرطی را، با جذب متوالی دو مقدمه در نتیجه، دوبار در یک سطر به کار برده‌ایم. در سطر ۳، مقدمه (۳۶) _____ را به آن طرف برده آن را مقدم شرطی موجود قرار دادیم. فرض می‌کنیم به جای این مقدمه، مقدمه دیگر را برده باشیم. در این صورت نه سطر ۳ بلکه سطر ۴ را به دست می‌آوریم.

۴. $Q \rightarrow R \vdash$ _____ (۳۷)

در سطر ۲، مقدمه (۳۸) _____ را به آن طرف بردیم و آن را به عنوان مقدم شرطی موجود جذب کردیم. فرض می‌کنیم به جای آن $P \rightarrow Q$ را برده باشیم. در این صورت نه ۲ بلکه ۵ را به دست می‌آوریم.

۵. $P, Q \rightarrow R \vdash$ _____ (۳۹)

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash P \rightarrow (Q \& R)$$

استنتاج:

۱. $P, P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash R.$ _____ (۴۰)

۲۰ « $\vdash Q$ _____ (۲۱)

۳۰ « $\vdash Q \& R$ _____ ۱، ۲، ترکیب عطفی

۴۰ $P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash P \rightarrow (Q \& R)$.

_____ (۲۲)

مثال فوق، مانند غالب مثال‌هایی که ملاحظه کرده‌ایم، موافق درک متعارف است. مقدمات این مثال بر این اظهارند که اگر P راست باشد، Q راست است، نیز این که اگر P راست باشد، R راست است. بنا بر این، اگر P راست باشد، هم Q هم R باید راست باشند. فرض می‌کنیم مقدمات زیر را به جملات واقعی داشته باشیم،

اگر آن مرد بیمار باشد، در این صورت به بیمارستان می‌رود.

اگر آن مرد بیمار باشد، به دکتر نیاز دارد.

_____ بنا بر این، (۲۳)

قوانین دومورگان یادآوری می‌کنند که تقارن عظیمی بین فاصل و عاطف برقرار است. ایسن تقارن در قواعد استنتاج نیز ظاهر می‌شود. به عنوان مثال، قاعده تبدیلیمان هم در فاصل هم در عاطف ظاهر می‌شود.

(۴۴) $PVQ \vdash$ _____ بنا به تبدیل

(۴۵) $P \& Q \vdash$ _____ بنا به تبدیل

متناظر با قاعده ترکیب عطفی:

$P \& Q \vdash P$ و $P \& Q \vdash Q$

قاعده تضعیف را داریم:

$P \vdash PVQ$ و $Q \vdash PVQ$.

نیز نظیری برای قاعده مستخرج در فوق در (۲۲):

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash P \rightarrow (Q \& R)$$

داریم. این نظیر را به طور ساده قاعدهٔ منفصل^۱ می‌نامیم.

قاعدهٔ منفصل

$$P \rightarrow R, Q \rightarrow R \vdash (P \vee Q) \rightarrow R$$

قاعدهٔ منفصل فوق قاعده‌یی جدید است، و برخلاف قاعدهٔ متناظرش در مورد منطف، نمی‌تواند از قوانین دیگری که داده‌ایم استخراج شود. توجه داشته باشید که این قاعده نیز مطابق درک متعارف است. دختری نگران دیدن جوزف است، و می‌داند که اگر او به دانشکده بیاید فردا او را می‌بیند، نیز می‌داند اگر جوزف شب‌هنگام برای شنیدن جفرسون^۲ ادپلین^۲ برود فردا او را خواهد دید. بنا بر این می‌داند اگر جوزف فردا به دانشکده برود یا شب‌هنگام برای شنیدن جفرسون ادپلین برود (۴۶) _____ . مثال فوق، تمثیل خاصی از قاعده‌یی است که آن را قاعدهٔ (۴۷) _____ نامیده‌ایم. اظهارات ناصحیح را خط بزنید:

$$(۴۸) P \rightarrow (Q \vee R), S \rightarrow (Q \vee R) \vdash (P \vee S) \rightarrow (Q \vee R).$$

$$(۴۹) P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash P \rightarrow (Q \vee R).$$

$$(۵۰) P \rightarrow Q, R \rightarrow Q \vdash (R \& P) \rightarrow Q.$$

$$(۵۱) P \vee Q \vdash P \& Q.$$

$$(۵۲) (P \vee Q) \rightarrow R \vdash (P \& Q) \rightarrow R.$$

مثال اخیر، همانگونه که استنتاج زیر نشان می‌دهد، صحیح است:

$$۱. P \& Q, (P \vee Q) \rightarrow R \vdash P. \quad (۵۳) \text{_____}$$

$$۲. P \& Q, (P \vee Q) \rightarrow R \vdash P \vee Q. \quad (۵۴) \text{_____}$$

۳. $P \& Q, (P \vee Q) \rightarrow R \vdash R.$

(۵۵) _____.

۴. $P \vee Q \rightarrow R \vdash (P \& Q) \rightarrow R.$

(۵۶) _____.

آیا $(P \& Q) \rightarrow R \vdash (P \vee Q) \rightarrow R$ صحیح است؟ (۵۷) بله / نه. اگر مرددید، جدول ارزش آن را رسم کنید.

شاید این که چگونه شخص می تواند قواعد را با استفاده از اثبات شرطی کشف کند خیلی آشکار نباشد. در این مورد مثال نسبتاً مشکل زیر می تواند یاریگر باشد.

$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R).$

نتیجه در اینجا (۵۸) _____ است. رابط اصلی نتیجه (۵۹) عاطف / فاصل / بیگان است. قاعده‌یی که طبیعتاً به شرطی منجر می شود (۶۰) _____ است. کار را از انتهای استنتاجی که در جستجوی آنیم آغاز می کنیم. در انتها ملاحظه می شود که:

۵. $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$

اما اگر این را از اثبات شرطی به دست آورده باشیم، در سطر بعد (۶۱) بالا / زیر ملاحظه می کنیم:

۴. $P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow R.$

در این سطر نتیجه (۶۲) _____ است. رابط اصلی در این نتیجه (۶۳) _____ است. قاعده‌یی که طبیعتاً به شرطی منتهی می شود (۶۴) _____ است.

اگر ۴ با استفاده از اثبات شرطی به دست آمده باشد، در این صورت سطر بالای ۴ باید به صورت زیر بوده باشد:

$$۳. P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \rightarrow Q, P \vdash R.$$

اما در صورتی که به دقت به این سطر نگاه کنیم، ملاحظه خواهیم کرد که از مقدمات P و $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ می‌توانیم (۶۵) ————— را انفصال کنیم. از این گذشته، از مقدمات P و $P \rightarrow Q$ می‌توانیم (۶۶) ————— را انفصال کنیم. به این ترتیب، از این مقدمات می‌توانیم Q و $Q \rightarrow R$ ، که از آن‌ها R را انفصال می‌کنیم و به ۳ می‌رسیم، را به دست آوریم. و به این ترتیب اکنون می‌توانیم استنتاجمان را آغاز کنیم.

$$۱. P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \rightarrow Q, P \vdash Q \rightarrow R.$$

$$\text{————— (۶۷)}$$

$$۲. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vdash Q.$$

$$\text{————— (۶۸)}$$

اکنون مراحل باقیمانده در اثبات را خود به دست دهید. مرحله بعدی به دست آوردن ۳ با استفاده از انفصال و سپس انجام مراحل ۵ و ۴ است. اقدام کنید:

$$(۶۹) ۳. \text{—————}$$

$$(۷۰) ۴. \text{—————}$$

$$(۷۱) ۵. \text{—————}$$

کدام يك از اظهارات زیر صحیح است؟

$$(۷۲) \text{ اگر } P, Q \vdash R, \text{ در این صورت } P \vdash Q \rightarrow R$$

$$(۷۳) \text{ اگر } P, Q \vdash R, \text{ در این صورت } P \vdash \neg R \rightarrow \neg Q$$

$$(۷۴) \text{ اگر } P, Q \vdash R, \text{ در این صورت } R \vdash P \rightarrow Q$$

$$(۷۵) \text{ اگر } P, Q \vdash R, \text{ در این صورت } P \vdash \neg Q \vee R$$

$$(۷۶) \text{ اگر } P \vdash Q \text{ و } Q \vdash R, \text{ در این صورت } P \vdash R$$

$$(۷۷) \text{ اگر } P \vdash Q, \text{ در این صورت } P, R \vdash Q$$

$$(۷۸) \text{ اگر } P \vdash Q \text{ و } P \vdash R, \text{ در این صورت } P \vdash Q \& R$$

(۷۹) اگر $P \vdash Q$ و $R \vdash S$ ، در این صورت $P, R \vdash Q \& S$.

اظهار ۷۹ صحیح است، زیرا اگر $P \vdash Q$ ، در این صورت $P, R \vdash Q$ ، زیرا
مقدمه اضافی نمی‌تواند به یک استدلال درست صدمه بزند. نیز، اگر $R \vdash S$ ،
در این صورت $P, R \vdash S$ ، در این صورت $P, R \vdash Q \& S$ را با استفاده از
قاعده (۸۰) _____ به دست می‌آوریم.

۲۰

Tautologies

صادق‌ها

در این فصل بعضی از جنبه‌های تئوریک جداول ارزش و استنتاج را به دست می‌دهیم.

کدام یک از موارد زیر استعمال صحیح اثبات شرطی است؟ (۱) اگر نتیجه گرفته باشیم که $P, Q \vdash R$ ، در این صورت $P \vdash R \rightarrow Q$ / اگر نتیجه گرفته باشیم که $P, Q \vdash R$ ، در این صورت $P \vdash Q \rightarrow R$.

یکی از نمونه‌های جزئی استنتاج که از آن تغافل کرده‌ایم $P \vdash P$ است. این نمونه را «عینیت» می‌نامیم. اگر صورت استدلالی‌یی درست باشد، در این صورت نتیجه‌اش نمی‌تواند (۲) — باشد وقتی تمام مقدماتش (۳) — اند. اما P هنگامی که P, T است نمی‌تواند F باشد، و در نتیجه صورت استدلالی « P ، بنابراین P » محققاً درست است. اکنون فرض می‌کنیم که اثبات شرطی را در مورد $P \vdash P$ به کار ببریم، یعنی، مقدمه P را جذب تالی یک شرطی کنیم:

1. identity

۱. $P \vdash P$ عینیت

۲. $\vdash P \rightarrow P.$ اثبات شرطی

در این صورت این نتیجه شگفت‌انگیز که آشکار می‌کند که $P \rightarrow P$ از هیچ مقدمه‌یی استخراج نشده است را خواهیم داشت. در هر حال، جدول ارزش $P \rightarrow P$ را رسم کنید:

P	$P \rightarrow P$
T	
F	

(۴)

آیا در این جدول سطری وجود دارد که در آن $P \rightarrow P$ ارزش F بگیرد؟ (۵) **بله/نه**. اما صورت استدلالی‌یی درست است که راهی برای تخصیص T به تمام مقدمات و F به نتیجه آن موجود نباشد. هرگز به $P \rightarrow P$ نمی‌توان ارزش (۶) — را نسبت داد. در نتیجه صورت استدلالی $Q \vdash P \rightarrow P$ بی‌توجه به اینکه Q چیست، می‌رود که (۷) **درست/ نادرست** باشد چرا که بی‌توجه به اینکه چه ارزشی به Q تخصیص داده شده باشد، راهی برای تخصیص (۸) — به $P \rightarrow P$ موجود نیست و در نتیجه راهی برای تخصیص ارزش‌های راستی به مؤلفه‌ها به طوری که مقدمه Q را راست و نتیجه $P \rightarrow P$ را (۹) — کنند وجود ندارد.

از آنجا که صورت استدلالی « Q ، بنا بر این $P \rightarrow P$ »، بی‌توجه به این که چه مقدمه Q انتخاب کرده باشیم، درست است، طبیعی است که خود گزاره « $P \rightarrow P$ » را به این عنوان که درست است در نظر بگیریم. در این مورد گزاره‌های درست فراوان دیگری موجوداند. به عنوان مثال: می‌دانیم که $P \rightarrow P \vdash P \rightarrow P$ ، و می‌توانیم از آن با استفاده از قاعده (۱۰) — $P \rightarrow P \vdash P$ نتیجه بگیریم.

(۱۱) در ورقه کاغذ جداگانه‌یی جدول ارزش PVP - را رسم کنید. آیا این گزاره در سطری از این جدول F می‌گیرد؟ (۱۲) بله/نه.
گزاره‌ی سا طرح گزاره‌ئی‌یی که در هر سطر جدول ارزش T بگردد به صادق^۱ موسوم است. در ورقه خودتان، برای معین کردن این که کدام یک از موارد زیر صادق‌اند، جدول ارزش رسم کنید:

$$(۱۳) (P \& (-Q \rightarrow -P)) \rightarrow Q.$$

$$(۱۴) (-P \rightarrow Q) \rightarrow -(P \& -Q).$$

$$(۱۵) ((P \rightarrow P) \rightarrow Q) \rightarrow P.$$

$$(۱۶) ((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P.$$

به‌ازاء هر صادق P ، می‌توانیم $\vdash P$ ، یعنی P درست است، را نیز نتیجه بگیریم. به‌عنوان مثال، استنتاج ۱۶، که صادق است، را می‌آوریم. قواعد استنتاج به‌کاررفته را بیان کنید:

$$((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P.$$

استنتاج:

- | | | |
|----|---|--------------------|
| ۱. | $P \vdash P.$ | (۱۷) _____ |
| ۲. | $\vdash P \rightarrow P.$ | (۱۸) _____ |
| ۳. | $P \& -Q \vdash P.$ | (۱۹) _____ |
| ۴. | $\vdash (P \& -Q) \rightarrow P.$ | (۲۰) _____ |
| ۵. | $\vdash -(-PVQ) \rightarrow P.$ | (۲۱) _____ |
| ۶. | $\vdash -(P \rightarrow Q) \rightarrow P.$ | (۲۲) _____ |
| ۷. | $\vdash -(P \rightarrow Q) \vee P \rightarrow P.$ | ۶، ۷، قاعدهٔ مفصل. |
| ۸. | $\vdash ((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P.$ | (۲۳) _____ |

اکنون استنتاج ۱۳ را تشکیل دهید.

$$(P \& (-Q \rightarrow -P)) \rightarrow Q.$$

استنتاج:

$$\text{_____} \quad (۲۴)$$

اگر P صادق باشد، در این صورت، صورت استدلالی « Q »، بنا بر این P به ازاء هر Q ، هر چه که باشد، درست است. آیا می‌توانید توضیح دهید چرا؟

$$\text{_____} \quad (۲۵)$$

صورت استدلالی « P ، بنا بر این Q » درست است اگر و تنها اگر $P \rightarrow Q$ صادق باشد. برای نشان دادن این مطلب، باید نشان دهیم که اگر P ، بنا بر این Q درست باشد، در این صورت $P \rightarrow Q$ صادق است، و اگر $P \rightarrow Q$ صادق باشد، در این صورت P ، بنا بر این Q درست است. در این مورد باید (۲۶) یک/دو مطلب را متناظر با دو جهت مختلف «اگر و تنها اگر» نشان دهیم.

اگر P ، بنا بر این Q درست باشد، در این صورت تخصیص ارزش‌های راستی‌یی به طوری که P ارزش (۲۷) — و Q ارزش (۲۸) — را بگیرد موجود نیست. اما $P \rightarrow Q$ ارزش F می‌گیرد اگر و تنها اگر P ، T و Q (۲۹) — بگیرد، و هم‌اکنون گفتیم که چنین امکانی موجود نیست. بنا بر این $P \rightarrow Q$ همواره ارزش (۳۰) — می‌گیرد. در نتیجه، $P \rightarrow Q$ (۳۱) — است.

از طرف دیگر، اگر $P \rightarrow Q$ صادق باشد، در این صورت سطری که در آن P ارزش T و Q ارزش F داشته باشد موجود نیست. اما صورت

استدلالی « P ، بنابراین Q » تنها اگر درسطری، P ارزش (۳۲) — و Q ارزش (۳۳) — بگیرد نادرست است. اما هم اکنون نشان دادیم که چنین سطری وجود ندارد، بنابراین صورت استدلالی مورد بحث (۳۴) — است.

(۳۵) درورقه خودتان ثابت کنید که صورت استدلالی « R ، Q ، P ، بنابراین S » درست است، اگر و تنها اگر $S \rightarrow ((P \& Q) \& R)$ صادق باشد. به خاطر بیاورید که دو گزاره منطقاً معادلند اگر هیچگاه در ارزش راستی اختلاف نداشته باشند. هر گاه یکی در سطری از جدول T بگیرد دیگری ارزش (۳۶) — می گیرد؛ هر گاه یکی F بگیرد، دیگری نیز چنین می کند. دوشرطی $P \leftrightarrow Q$ درسطری از جدول ارزش T می گیرد اگر و تنها اگر در آن سطر P و Q دارای ارزش های راستی (۳۷) یکسان/مختلف باشند.

(۳۸) در ورقه خودتان توضیح دهید چرا دو گزاره P و Q منطقاً معادلند اگر و تنها اگر $P \leftrightarrow Q$ صادق باشد. (۳۹) جدول ارزش $P \& \neg P$ را رسم کنید. آیا سطری وجود دارد که این گزاره در آن ارزش F بگیرد؟ (۴۰) بله/نه. آیا سطری وجود دارد که در آن ارزش T بگیرد؟ (۴۱) بله/نه.

گزاره با طرح گزاره ئی بی که در هر سطر جدول ارزشش ارزش F بگیرد کاذب^۱ نامیده می شود. برای پیدا کردن این که کدام یک از موارد زیر کاذب است جدول ارزش رسم کنید.

$$(۴۲) \quad \neg (P \vee \neg P).$$

$$(۴۳) \quad (P \vee Q) \leftrightarrow \neg (Q \vee P).$$

$$(۴۴) \quad \neg P \vee (Q \& P).$$

نقیض صادق کاذب است، و نقیض کاذب صادق می باشد. توضیح دهید چرا.

(۴۵)

فرض می‌کنیم غیب‌گویی^۱ به نام «اسکار^۲» داشته باشیم که وقتی گزاره‌ی کاذب است بتواند این مطلب را پیشگویی کند. می‌خواهیم بدانیم گزاره‌ی صادق است یا خیر. اما نمی‌توانیم این موضوع را مستقیماً از اسکار سؤال کنیم، زیرا او تنها به یک نوع سؤال، یعنی «آیا «چنین و چنان» کاذب است؟» جواب می‌دهد. با این همه، می‌توانیم از اسکار برای شناخت صادق‌ها استفاده کنیم. زیرا نقیض صادق (۴۶) ————— است. بنابراین اگر بخواهیم بدانیم آیا گزاره P صادق است یا خیر، از اسکار می‌پرسیم آیا P — کاذب است یا نه. در این صورت اگر P صادق باشد پاسخ اسکار چیست؟ پاسخ می‌دهد که « P — کاذب (۴۷) است / نیست.» در صورتی که P صادق نباشد چه جواب می‌دهد؟ (۴۸) ————— ..

صورت استدلالی « P ، بنابراین Q » درست است اگر و تنها اگر (۴۹)
 $P \leftrightarrow Q / Q \rightarrow P / P \rightarrow Q$
 برای کشف این مطلب که صورت استدلالی‌ئی به موجب رابط‌های تابع ارزش درست است به کار می‌بریم؟ (۵۰) —————

غیب‌گوی دیگر «پارد^۳» نامیده می‌شود. او نیز می‌تواند تنها به یک نوع سؤال پاسخ دهد. به این ترتیب که با معلوم بودن دوشروطی‌ی به صورت $P \leftrightarrow Q$ ، می‌تواند بگوید که آن دوشروطی صادق است یا خیر.

P و Q منطقاً معادلند اگر و تنها اگر (۵۱) $P \leftrightarrow Q / Q \rightarrow P / P \rightarrow Q$
 (۵۲) صادق/کاذب باشد. در این صورت چگونه می‌توانید از پارد برای پیدا کردن این که دو گزاره منطقاً معادلند یا خیر استفاده کنید؟ (۵۳) —————

طرح گزاره‌ئی « $PV - P$ » (۵۴) صادق/کاذب است، و بنابراین در هر سطر جدول ارزش (۵۵) F/T می‌گیرد. اکنون فرض می‌کنیم $(PV - P) \leftrightarrow Q$ صادق باشد. در این صورت باید Q و $PV - P$ در هر سطر

ارزش‌های راستی (۵۶) یکسان/مختلف بگیرند. در نتیجه، Q در هر سطر جدول ارزش، باید ارزش (۵۷) — بگیرد. در این صورت، Q باید (۵۸) — باشد.

چگونه از پارد برای مشخص کردن این که یک گزاره به دلخواه انتخاب شده صادق است استفاده می‌کنید؟ (۵۹) —

اسکار تنها می‌تواند یک نوع سؤال را مستقیماً جواب دهد، یعنی می‌تواند بگوید یک گزاره کاذب است یا خیر. اما قادر است که به مشخص کردن این که یک گزاره صادق است یا خیر نیز کمک کند؛ به این ترتیب که برای تشخیص صادق بودن P ، از اسکار می‌پرسیم که آیا P — کاذب است یا نه. در نتیجه، اسکار (۶۰) می‌تواند/ نمی‌تواند در تشخیص اینکه یک دوشروطی صادق است یا نه مفید باشد. آیا می‌توانید چیزی را با استفاده از پارد مشخص کنید که با استفاده از اسکار نمی‌توانید؟ (۶۱) بله/ نه.

ملاحظه کردیم که پارد قادر است که به طور غیرمستقیم بگوید که گزاره دلخواه Q صادق است یا خیر. برای این کار از پارد می‌پرسیم، «آیا $Q \leftrightarrow (PV - P)$ صادق است؟» در این صورت اگر بگوید (۶۲) بله/ نه، خواهیم دانست که Q صادق است. اما چگونه می‌توانید پارد را برای تشخیص این که Q کاذب است یا خیر به کار بیاورید؟ (۶۳) —

آیا سؤالی وجود دارد که بتوانیم با استفاده از اسکار به آن جواب دهیم و با استفاده از پارد نتوانیم؟ بله/ نه.

هر مشاوره با اسکار ۳ دلار، و هر مشاوره با پارد ۷/۵۰ دلار تمام می‌شود، در این صورت اگر به طور ساده بخواهیم به سؤال‌ها پاسخ دهیم، و

بخواهیم صرفه‌جویی هم کرده باشیم، آیا دلیل خوبی برای مشورت با پارد داریم؟ (۶۵) بله/نه.

غیب‌گوی سومی، به نام «راجرا» به‌نوع دیگری از سؤالات پاسخ می‌دهد. به این ترتیب که با معلوم بودن هر دو گزاره (نه طرح گزاره‌یی، بلکه گزاره‌های واقعی)، که آن‌ها را P و Q می‌نامیم، می‌تواند بگوید که دوشرطی $P \leftrightarrow Q$ راست است یا خیر. پارد می‌گوید $P \leftrightarrow Q$ صادق است یا نه، اما این چیز دیگری است. به‌عنوان مثال، دوشرطی‌های زیر هر دو راستند:

A. آب دریا شور است. \leftrightarrow چنین نیست که آب دریا شور نیست.

B. آب دریا شور است. \leftrightarrow خورشید از زمین بزرگ‌تر است.

اما تنها یکی از آن‌ها صادق است. کدام یک؟ (۶۶) B/A . توجه داشته باشید که B محققاً راست است، زیرا ارزش راستی «آب دریا شور است» (۶۷) — است و ارزش راستی «خورشید از زمین بزرگ‌تر است» (۶۸) — است. در نتیجه هر دو مؤلفه B دارای ارزش‌های راستی (۶۹) یکسان/مختلف‌اند. یک دوشرطی راست است اگر و تنها اگر هر دو مؤلفه آن دارای ارزش‌های راستی (۷۰) یکسان/مختلف باشند. بنابراین دوشرطی B راست است. اما، A نه تنها راست بلکه صادق نیز هست، زیرا، مؤلفه‌های آن، بی‌توجه به ارزش راستی‌هاشان، ارزش راستی یکسان دارند. به این ترتیب، مؤلفه‌های A منطقاً (۷۱) — اند. درحالی‌که مؤلفه‌های B منطقاً معادل نیستند، زیرا گرچه هر دو مؤلفه در واقع راستند، کاملاً امکان دارد که ارزش‌هاشان متفاوت شود، فی‌المثل، در صورتی که ماده شیمیائی جداکننده نمکی را به آب دریا اضافه کنیم، ممکن است دریاها را از نمک آزاد کنیم، و بنابراین اولین مؤلفه B (۷۲) — می‌شود درحالی‌که مؤلفه دوم همچنان (۷۳) — است. از سه مثال زیر، یکی صادق است، و یکی کاذب، یکی نیز راست است اما صادق نیست:

A. چین جمعیتی بیشتر از هندوستان دارد. \leftrightarrow دروغ است که چین جمعیتی بیشتر از هندوستان دارد.

B. هندوستان بیشتر از چین جمعیت دارد. \leftrightarrow آمریکا بیشتر از هندوستان جمعیت دارد.

C. آمریکا بیشتر از هندوستان جمعیت دارد. \leftrightarrow دروغ است که آمریکا بیشتر از هندوستان جمعیت ندارد.

کدام کدام است؟ A (۷۴) _____ است. B (۷۵) _____ است. C (۷۶) _____ است.

توجه داشته باشید که A، با وجود این که مؤلفه اول آن T است، کاذب است، و هم B هم C، T است گرچه تمام مؤلفه‌هاشان F اند. این موضوع به این علت است که دوشروطی بر این تقاضاست که هر دو مؤلفه ارزش راستی یکسان داشته باشند، و هر دو می‌توانند F باشند.

به هر حال بارد می‌تواند بگوید یک دوشروطی صادق است یا خیر، در حالی که راجرمی‌تواند بگوید یک دوشروطی راست است یا نه. در این صورت آیا می‌توانید از پارد برای کشف این مطلب که در مریخ حیات وجود دارد یا خیر استفاده کنید؟ (۷۷) بله/نه.

اما راجرمی‌تواند بگوید در مریخ حیات وجود دارد یا نه. برای این کار، گزاره‌ئی را که می‌دانیم راست است، مثلاً «آب دریا شور است»، رادر نظرمی‌گیریم، و راست بودن دوشروطی زیر را از راجرمی‌پرسیم:

در مریخ حیات وجود دارد. \leftrightarrow آب دریا شور است.

در این صورت راجر، در صورتی که در مریخ حیات وجود داشته باشد چه جوابی می‌دهد؟ (۷۸) _____ . و اگر در مریخ حیات وجود

نداشته باشد چه جوابی؟ (۷۹) _____ .

هم‌چنین راجرمی‌تواند صادق بودن یک گزاره را بیان کند. از اوسؤال

کنید دوشروطی زیر راست است یا خیر:

این گزاره صادق است. \leftrightarrow آب دریا شور است.

راجر، در صورتی که گزاره مورد بحث صادق نباشد چه پاسخی خواهد داد؟
پاسخش این است: «این دوشرطی (۸۰) F/T است.»
خدمات پارد به ازاء پرداخت ۳۰ دلار، خدمات اسکار به ازاء ۱۸ دلار،
و خدمات راجر به ازاء ۳۵ دلار برای تمام عمر در دسترس است. بهترین
معامله کدام است؟ (۸۱) اسکار/پارد/راجر.
«T» یا «F» جواب دهید:

(۸۲) — صورت استدلالی «P، بنابراین Q» نادرست است اگر در هر
سطر جدول ارزش که در آن P، T است، Q، F باشد.

(۸۳) — صورت استدلالی «P، بنابراین Q» نادرست است تنها اگر در
هر سطر جدول ارزش که در آن P، T است، Q، F باشد.

(۸۴) — اگر صورت استدلالی «P، بنابراین Q» درست باشد، در این
صورت $Q \rightarrow P$ صادق است.

(۸۵) — تنها اگر صورت استدلالی «P، بنابراین Q» درست باشد،
 $Q \rightarrow P$ صادق است.

(۸۶) — صورت استدلالی «P، بنابراین Q»، درست است اگر، و تنها
اگر، $Q \leftrightarrow P$ صادق باشد.

(۸۷) — $Q \leftrightarrow P$ صادق است اگر، و تنها اگر، $P \vdash Q$ و $Q \vdash P$.

(۸۸) — P صادق است اگر، و تنها اگر، P — کاذب باشد.

(۸۹) — یک دوشرطی صادق است اگر، و تنها اگر، راست باشد.

(۹۰) — اگر غیب‌گویی بتواند بگوید هر دوشرطی معلومی راست است
یا خیر، می‌توانیم ارزش راستی هر گزاره، هر چه که باشد، را
مشخص کنیم.

(۹۱) — اگر غیب‌گویی بتواند بگوید هر دوشرطی معلومی صادق است
یا خیر، می‌توانیم از آن برای تشخیص کاذب بودن هر گزاره
معلومی استفاده کنیم.

(۹۲) — اگر غیب‌گویی بتواند بگوید هر گزاره معلومی راست است یا خیر، می‌توانیم راست بودن هر دو شرطی معلومی را مشخص کنیم.

(۹۳) — اگر غیب‌گوئی بتواند بگوید هر دو شرطی معلومی صادق است یا خیر، می‌توانیم از آن برای تشخیص راست بودن هر گزاره معلومی استفاده کنیم.

(۹۴) — اگر گزاره P صادق باشد، در این صورت $P \rightarrow Q$ به‌ازاء هر Q ، هر چه که باشد، صادق است.

(۹۵) — اگر P صادق باشد، در این صورت بی‌توجه به این که چه گزاره Q انتخاب کرده باشیم، صورت استدلالی « Q ، بنابراین P » درست است.

(۹۶) — اگر P کاذب باشد، در این صورت، صورت استدلالی « P ، بنابراین Q » درست است.

(۹۷) — اگر P کاذب باشد، در این صورت $P \rightarrow Q$ هیچگاه صادق نیست.

(۹۸) — اگر $P \rightarrow Q$ صادق باشد، در این صورت Q نیز هست.

مفهوم مهم دیگر مفهوم سازگاری^۱ است. در مورد گزاره‌هایی که می‌توانند به صورت نمودارهای ون قرارداد شوند، چنین گفتیم که هر مجموعه گزاره سازگار است اگر بتوان تمام گزاره‌های آن را بایک نمودار نمایش داد. زیرا این عمل نشان می‌دهد که تمام آن‌ها می‌توانند با هم راست باشند. همین مفهوم در مورد توابع ارزش به کار می‌رود. به این ترتیب، دو طرح گزاره‌بی‌سازگارند اگر هر دو با هم بتوانند ارزش T بگیرند، یعنی، اگر در جدول ارزششان سطری، که در آن همه راست باشند، موجود باشد. در حالت کلی، مجموعه‌یی از گزاره‌ها سازگار است اگر در جدول ارزش سطری که همه در آن (۹۹)

_____ اند موجود باشد.

در این مورد توجه داشته باشید که می‌گوئیم سطری، نه هر سطری، چه سازگاری تنها این را می‌خواهد که امکان داشته باشد که تمام گزاره‌ها یکجا راست باشند. از طرف دیگر، یک مجموعه گزاره سازگار نیست، یا ناسازگار است اگر جدول ارزش آن سطری که در آن تمام گزاره‌ها یکجا ارزش T داشته باشند موجود (۱۰۰) باشد/ نباشد. اما بدصرف در دست داشتن سطری که در آن تمام گزاره‌ها T نباشد چیزی مشخص نمی‌شود، زیرا ممکن است سطر دیگری که در آن تمام گزاره‌ها T اند موجود باشد، و اگر چنین باشد، مجموعه گزاره‌ها (۱۰۱) سازگار/ ناسازگار است.

با رسم جداول ارزش معین کنید که مجموعه‌های طرح‌های گزاره‌ئی زیر سازگارند یا خیر. در این مورد باید برای مقایسه ارزش‌های راستی هر طرح جدولی رسم کنیم. در این صورت اگر بتوانیم سطر منفردی بیابیم که در آن هر طرح گزاره‌ئی واقع در فهرست داده شده T است، خواهیم دانست که این طرح‌ها سازگارند. اما اگر سطر منفردی که در آن تمام طرح‌ها (۱۰۲) _____ باشند موجود نباشد، ناسازگارند.

$$(103) PVQ. \quad -P \& -Q.$$

$$(104) P \rightarrow Q. \quad Q \rightarrow R. \quad R.$$

$$(105) Q \rightarrow R. \quad P \rightarrow R. \quad P \& -R.$$

$$(106) -PVQ. \quad -QVR. \quad -RVP.$$

اکنون مجموعه‌های گزاره‌های زیر را علامتی کرده جداول ارزشی برای کشف این که متفقاً سازگارند یا خیر رسم کنید.

(۱۰۷) اگر جنگ (w) پایان پذیرد، پول (m) فراوانی برای اجرای سیاست‌های داخلی موجود خواهد بود. اگر پول فراوان برای اجرای سیاست‌های داخلی موجود باشد، در این صورت اغلب مسائل شهری مملکت (n) حل

خواهند شد. اما، حتی اگر جنگ تمام شود اغلب مسائل شهری مملکت حل نشده باقی خواهند ماند.

(۱۰۸) اگر او حامله (p) باشد، سعی می کند به طور غیر قانونی سقط جنین (a) کند. اگر سعی کند به طور غیر قانونی سقط جنین کند، موفق (s) خواهد شد. اما موفق نخواهد شد به طور غیر قانونی سقط جنین کند.

(۱۰۹) یا زمین در زمان معینی آغاز (b) شده، یا اصلاً آفریده (c) نشده است. اگر زمین آفریده شده باشد، در این صورت خدائی (g) موجود است. اگر خدائی موجود نباشد، زمین در زمان معینی آغاز نشده است. حتی اگر خدائی موجود باشد، زمان معینی که در آن زمین آغاز شده باشد وجود ندارد.

(۱۱۰) سال پیش فروش بلبرینگ های اسلاتسکی و پریت چارد (s) افزایش نیافته است. اگر اسلاتسکی و پریت چارد فروش بلبرینگ های خود را افزایش نداده باشند، طلبکارهاشان تضمین (g) بیشتری خواهند خواست. خوشبختانه، اسلاتسکی و پریت چارد سال گذشته بلبرینگ بیشتری فروختند. اما، طلبکارهاشان هنوز تضمین بیشتری می خواهند.

در این مثال ها، با سازگاری مجموعه بی از گزاره ها سروکار داریم، و می خواهیم بدانیم آیا برای آن ها امکان دارد که همگی راست باشند یا خیر. در صورتی که غیر ممکن باشد که همه آن ها با هم راست باشند، مجموعه گزاره ها (۱۱۱) سازگار / ناسازگار است. اما اگر سطری در جدول ارزش موجود باشد که در آن همه ارزش راست بگیرند، در این صورت مجموعه (۱۱۲) سازگار / ناسازگار است.

توجه داشته باشید که در بند اخیر در مورد استدلالات گفتگو (۱۱۳) کردیم / نکردیم. اما، آیا مجموعه بی از مجموعه های گزاره های ۱۱۰-۱۰۷ استدلال است؟ (۱۱۴) بله / نه. هر یک از موارد ۱۱۰-۱۰۷ مجموعه بی از

گزاره‌هاست، اما در آن‌ها استدلالی موجود نیست. البته، می‌توانستیم از همین گزاره‌ها برای تشکیل استدلال‌ات استفاده کنیم. به‌عنوان مثال، گزاره‌های ۱۰۸ و ۱۰۹ را می‌توان به‌عنوان مقدماتی برای اثبات این نتیجه که دختر مورد بحث حامله نیست به‌کار برد. در این صورت آیا استدلال حاصل درست است؟ (۱۱۵) **بله/نه**.

در این کتاب به‌قدری بر استدلال‌ات درست متمرکز شده‌ایم که برای بعضی دانشجویان این فکری پیش می‌آید که هر موضوع مورد بحث استدلال است. اما ۱۱۰-۱۰۷ استدلال (۱۱۶) هستند/نیستند. آیا صحبت کردن از مقدمات ۱۱۰-۱۰۷ معنی دارد؟ (۱۱۷) **بله/نه**.

دراظهار زیر نکته‌ی اشتباه است. (۱۱۸) آن را تصحیح کنید:

برای کشف کردن اینکه مجموعه‌ی از گزاره‌ها متفقاً سازگار است یا نه، جدول ارزشی رسم می‌کنیم. اگر در این جدول سطری که در آن تمام مقدمات T باشند، موجود باشد، در این صورت گزاره‌ها سازگارند، اما اگر سطری که در آن تمام گزاره‌ها T باشند، موجود نباشد، ناسازگارند.

آیا در گزاره‌ی زیر مقدمه‌ی موجود است؟ (۱۱۹) **بله/نه**.

اگر پنجشنبه باران بیارد، جوزف لیدیا را به پیک نیک نخواهد برد.

مؤلفه «جوزف لیدیا را به پیک نیک نخواهد برد» به (۱۲۰) **مقدم/تالی** این گزاره شرطی موسوم است. نام داده شده به مؤلفه «پنجشنبه باران می‌بارد» چیست؟ (۱۲۱) _____ . استدلال‌ات مقدمه و نتیجه‌دارند. گزاره‌های شرطی مقدم و تالی دارند. درستی و نادرستی خواص استدلال‌ات اند. سازگاری و ناسازگاری خواص مجموعه‌های گزاره‌ها می‌باشند.

Reduction to Absurdity

تحویل به محال

تاکنون استدلالاتی را مورد بررسی قرار داده‌ایم که برای اثبات نتیجه‌یی با استنتاج آن از مقدمات قابل قبول در نظر گرفته شده بودند. مورد استفاده دیگر استدلال نشان دادن دروغ بودن بعضی گزاره‌ها با نشان دادن این که این گزاره‌ها مستلزم دروغ‌های مسلمند، است. در این صورت به بررسی منطق تابع ارزش‌مان با مطالعه این نوع استدلال خاتمه می‌دهیم. سؤالات مروری‌ئی نیز در پایان این فصل موجوداند.

(۱) $P \vdash Q$ به چه معنی است؟

(۲) اگر P, T باشد، ارزش راستی Q چیست؟ F/T .

(۳) اگر P, F باشد، آیا باید ارزش راستی Q ، F باشد؟ بله/نه.

(۴) اگر P, Q, T باشد، آیا باید ارزش راستی P, T باشد؟ بله/نه.

(۵) اگر P, Q, F باشد، ارزش راستی P چیست؟ F/T .

حقیقت اخیر طریق مفیدی در ابطال بعضی گزاره‌ها به دست می‌دهد. به عنوان

مثال، فرض می‌کنیم کسی بگوید «باید جنایتکاران محکوم، بدخاطر اینکه جانباختن احتمالی دیگر بترسند، اعدام شوند.» اگر شما با این حرف مخالف باشید، ممکن است چنین استدلال کنید که: «اگر این موضوع راست باشد، در این صورت باید نرخ جنایت در ایالاتی که این مجازات سنگین را منسوخ کرده‌اند افزایش یافته باشد. اما تجربه نشان می‌دهد که در چنین ایالاتی، نرخ جنایت، بعد از الغاء این مجازات سنگین، اگر هم تغییری کرده، کاهش یافته است. بنابراین آنچه را که ادعا می‌کنید راست نیست.» (۶) زیرا اظهاری که استدلال فوق تکذیب‌کننده آن است خط بکشید. این اظهار پی‌آمدهایی دارد که، در اینجا ادعا شده، (۷) F/T اند. بنابراین، باید خود گزاره (۸) F/T باشد. زیرا در حالت کلی، اگر $P \rightarrow Q$ و F باشد، در این صورت P باید F/T باشد.

تا کنون در این کتاب، اغلب استدلالاتی را مورد بررسی قرار داده‌ایم که برای اثبات این که گزاره‌ی راست است به کار رفته‌اند. اما می‌توانیم تمایلی مخالف داشته باشیم، یعنی، ممکن است مایل به نشان دادن این که چیزی دروغ است باشیم. غالباً طریق بحث در این مورد به روش زیر است:

$$P \rightarrow Q, \quad \neg Q$$

ملاحظه درست بودن این نمونه آسان است. صورت استدلالی مورد بحث تا زمانی که (۱۰) مقدمه‌ها / نتیجه هر گاه (۱۱) مقدمه‌ها / نتیجه T است T باشند، درست است. اما اگر مقدمه‌ها T باشند، در این صورت $\neg Q$ (۱۲) F/T است. در نتیجه، Q (۱۳) F/T است. اگر مقدمه‌ها هر دو T باشند، در این صورت $P \rightarrow Q$ (۱۴) F/T است. در نتیجه، P (۱۵) F/T است. بنابراین، $\neg P$ (۱۶) F/T می‌باشد. در این صورت چون هر دو مقدمه T اند، نتیجه، $\neg P$ (۱۷) F/T است. در نتیجه، صورت استدلالی فوق (۱۸) درست / نادرست است. این مطلب را می‌توانیم با استفاده از استنتاج نیز ملاحظه کنیم. قواعد استنتاج به کار رفته را بیان کنید:

$$P \rightarrow Q, -Q \vdash -P. \text{ ————— (۱۹)}$$

$$\ll \vdash -P. \text{ ————— (۲۰)}$$

ممکن است شخصی که عقیده دارد که زمین مسطح است استدلال زیر را به دست دهد:

می گویند که زمین گرد است. اما اگر زمین گرد باشد مکان‌هایی در آن طرف زمین وجود خواهند داشت که در آن‌ها مردم به سادگی خواهند افتاد. چنین مکان‌هایی موجود نیستند. بنابراین، زمین گرد نیست.

نتیجه این شخص چیست؟ (۲۱)

آیا استدلال او به صورت فوق است؟ (۲۲) بله/نه. آیا درست است؟ (۲۳)
بله/نه. چگونه از این استدلال انتقاد می‌کنید؟ (۲۴) —————

البته این موضوع که مردم می‌توانند از زمین بیفتند یا خیر مربوط به (۲۵) فیزیک/منطق است. صدق یا کذب مقدمات استدلال فوق موضوع منطق (۲۶) است/نیست. در حالت کلی، این که مقدمه‌ی راست یا دروغ است موضوع منطق نیست. اما در این مورد حالت خاصی موجود است. نام گزاره‌ی که در هر سطر جدول ارزش T می‌گیرد چیست؟ (۲۷) ————— نام گزاره‌ی که در هر سطر ارزش F می‌گیرد چیست؟ (۲۸) —————

اگر بتوانیم نشان دهیم که گزاره P مستلزم کذب است، در این صورت می‌دانیم که خود P باید (۲۹) F/T باشد، چه امکان ندارد که کذب (۳۰) F/T باشد. نامعقول است که بیندیشیم که کاذبی راست است. در نتیجه، مرسوم است که استدلالی که دروغ بودن P را، با استخراج کاذبی از آن، نشان می‌دهد، برهان خلف^۱، یا، تحویل به (۳۱) کذب/محال نامیده شود.

احتمالاً متداول‌ترین موارد استعمال این نوع استدلال در حقوق و

ریاضیات است. به عنوان مثال شاهدی ادعا می کند که ساعت ۱۱:۲۰ بعد از ظهر سه شنبه شب گذشته در بار هری^۱ بوده است. نیز می گوید ساعت ۱۱:۵۰ سوار جت سریع السیر به مقصد سانفرانسیسکو شده است. این اظهارات، همراه با آنچه که در مورد فرود گاه های دانیم، متضمن ناسازگاری اند. در نتیجه، وکیل مدافع تأکید می کند که شاهد (۳۲) راست/دروغ می گوید.

در ریاضیات، تحویل به محال یکی از مفیدترین وسائل است. در این مورد مثال مشهوری می آوریم. زمانی ریاضیدانان یونانی احتمالاً برای این اعتقاد بوده اند که تمام طول ها می توانند به صورت مضاربی از واحد مناسبی اندازه گیری شوند. این مطلب، همانگونه که امروزه بیان می شود، معادل این حرف است که تمام اعداد کسره های گویا هستند، یعنی می توانند به صورت n/m ، که در آن m و n اعداد تمامند، بیان شوند. اما قطر مربعی را که طول هر ضلعش یک فوت است در نظر می گیریم. بنا به قضیه فیثاغورث طول این قطر باید $\sqrt{۲}$ فوت باشد، که کسری گویا نیست. زیرا فرض می کنیم $\sqrt{۲} = m/n$ ، که در آن m و n اعدادی تمام که مقسوم علیه مشترک ندارند، می باشند، باشد. در این صورت

$$\sqrt{۲} = \frac{m}{n}$$

یا

$$\sqrt{۲} n = m$$

بنابراین m^2 زوج است. در این صورت باید عدد k ئی چنان موجود باشد که $m^2 = (2k)^2 = 4k^2$ ، در نتیجه:

$$\sqrt{۲} n = 4k^2$$

یا

$$n = 2k^2$$

بنا بر این n^2 نیز باید زوج باشد. اما این موضوع با فرضمان، که m و n به ساده ترین صورتشان می باشند و مقسوم علیه مشترک ندارند مغایر است. در نتیجه، باید فرضمان در مورد $\sqrt{2}$ دروغ باشد، و $\sqrt{2}$ بعد از تمام این صحبت ها کسری گویا نیست.

طریق گوناگونی برای بیان نمونه اساسی استدلال تحویل به محال موجود است. یکی از آن ها عبارت است از:

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P.$$

یعنی، اگر P مستلزم Q و Q هر دو باشد، در این صورت نتیجه می گیریم که P (۳۳) F/T است.

استدلال فوق را می توانیم با استفاده از استنتاج مورد بررسی قرار دهیم. در این صورت شاید ساده ترین راه این باشد که با این حقیقت که $(34) Q \vee \neg Q$ صادق است آغاز کنیم. یعنی بگوئیم:

$$1. \vdash Q \vee \neg Q.$$

اکنون قواعد استنتاج را مشخص کنید:

$$2. P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg Q \rightarrow \neg P.$$

$$\text{_____} (35)$$

$$3. \quad \ll \vdash \neg \neg Q \rightarrow \neg P.$$

$$\text{_____} (36)$$

$$4. \quad \ll \vdash Q \rightarrow \neg P.$$

$$\text{_____} (37)$$

$$5. \quad \ll \vdash (Q \vee \neg Q) \rightarrow \neg P.$$

$$\text{_____} (38)$$

$$6. \quad \ll \vdash \neg P.$$

$$\text{_____} (39)$$

صورت استدلال در مورد $\sqrt{2}$ حالت خاصی از تحویل به محال است، به این

ترتیب که از مقدمه، یا فرض، P ، P — را استنتاج کردیم. در نتیجه، P به عنوان نتایج هم P —، هم (به طور ساده) خودش، یعنی P ، را داراست. از آنجا که P هم مستلزم P — هم مستلزم P — است، نتیجه می‌گیریم که خود P (۴۰) **F/T** است. (۴۱) برای بررسی این که صورت استدلالی زیر درست است جدول ارزشی رسم کنید.

$$P \rightarrow \neg P \mid \neg P$$

این فصل را با مروری بر منطق تابع ارزش خاتمه می‌دهیم. در صورتی که بتوانید، با کلمات خود، عبارات منطقی کلیدی را تعریف کنید مفید است. در ورقه خودتان به آن دسته از سوالات زیر که به تعریف یا توضیح نیاز دارند پاسخ دهید.

(۴۲) رابط تابع ارزش چیست؟

(۴۳) کدام يك از رابط‌های زیر معمولاً به طریق اکیداً تابع ارزش به کار می‌روند؟ **و/یا/نه این، نه آن/اگر، در این صورت/تنها اگر/مگر اینکه/نه/احتمالاً/چنین نیست که.**

(۴۴) تفاوت معنی بین مقدمه و مقدم در چیست؟

(۴۵) صادق چیست؟

(۴۶) کاذب چیست؟

(۴۷) آیا تمام گزاره‌ها یا صادق یا کاذبند؟ **بله/نه.**

(۴۸) توضیح دهید چرا $P \rightarrow Q$ هر گاه P کاذب باشد صادق است.

(۴۹) توضیح دهید چرا $P \rightarrow Q$ هر گاه Q صادق باشد صادق است.

(۵۰) چه وقت مجموعه گزاره‌ها ناسازگار است.

(۵۱) اگر مقدمات يك استدلال ناسازگار باشند، در این صورت استدلال درست است. توضیح دهید چرا؟

(۵۲) چگونه استدلالی با مقدمات ناسازگار را نقد می‌کنید؟

(۵۳) مثال نقض يك صورت استدلالی چیست؟

(۵۴) اگر R صادق باشد، در این صورت به ازاء هر گزاره P و Q ؛
 $P, Q \vdash R$. چرا؟

(۵۵) با استفاده از مثال‌های خودتان، توضیح دهید چرا «اگر، در این صورت»
اکیداً تابع ارزش نیست. (اگر شک دارید، فصل ۱۶ را مرور کنید.)

(۵۶) قوانین تعادل منطقی دومی‌رگان چیستند؟

(۵۷) توضیح دهید چرا اگر P و Q منطقاً معادل باشند، دوشرطی $P \leftrightarrow Q$
صادق است.

(۵۸) اگر $P \vdash Q$ و $Q \vdash P$ ، در این صورت P و Q منطقاً معادلند. توضیح
دهید چرا.

(۵۹) مثالی از استدلالی درست با نتیجهٔ دروغ به دست دهید.

(۶۰) مثالی از استدلالی نادرست با نتیجهٔ راست به دست دهید.

(۶۱) اگر P و Q صادق باشند، در این صورت منطقاً معادلند. توضیح دهید
چرا؟

(۶۲) اگر P و Q هر دو کاذب باشند، در این صورت دوشرطی $P \leftrightarrow Q$
صادق است. توضیح دهید چرا.

جور کنید (جای خالی باقی نگذارید):

(۶۳) ——— (a) $P \rightarrow Q, P \vdash Q$. تضعیف.

(۶۴) ——— (b) $\neg P \rightarrow Q \vdash \neg Q \rightarrow P$. تبدیل.

(۶۵) ——— (c) $P \vdash P \vee Q$. دومی‌رگان.

(۶۶) ——— (d) $P, Q \vdash P \& Q$. قاعدهٔ منفصل.

(۶۷) ——— (e) $P \vee Q \vdash Q \vee P$. ترکیب عطفی.

(۶۸) ——— (f) $(P \vee Q) \vee R \vdash P \vee (Q \vee R)$. فاصل-پیکان.

(۶۹) ——— (g) $P \& Q \vdash Q$. نقیض دوگانه.

(۷۰) ——— (h) $P \vee \neg Q, \neg P \vdash \neg Q$. انفصال تالی.

(۷۱) ——— (i) $\neg(P \vee Q) \vdash \neg P \& \neg Q$. انفصال منفصل.

(۷۲) ——— (j) $\neg \neg \neg P \vdash \neg \neg P$. عکس نقیض.

- (k) $P \& (Q \& R) \vdash (P \& Q) \& R$. — (۷۳)
 $P \rightarrow Q \vdash \neg Q \rightarrow \neg P$. — (۷۴)
 $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$. — (۷۵)
 $P \& Q \vdash Q \& P$. — (۷۶)
 $P \rightarrow Q, R \rightarrow Q \vdash (P \vee R) \rightarrow Q$. — (۷۷)
 $\neg P \& Q \vdash \neg (P \vee \neg Q)$. — (۷۸)

اظهارات ناصحیح را خط بزنید.

- $P \vdash P \& Q$. (۷۹)
 $\neg P \vee \neg Q \vdash \neg (P \& Q)$. (۸۰)
 $P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash (P \vee Q) \rightarrow R$. (۸۱)
 $\vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$. (۸۲)
 $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$ (۸۳)
 $\neg P \vee Q, Q \rightarrow R \vdash \neg R \rightarrow \neg P$. (۸۴)
 $P \rightarrow Q, \neg Q \vee R \vdash \neg R \rightarrow P$. (۸۵)
 $\vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$. (۸۶)
 $\vdash ((P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$. (۸۷)
 $P \rightarrow Q, \neg Q \vdash \neg P$. (۸۸)
 $P \rightarrow Q, Q \vdash P$. (۸۹)
 $\neg P \vee \neg Q \vdash P \& Q$. (۹۰)

جوړکنید (جای خالی باقی نگذارید):

- $P \rightarrow Q$. (m) P مگر اینکه Q . — (۹۱)
 $Q \rightarrow P$. (n) P تنها اگر Q . — (۹۲)
 $\neg P \rightarrow Q$. (o) اگر P ، در این صورت $\neg Q$. — (۹۳)
 $\neg Q \rightarrow P$. (p) P اگر Q . — (۹۴)
 $\neg P \rightarrow \neg Q$. (q) Q اگر و تنها اگر P . — (۹۵)

- (۹۶) — اگر و تنها اگر $-Q$ ، $-P$ (r) $-Q \rightarrow -P$.
- (۹۷) — مگر اینکه $-P$ ، Q (s) $Q \leftrightarrow P$.
- (۹۸) — تنها اگر $-P$ ، Q (t) $-P \leftrightarrow -Q$.
- (۹۹) — مگر اینکه $-Q$ ، $-P$ (u) $Q \rightarrow -P$.
- (۱۰۰) — تنها اگر $-Q$ ، $-P$ (v) $P \rightarrow -Q$.

موارد استعمال ناصحیح اثبات شرطی را خط بزینید.

- (۱۰۱) اگر استنتاج $Q \vdash R$ ، P موجود باشد، در این صورت $Q \vdash P \rightarrow R$.
- (۱۰۲) اگر استنتاج $P \vdash Q$ موجود باشد، در این صورت $\vdash Q \rightarrow P$.
- (۱۰۳) اگر استنتاج $P, Q, R \vdash S$ موجود باشد، در این صورت $P \vdash Q \rightarrow (R \rightarrow S)$.
- (۱۰۴) اگر استنتاج $P, Q, R \vdash S$ موجود باشد، در این صورت $R \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow S)$.
- (۱۰۵) اگر استنتاج $P, Q, R \vdash S$ موجود باشد، در این صورت $S \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow R)$.

در مورد سازگاری امتحان کنید:

- (۱۰۶) $P \vee Q$. $-Q \vee R$. $P \rightarrow R$.
- (۱۰۷) $Q \vee (P \vee R)$. $-(Q \& P)$. $-R$.
- (۱۰۸) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$. $-P$. $-Q$. $-R$.
- (۱۰۹) $P \rightarrow Q$. $Q \rightarrow R$. $-R$. $-P$.

۲۲

The Existential Quantifier

سور وجودی

در این فصل تحلیل مفصل‌تری از گزاره‌ها و استدلالاتی که کلماتی چون «بعضی» و «همه» یا «تمام» را به کار می‌برند را آغاز می‌کنیم.

استدلال درست زیر را علامتی کنید:

یا جوزف هنگام بازی با ورق قلب (C) می‌کند یا به طرزی باور نکردنی خوش شانس است. (I)
اما قلب نمی‌کند. بنابراین، به طرزی باور نکردنی خوش شانس است.

(۱) _____ . رابط‌های گزاره‌ی کدامند (۲) _____
و (۳) _____ . از آنجا که این رابط‌ها تنها اعضائی هستند که در صورت منطقی این استدلال رخ می‌دهند، طبیعی است که بگوئیم که صورت استدلالی مورد بحث به موجب خواص این (۴) رابط‌های گزاره‌ئی / استنتاجات منطقی درست است. در مقابل، آن نوع استدلال را که با به کار

بردن نمودارهای ون بررسی کردیم به خاطر بیاورید. چنین استدلالاتی (۵) قیاس/تابع ارزش نامیده می شدند. صورت های منطقی دو قیاس زیر را نمایش داده نمودارهایی برای امتحان درستی شان رسم کنید:

(۶) بعضی اتومبیل ها (C) ترمزهای معیوب (D) دارند.

هیچ شیء با ترمز معیوب مجاز به عبور از بزرگ راه نیست. (A)

بنابراین، بعضی اتومبیل ها مجاز به عبور از بزرگ راه نیستند.

(۷) چرخبادها (A) دستگاه های هوایی بی هستند که با فشار بارومتریکی بالا (H) همراهند.

هر دستگاه هوایی همراه با فشار بارومتریکی بالا دارای هوای نسبتاً لطیفی (F) است.

بنابراین، تمام چرخبادهای هوا نسبتاً لطیفی دارند.

کدام یک از این استدلالات درستند؟ (۸) $\frac{7}{6}$. علاوه بر «نه» چه کلمات منطقی بی به طور اساسی در صورت های ۶ و ۷ رخ داده اند؟ (۹) تمام/اگر، در این صورت/بعضی/نه/یا این، یا آن/نه هم.

طبیعی است که بگویی استدلالات ۶ و ۷ به موجب خواص کلمات

منطقی بی که هم اکنون مشخص کردیم (۱۰) درست/نا درست اند. به بیان معمولی

هر یک از کلمات: تمام، بعضی، نه، یا هیچ یک رابطه ای با کمیت دارند. کلمات

دیگری چون «هر» یا «حداقل یکی» همین وظیفه را انجام می دهند، و تمام

آنها «سور» نامیده می شوند. (۱۱) در قطعه زیر سه سور مشخص کنید:

هر آدم معقولی همین عمل را انجام می داد، اما بعد از خاتمه یافتن

مسائل سیاسی و حقوقی پولو بلوا، هر کسی به طور مبهم ناراحت است.

ماجرای از سر خط اخبار بیرون آمده، اما بعضی از ذهن های حساس

آن را به سرعت فراموش نخواهند کرد. زیرا فرمانده بوچرا، هر

چند که ممکن است فرمانده ضعیفی بوده باشد، به صورت سمبل

شخصیت بیچاره و ناتوان نشان شده حتی تحقیر شده توسط قدرت و قضاوت مملکت در آمده است. هیچ يك از ما نباید فراموش کنیم که این موضوع شاید تضاد اصلی جامعه امروزین ما باشد.

قبلاً آموخته‌ایم که چگونه درستی قیاس‌ها را با استفاده از (۱۲) نمودارهای ون/جداول ارزش بررسی کنیم. متأسفانه نمی‌توان درستی تمام استدلال‌ات به‌کاربرنده سور را به این طریق امتحان کرد. زیرا، طریق سیستماتیک ترکیب منطق قیاس و منطق رابط‌های تابع ارزش را در دست نداریم. با این همه مورد زیر استدلال درستی است که این دورا ترکیب می‌کند.

تمام اشخاصی که از تاریکی می‌ترسند عصبی‌اند. در نتیجه، اگر هر کس از تاریکی می‌ترسد، هر کس عصبی است.

برای امتحان درستی چنین استدلال‌اتی به تحلیلی که عمیق‌تر از آنچه که تاکنون در این کتاب مطرح کرده‌ایم و ارسای کند نیازمندیم. کار را با دقیق‌تر نگریستن به انواع ساده‌تر گزاره‌ها آغاز می‌کنیم، و به‌عنوان مثال:

گانندی صلح طلب است.

این گزاره مطلبی در مورد يك فرد خاص، یعنی، (۱۳) ————— بیان می‌کند. گزاره چنین می‌گوید که این فرد دارای منش یا صفت خاصی، یعنی، صلح طلب بودن است. در مورد این گزاره دو جزء داریم: اسم «گانندی» که برای رجوع به فرد خاصی به‌کاررفته، و کلمات «صلح طلب است» که برای این که چیزی در مورد این فرد بگوید به‌کار گرفته شده است. در دستور سنتی، «صلح طلب است» «محمول» نامیده می‌شود. توجه داشته باشید که در گزاره مربوط به گانندی، اسم «گانندی» برای اشاره به (۱۴) يك/دو/سه شیء معین به‌کاررفته است. در حالی که کلمات «صلح طلب است» که (۱۵) اسم/محمول را تشکیل می‌دهند در مورد طبقه‌بندی از اشیاء، من جمله گانندی، مارتین لوتر کینگ، و ثور به کار می‌رود. (۱۶) در گزاره زیر اسم را مشخص کنید:

شهر واشنگتن بهاران هنگام شکوفه کردن درختان گیلاس زیباست.

«بهاران هنگام شکوفه کردن درختان گیلاس زیباست» (۱۷) —————
است.

(۱۸) اسم را مشخص کنید:

دریاچه سوپریور^۱ قابل کشتی رانی است.

دریاچه سوپریور دریاچه منفردی است که می توان به آن به طرق گوناگون بسیاری اشاره کرد؛ و به عنوان مثال، می توان چنین نیز گفت که:

بزرگترین دریاچه جهان قابل کشتی رانی است.

البته اگر دقیق بگوئیم «بزرگترین دریاچه جهان» اسمی چون «دریاچه سوپریور» نیست، اما آن نیز شئیء معینی را که در مورد آن صحبت می کنیم انتخاب می کند. این عبارت توصیف معین^۲ نامیده می شود، زیرا در گزاره در مقابل محمول ۱۸، يك شئیء معین و منحصر به فرد را توصیف می کند. (۱۹) محمول ۱۸ چیست؟ توصیف معینی که هم اکنون برای اشاره به دریاچه سوپریور به کار رفت چیست؟ (۲۰) ————— . فهرست تمام اشیائی که توصیف معین «بزرگترین دریاچه جهان» در مورد آن ها به کار می رود را بیاورید: (۲۱) ————— . بعضی از اشیائی که محمول «قابل کشتی رانی است» در مورد آن ها به کار می رود را فهرست کنید: (۲۲)

اسامی یا توصیفات معین را در زیر مشخص کنید:

(۲۳) ریودوژانیرو از هر شهر دیگری زیبا تر است.

(۲۴) زیباترین شهر جهان يك بندر است.

(۲۵) مندل تحقیق جدی در امرژنتیک را آغاز کرد.

(۲۶) پیشتاز بزرگ ژتیک صفات مشخصه موروثی نخود را بررسی کرد.

در موارد زیر، زیرمحمول‌ها خط بکشید:

(۲۷) کنگواز لحاظ مس غنی است.

(۲۸) شیکاگو شهری طوفانی است.

(۲۹) شهر طوفانی طوفانی است.

(۳۰) جیم ریون^۱ برای دویدن یک مایل هیچگاه عملاً^۲ به بیش از چهار دقیقه نیاز ندارد.

منطقیون معمولاً؛ صورت منطقی چنین گزاره‌هایی را، با قراردادن حروف کوچک ابتدای الفبا (ی انگلیسی):

a, b, c, d, \dots

به جای اسامی، نمایش می‌دهند.

حروف بزرگ:

F, G, H, \dots

برای قرار گرفتن به جای محمولات به کار می‌روند.

(۳۱) حروفی را که به جای اسامی به کار می‌روند مشخص کنید: $/d/X/G/a$

E/e . حرف H به جای (۳۲) ————— به کار می‌رود.

در جملات فارسی اخباری ساده، رسم بر این است که اسم را در ابتدا و در تعقیب آن محمول را داشته باشیم:

گاندی صلح طلب است.

(۳۳) زیر اسم جمله فوق خط بکشید. اما این رسم کلی نیست و به عنوان مثال

شخص می‌تواند فاخر گویانه چنین اظهار کند که:

صلح‌طلبی برجسته بود گاندی، ورهبر بزرگ مردمش.

(۳۴) زیر اسم جمله فوق خط بکشید. آیا این اسم در ابتدای جمله آمده است؟ (۳۵) بله/نه.

در منطق جدید رسم این است که ابتدا محمول و سپس اسم را بنویسند. به این ترتیب، اگر داشته باشیم:

F: پدر است.

a: آبراهام.

گزاره «آبراهام پدر است» را با

Fa

نمایش می‌دهیم. فرض می‌کنیم:

G: عاشق بزرگی است.

b: بوز

در این صورت کدام یک از موارد زیر گزاره «بوز عاشق بزرگی است» را نمایش می‌دهد؟ (۳۶) $bG/Gb/bF/Fb/aG/Ga/aF/Fa$. در این مورد می‌توانیم گزاره‌های مرکبی با استفاده از رابط‌های آشنا تشکیل دهیم. در این صورت گزاره:

آبراهام پدر است و بوز عاشق بزرگی است.

به صورت: (۳۷) $Fb \& Ga / Fa \& Gb / FG \& ab / aF \& bG / Fa \vee Gb$ علامتی می‌شود. کدام گزاره توسط $Fa \vee Gb$ علامتی شده است؟ (۳۸)

علامتی کنید: «اگر آبراهام پدراست، در این صورت بوز عاشق بزرگی است.»
 (۳۹) ————— کدام گزاره توسط $(Fb \vee Gb) \rightarrow (Fa \& Ga)$ علامتی
 شده است؟ (۴۰)

« $Fa \& Gb$ » (۴۱) مقدمه/مقدم

است. فرض می‌کنیم:

P : صلح طلب بزرگی بود.

C : رهبر بزرگ نهضت حقوق مدنی آمریکائی بود.

I : رهبر هندی بزرگی بود.

g : گاندی.

k : مارتین لوتر کینگ.

علامتی کنید:

(۴۲) مارتین لوتر کینگ صلح طلب بزرگی بود.

(۴۳) بٹ کینگ ۱ و گاندی صلح طلبان بزرگی بودند.

(۴۴) یا گاندی یا مارتین لوتر کینگ رهبر بزرگ نهضت حقوق مدنی
 آمریکائی بود.

(۴۵) مارتین لوتر کینگ رهبر بزرگ نهضت حقوق مدنی آمریکائی بود، و
 صلح طلب بزرگی بود، اما رهبر بزرگ هندی نبود.

(۴۶) اگر گاندی رهبر بزرگ هندی بوده، در این صورت مارتین لوتر کینگ
 رهبر بزرگ نهضت حقوق مدنی آمریکائی بوده است.

فرض می‌کنیم:

R : توسط جمهوری خواهان اداره می‌شود.

D : توسط دموکرات‌ها اداره می‌شود.

M : شهردار است.

c: شیکا گو.

d: دالی ۱.

چور کنید:

(a) اگر دالی شهردار است، در این صورت شیکا گو توسط دموکرات ها

$$\cdot \text{--- } Rc \rightarrow \text{--- } Md \text{ (۴۷)}$$

اداره می شود.

(b) اگر شیکا گو توسط دموکرات ها

$$\cdot \text{--- } Dd \rightarrow Dc \text{ (۴۸)}$$

اداره نمی شود، در این صورت

توسط جمهوری خواهان اداره

می شود.

(c) اگر شیکا گو توسط جمهوری-

$$\cdot \text{--- } Md \rightarrow Dc \text{ (۴۹)}$$

خواهان اداره می شود، در این

صورت دالی شهردار نیست.

(d) اگر دالی شهردار نیست، در این

$$\cdot \text{--- } \text{--- } Dc \rightarrow Rc \text{ (۵۰)}$$

صورت شیکا گو توسط دموکرات ها

اداره نمی شود.

(e) اگر دالی توسط دموکرات ها اداره

$$\cdot \text{--- } \text{--- } Md \rightarrow \text{--- } Dc \text{ (۵۱)}$$

می شود، در این صورت شیکا گو

نیز چنین است.

(۵۲) موارد زیر را علامتی کنید، مواظب باشید که برای اجتناب از ابهام

پرانتزها را در مکان های صحیح قرار دهید:

یا شیکا گو توسط دموکرات ها اداره می شود و دموکرات ها دالی را

اداره می کنند، و دالی نیز شهردار است، یا شیکا گو توسط دموکرات ها

اداره نمی شود؛ و اگر توسط دموکرات ها اداره نمی شود، در این

صورت دالی شهردار نیست.

تا اینجا در تمام مثال‌ها مان‌گزاره‌های مقدماتی‌یی با جمله‌هائی که اسم و محمول داشتند ساخته‌ایم، و بعد از آن‌ها ترکیباتی تشکیل داده‌ایم. در این‌جا نوع متفاوتی از گزاره‌ها را می‌آوریم:

فیلسوفانی وجود دارند.

کسی فیلسوف است.

حداقل يك فیلسوف موجود است.

بعضی فلاسفه وجود دارند.

فلاسفه موجودند.

این گزاره‌ها تفاوت‌های مختصری در معنی را بیان می‌کنند، اما علی‌رغم این موضوع، تقریباً دارای معانی یکسان (۵۳) می‌باشند / نمی‌باشند. آیا در هیچ يك از آن‌ها اسمی ظاهر شده است؟ (۵۴) بله / نه.

به‌خاطر این‌که چنین گزاره‌هائی راست باشند، باید حداقل يك گزاره شبیه گزاره‌های زیر راست باشد:

برتراند راسل فیلسوف است.

ژان پل سارتر فیلسوف است.

پرزیدنت نیکسون فیلسوف است.

معروفترین معلم افلاطون فیلسوف است.

(۵۵) کدام يك از این‌ها راستند؟

..... تنها گزاره سوم احتمالاً دروغ است. از آن‌جا که راسل، سارتر، و سقراط فیلسوفند، راست است که بعضی فلاسفه وجود دارند. بنا بر این روش‌های راستی در پر کردن مکان خالی در:

..... فیلسوف است.

وجود دارند. سه‌روش راست و سه‌روش دروغ پر کردن مکان خالی فوق را به‌دست دهید:

(۵۶) راست: ۱. _____ ۲. _____ ۳. _____

(۵۷) دروغ: ۱. _____ ۲. _____ ۳. _____

در پر کردن مکان خالی فوق برای به دست آوردن گزاره‌ئی راست
روش‌های بسیاری موجود اند. به همین علت است که راست است که بگوئیم،
بعضی فلاسفه وجود دارند.

چنین نیست که تمام گزاره‌های به این صورت راست باشند، به عنوان مثال،
هنوز بعضی از مردانی که در جنگ استقلال آمریکا جنگیدند زنده اند.
آیا راهی برای پر کردن مکان خالی زیر:

_____ مردی که در جنگ استقلال آمریکا جنگید هنوز زنده
است.

با اسم یا توصیفی، که گزاره‌ئی راست به دست دهسد، موجود است؟ (۵۸)
بله/ نه. در این صورت به علت این که روش راستی در پر کردن مکان خالی
مورد بحث موجود نیست، گزاره «هنوز بعضی از مردانی که در جنگ...»
دروغ است. به این ترتیب می‌توانیم گزاره‌های به کار برنده «بعضی» را با تدبیر
پر کردن مکان خالی تحلیل کنیم.
عبارت:

_____ فیلسوف است.

به خودی خود جمله‌یی که با آن بتوانیم گزاره‌ئی را بیان کنیم (۵۹) است/
نیست، و تنها قسمتی از چنین جمله‌یی می‌باشد؛ چه، مکان خالی‌ئی در خود دارد.
این عبارت به «جمله باز» موسوم است. جمله باز عبارتی است که چون مکان‌های
خالی آن با اسامی یا توصیفات از لحاظ دستوری مناسب پر شود تبدیل
به جمله‌یی که قابلیت بیان گزاره‌ئی را داراست می‌شود. جمله‌های باز حاصل

از حذف اسامی در موارد زیر را بنویسید:

(۶۰) کوه اورست بلندترین کوه است.

(۶۱) واشنگتن اولین رئیس جمهور آمریکا بود.

(۶۲) در مریخ حیات نباتی موجود است.

گزاره‌ها می‌توانند بیش از یک اسم در خودشان داشته باشند، به عنوان

مثال،

در مریخ حیات وجود دارد اما در زهره وجود ندارد.

(۶۳) در گزاره فوق زیر دو اسم گزاره خط بکشید. هنگامی که دو اسم متفاوت وجود داشته باشند، طبیعی است که هنگام نوشتن جمله‌های باز از دو مکان خالی مختلف شکل استفاده شود. به عنوان مثال،

در _____ حیات وجود دارد اما در ... وجود ندارد.

در مقابل، گزاره‌ئی که يك اسم را دوبار به کار می‌برد، مانند مثال زیر، از مکان‌های خالی یکسان در سر تا سر خود استفاده می‌کند.

حیات نباتی در مریخ موجود است اما مریخ حیات حیوانی ندارد.

حیات نباتی در _____ موجود است اما _____ حیات حیوانی ندارد.

برای گزاره زیر جمله بازی بنویسید:

هانیبال کارتاژی تقریباً رم را فتح کرد.

از آنجا که در این گزاره (۶۴) يك/دو/سه/چهار اسم موجود است، به سه

نوع مکان خالی نیاز داریم.

(۶۵)

برای گزاره زیر جمله بازی بنویسید:

رم حقوق را به ما داد، یونان فلسفه را به ما داد، اما رم فلسفه
به ما نداد.

(۶۶)

در مثال اخیر، مکان خالی یکسانی را دوبار برای «رم» و مکان مختلف الشکل
دیگری را برای «یونان» به کار بردیم. مثال زیر مثال حتی پیچیده تری است:

توماس جفرسون نه تنها رئیس جمهور ایالات متحده بود، بلکه
اعلامیه استقلال را نیز نوشت و دانشگاه ویرجینیا را نیز تأسیس کرد.

در این گزاره اسامی: (۶۷) شخصی / کشوری / سیاره ای / سندی / دانشگاهی را
می یابیم. تمام اسامی واقع در گزاره فوق را مشخص کنید. در جمله باز زیر
که متناظر با گزاره در مورد جفرسون است يك اشتباه موجود است. (۶۸)
آن را تصحیح کنید. (به خاطر داشته باشید که از آنجا که ضمیر «او» در
سرتاسر گزاره اشاره به جفرسون دارد، باید به جای آن همان نوع مکان خالی می
که به جای «جفرسون» قرار می گیرد قرار گیرد):

_____ نه تنها رئیس جمهور بود، بلکه

_____، _____ را نیز نوشت،

***** را نیز تأسیس کرد.

(۶۹) جمله بازی برای گزاره زیر بنویسید:

لینکلن رئیس جمهور ایالات متحده طی جنگ داخلی بود، ولینکلن

توسط بوث^۱ به قتل رسید.

واضح است که مکان‌های خالی مختلف‌الشکل مورد بحث خسته کننده‌اند، و آسان‌تر است که به جای آن‌ها حروف مختلف‌الشکل را به کار بریم. بنابراین منطقیون طبق آنچه که مرسوم است حروف کوچک آخر الفبای انگلیسی — x ، y ، z ، w ، v ، . . . — را در مورد این مکان‌های خالی مختلف‌الشکل به کار می‌برند. بنابراین می‌توانیم جمله باز در مورد لینکلن را به صورت زیر بنویسیم:

x رئیس جمهور y طی z بود، و x توسط w به قتل رسید.

در این مورد درست همان‌طور که مهم نیست که کدام مکان خالی مشخص را برای جانشینی کدام اسم به کار بریم، مهم نیست که کدام حرف مشخص را به جای کدام اسم قرار دهیم. به این ترتیب، یکی از دو مورد زیر صحیح است در حالی که دیگری به خطاست.

A. w رئیس جمهور z طی x بود، و x توسط y به قتل رسید.

B. w رئیس جمهور z طی x بود، و w توسط y به قتل رسید.

کدام یک اشتباه است؟ (۷۰) **A. B/A** اشتباه است زیرا حرف « x » را برای جانشینی «جنگ داخلی» و جانشینی ظهور ثانی «لینکلن» به کار می‌برد. به هر حال تا زمانی که، چون در B، در مورد حروف سازگاریم چگونگی قرارداد حروف بی‌اهمیت است. در این مورد راجع به « w » به عنوان اختصار «لینکلن» فکر نکنید چه این حرف تنها یک مکان خالی را مشخص می‌کند.

یک طریق قرارداد مکان‌های خالی (حروف) در B گزاره در مورد لینکلن است؛ اما گزاره دیگری با همان جمله باز وجود دارد:

جی. اف. کندی رئیس جمهور ایالت متحده طی بحران موشکی

کوبا بود، و کندی توسط اسوالد به قتل رسید.

دلیل اصلی مان در معرفی جمله‌های باز تهیه کردن تحلیلی در مورد گزاره‌هایی چون:

بعضی فلاسفه وجود دارند.

می‌باشد. این گزاره راست است اگر جمله باز:

_____ فیلسوف است.

یا

x فیلسوف است.

بتواند با اسم یا توصیف معینی به چنان طریقی که گزاره‌ئی راست به دست آید پر شود. در مورد پر کردن مکان خالی «x»، برای به دست آوردن گزاره‌ئی راست، دو طریق به دست دهید: (۷۱) _____ و (۷۲)

«بعضی فلاسفه وجود دارند» به این معنی است که «برای پر کردن مکان خالی x در «x فیلسوف است»، برای به دست آوردن گزاره‌ئی راست، طریقی موجود است.»

«بعضی دیکتاتورها وجود دارند» به این معنی است که «برای پر کردن مکان خالی x در (۷۳) _____»، برای به دست آوردن (۷۴) _____ طریقی موجود است.»

«بعضی تک‌شاخ‌ها وجود دارند» به چه معنی است؟ (۷۵) _____

در فارسی معمولی مقصود از «برای پر کردن مکان خالی x در «x ستاره بیس بال است»، برای به دست آوردن گزاره‌ئی راست، طریقی موجود

است؟ چیست؟ (۷۶)

برای صرفه‌جوئی در وقت عبارت آگاهی‌دهنده طولانی «برای پر کردن مکان خالی x در» را با نوشتن «E» معکوس به جای «وجود دارد» مختصر می‌کنیم. گزاره‌های:

ستاره‌های بیس‌بال وجود دارند.

و،

بعضی ستاره‌های بیس‌بال وجود دارند.

تقریباً به یک معنی‌اند، چه در تمام مثال‌ها مان با وجود، که آن را با «E» نمایش می‌دهیم سروکار داشته‌ایم. به این ترتیب:

بعضی ستاره‌های بیس‌بال وجود دارند.

را به صورت:

$(\exists x)$ (x ستاره بیس‌بال است)

علامتی و سپس فرض می‌کنیم:

S : ستاره بیس‌بال است.

b : بیب‌راث^۲.

در این صورت؛

بیب‌راث ستاره بیس‌بال است.

را به صورت (۷۷) $AS/Sabc/Sb/SB/Bs/bS/Sa$ علامتی می‌کنیم،

و در نتیجه:

$(\exists x)$ (ستاره بیس بال است)

به صورت $(\forall x)(Sx) / (\exists x)(Sb)$ (۷۸) نمایش داده می‌شود. مورد اخیر صحیح است و می‌تواند به صورت:

$\exists x$ چنان وجود دارد که x ستاره بیس بال است.

خوانده شود، که بدین معنی است که:

برای پر کردن x در (۷۹) «—————» برای به دست آوردن گزاره‌ئی راست، طریقی موجود است.

توجه داشته باشید که از آنجا که حرف « x » تنها نشانه‌یی برای مکانی خالی است، تا وقتی که در سرتاسر عبارت سازگاریم مهم نیست که چه حرفی از حروف آخر الفبا را به کار می‌بریم. دو مورد از موارد زیر ناصحیح اند؛ خط‌شان بسزید (۸۰) $(\exists x)(Sx) / (\exists y)(Sy) / (\exists x)(Sx) / (\exists y)(Sy) / (\exists w)(Sw) / (\exists b)(Sb)$.

دقیقاً همین وضع برای مواردی که در آن‌ها مکان خالی یکسان در چند جا رخ می‌دهند برقرار است. جمله بازگزاره زیر را بنویسید:

جوزف يك مليون به دست آورد و بازنشسته شد.

————— (۸۱)

اکنون، با قرارداد M : يك مليون به دست آورد؛ R : بازنشسته شد، آن را مختصر کنید.

————— (۸۲)

به این ترتیب «شخصی يك مليون به دست آورد و بازنشسته شد» به صورت زیر

علامتی خواهد شد:

$$/(\exists x) (Mx \& R_x) / (\exists x) (My \& Ry) / (\exists x) (Mx \vee R_x) \quad (۸۳)$$

$$(\exists j)(Mj \& R_j)$$

جور کنید (جای خالی باقی نگذارید):

$$(۸۴) \quad (\exists y) \text{ (y دهکده‌یی است)}$$

(a) چیزی شهری است.

$$(۸۵) \quad (\exists w) \text{ (w شهرستانی است)}$$

(b) شهرستان‌هایی وجود دارند.

$$(۸۶) \quad (\exists x) \text{ (x شهرستانی است)}$$

(c) دهکده‌هایی موجودند.

$$(۸۷) \quad (\exists x) \text{ (x دهکده‌یی است)}$$

(d) شهرهایی موجودند.

$$(۸۸) \quad (\exists z) \text{ (z شهری است)}$$

(e) حداقل یک شهرستان موجود است.

$$(۸۹) \quad (\exists v) \text{ (v شهری است)}$$

(f) بعضی دهکده‌ها وجود دارند.

موارد زیر کوششی چند در علامتی کردن:

بعضی شعرا از غرب برخاسته‌اند.

با فرض P : شاعر است؛ W : از غرب برخاسته است، می‌باشند. هر یک از این موارد به گونه‌یی ناصحیح است. خطا را تصحیح کنید.

$$(۹۰) \quad (\exists x)(P_x W_x)$$

$$(۹۱) \quad (\exists y)(P_y \& W_y)$$

$$(۹۲) \quad (\exists z)(P_z \& W_z)$$

$$(۹۳) \quad (\exists x)(P_y \& W_y)$$

$$(\exists x)(Px \& Wx). \quad (۹۴)$$

$$\exists y(Py \& Wy) \quad (۹۵)$$

$$(\exists z)Pz \& Wz. \quad (۹۶)$$

$$(\exists v)(Pv \& Wv). \quad (۹۷)$$

مواظب باشید که از این خطاها در آینده اجتناب کنید.
به تفاوت بین، مثلاً:

A. بعضی اشخاص بلند قد ورزشکارند.

و:

B. بعضی اشخاص بلندقدند و بعضی اشخاص ورزشکارند.

توجه کنید. کدام یک از این دو می گوید که حداقل یک شخص که هم بلندقد هم ورزشکار است وجود دارد؟ B/A (۹۸). کدام یک می گوید که حداقل یک شخص وجود دارد که بلندقد است، و حداقل یک شخص، احتمالاً شخص دیگری، وجود دارد که ورزشکار است؟ B/A (۹۹). کدام یک به طور صحیح به صورت ترکیب عطفی:

$$(\exists x)(Px \& Tx) \& (\exists x)(Px \& Ax)$$

علامتی شده است؟ B/A (۱۰۰). کدام یک به طور صحیح به صورت گزاره وجودی منفرد:

$$(\exists x)((Px \& Tx) \& Ax)$$

علامتی شده است؟ B/A (۱۰۱).

تطبیق کنید (دو مکان را خالی بگذارید):

$$\text{---} (\exists x)(Px \& Tx) \& (\exists x)(Px \& \text{---} Ax). \quad (۱۰۲)$$

$$\text{— (}\exists y)(Py \& \neg(Ty \& Ay)). (103)$$

$$\text{— (}\exists y)(Py \& \neg(Ty \& Ay)). (104)$$

$$\text{— (}\exists z)(Pz \& \neg Tz) \& (\exists z)(Pz \& \neg Az). (105)$$

$$\text{— (}\exists z)(Pz \& \neg Tz) \& (\exists z)(Pz \& \neg Az). (106)$$

$$\text{— (}\exists y)((Py \& Ay) \& \neg Ty). (107)$$

(a) بعضی اشخاص بلند قد نیستند، و بعضی اشخاص ورزشکار نیستند.

(b) بعضی اشخاص ورزشکار بلندقد نیستند.

(c) بعضی اشخاص بلند قد، و بعضی اشخاص که ورزشکار نیستند موجودند.

(d) بعضی اشخاص که ورزشکارند بلندقد نیستند.

گزاره (a) به طور صحیح توسط ۱۰۶ علامتی شده است؛ مکان خالی «z» هم در منعطف اول هم در منعطف دوم آن به کار رفته است. اما البته می توانیم هر مکان خالی دیگری را در هر یک از دو منعطف به کار ببریم. به این ترتیب مثلاً عاطف اول، «بعضی اشخاص بلندقد نیستند»، را می توان به صورت « $(\exists x)(Px \& \neg Tx)$ » علامتی کرد در حالی که منعطف دوم، «بعضی اشخاص ورزشکار نیستند»، می تواند به صورت (108) $(\exists y)(Py \& \neg Ay)$ علامتی شود. در نتیجه، کسلی ترکیب عطفی: «بعضی اشخاص بلندقد نیستند و بعضی اشخاص ورزشکار نیستند»، را می توان:

$$(\exists x)(Px \& \neg Tx) \& (\exists y)(Py \& \neg Ay)$$

علامتی کرد.

در زیر صورت های علامتی ناصحیح شیء یکسان را خط بزنیید:

$$(w)(Py \& \neg Ty) \& (w)(Py \& \neg Ay). (109)$$

$$(\exists z)(Pz \& \neg Tz) \& (\exists w)(Pw \& \neg Aw). \quad (110)$$

$$(\exists x)(Px \& \neg Tx) \& (\exists x)(Px \& \neg Ax). \quad (111)$$

$$(\exists y)(Py \& \neg Ty) \& (\exists x)(Py \& \neg Ax). \quad (112)$$

گاهی دانشجویان احساس می کنند که در این مرحله اشتباهی موجود است. گزاره اصلی بر این بیان است که «بعضی اشخاص بلند قد نیستند و بعضی اشخاص ورزشکار نیستند.» به این معنی که، بعضی اشخاص بلندقد نیستند و بعضی اشخاص احتمالاً متفاوت ورزشکار نیستند. بنا بر این باید برای منعطف اول از حروفی متفاوت با آنچه در منعطف دوم به کار رفته استفاده کنیم. در صورتی که این قرارداد را بپذیریم، به عنوان مثال، در مورد (۱۱۳) $110/106$ / ۱۱۱ حاکم است. اما در واقع خطائی در ۱۰۶ یا ۱۱۱ موجود نیست. منعطف اول ۱۱۱ چنین می گوید که « $(\exists x)(Px \& \neg Tx)$ » یا،

برای پر کردن مکان‌های خالی واقع در $P _ \& _ T$

برای به دست آوردن گزاره‌ی راست، طریقی موجود است.

معطف دوم بر این است که « $(\exists x)(Px \& \neg Ax)$ » یا،

برای پر کردن مکان‌های خالی واقع در $P _ \& _ A$

برای به دست آوردن گزاره‌ی راست، طریقی موجود است.

در این صورت تا آنجا که در مورد مکان‌ها سازگاریم اهمیت ندارد که مکان‌های خالی را به چه شکلی رسم کنیم. اما ۱۱۲ فوق به این علت غلط است که حروف x و y را به طور غیر سازگار به کار می برد.

علامتی کنید:

(۱۱۴) بعضی ورزشکارها اشخاصی که بلند قد باشند نیستند.

(۱۱۵) چیزی که بلندقد است شخصی ورزشکار نیست. _____

(۱۱۶) بعضی اشخاص، ورزشکار بلندقد نیستند، و بعضی ورزشکاران، اشخاص بلندقد نیستند. _____

فرض می‌کنیم:

G : با گذشت است.

L : بی‌دست و پا است.

M : مرد است.

P : پلیس است.

S : مردم آزار است.

چه گزاره‌هایی توسط صورت‌های زیر علامتی شده‌اند؟ دو مورد از موارد زیر تنظیم‌هایی ناصحیح‌اند و صحیحاً چیزی را علامتی نکرده‌اند. آن‌ها را خط بزنید.

$$(117) (\exists x)((Px \& Gx) \& \neg Lx).$$

$$(118) (\exists y)(Py \& Sy) \& (\exists z)(Pz \& \neg Sz).$$

$$(119) (\exists z)(Lx \& \neg Px) \& (\exists x)(Px \& \neg Lx).$$

$$(120) (\exists x)((Gx \& Px) \& (Lx \& \neg Sx)).$$

$$(121) (\exists x)(Px \& \neg Lx) \& (\exists z)(Gz \& \neg Pz).$$

$$(122) (\exists x)((Px \& Lx)(Sx \& \neg Gx)).$$

سور « $(\exists x)$ » به صورت « x ی وجود دارد به طوری که»، یا «بعضی x ها وجود دارند به طوری که» خوانده می‌شود و بنا بر این به سور وجودی^۱ موسوم است. مرحله بعدی مان به دست آوردن سور عمومی^۲، که متناظر با «تمام x ها چنانند که...» است، می‌باشد.

۲۳

The Universal Quantifier

سور عمومی

در فصل قبل آموختیم که چگونه گزاره‌های وجودی را که با کلماتی نظیر «بعضی» مشخص می‌شوند علامتی کنیم؛ این فصل چگونگی علامتی کردن گزاره‌های عمومی‌یی را که «تمام» را به کار می‌برند بیان می‌کند.

جمله زیر را با قرارداد B : زیباست، علامتی کنید:

چیزی زیباست.

(۱) _____ این گزاره گزاره‌ئی وجودی است که می‌گوید که چیزهای زیبا وجود دارند. در مقابل گزاره عمومی برای این است که:

هر چیز زیباست.

تمام چیزها زیبا هستند.

اگر چیزی زیباست، در این صورت برای پر کردن مکان خالی زیر، برای

به دست آوردن گزاره‌ئی راست، طریقی وجود دارد:

_____ زیباست.

یا

x زیباست.

اما اگر هر چیز زیباست، در این صورت هر طریق پر کردن مکان خالی فوق باید گزاره‌ئی راست به دست دهد. اگر حتی یک طریق پر کردن مکان خالی فوق برای به دست آوردن چیزی دروغ موجود باشد، در این صورت راست (۲) است / نیست که هر چیز زیباست. به عنوان مثال، اگر دوهین تک^۱ پسر کوچکی باشد که چندی پیش به طور جدی توسط بمب ناپالم سوخته، در این صورت گزاره،

دوهین تک زیباست.

محتمل است که دروغ باشد. در این صورت به علت این که چنین طریقی در پر کردن جای خالی مورد بحث، برای به دست آوردن گزاره‌ئی دروغ، موجوداند، متوجه می‌شویم که این که هر چیز زیباست (۳) F/T است. اما اگر هر طریق پر کردن مکان خالی فوق گزاره‌ئی راست به دست دهد در این صورت نتیجه می‌گیریم که (۴) هر چیز زیباست / نه هر چیز زیباست.

عبارت بد هیأت، «طریقی برای پر کردن مکان خالی مشخص شده توسط x موجود است» را به $(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\exists w)(\exists v)(\exists u)(\exists t)(\exists s)(\exists r)(\exists q)(\exists p)(\exists o)(\exists n)(\exists m)(\exists l)(\exists k)(\exists j)(\exists i)(\exists h)(\exists g)(\exists f)(\exists e)(\exists d)(\exists c)(\exists b)(\exists a)$ مختصر کردیم. « E » معکوس را برای این در نظر گرفتیم که کلمه «وجود دارد» را یادآوری کند. در مورد سور عمومی، از « A »ی سروته استفاده می‌کنیم تا یادآور کلمه «تمام یا همه»^۲ باشد. به این ترتیب در حالی که گزاره چیزی زیباست به صورت:

$$(\exists x)(Bx)$$

علامتی می‌شود گزارهٔ هرچیز زیباست، یا تمام چیزها زیبا هستند به صورت:

$$(\forall x)(Bx)$$

علامتی می‌شود. این صورت، «به ازاء تمام x ها، x زیباست» خوانده می‌شود. فرض می‌کنیم. W : عاقل است، باشد. در این صورت «هرچیز عاقل است» را علامتی کنید. (۶) $(\forall x)(Bx) // (\exists x)(Wx) // (\forall x)(Wx) // (x)(Wx)$. موارد زیر را علامتی کنید:

- (۷) هیچ چیز عاقل نیست. _____
- (۸) چیزی عاقل نیست. _____
- (۹) نه هرچیز عاقل است. _____

اکنون گزارهٔ زیر را در نظر می‌گیریم:

هیچ چیز احمق نیست.

این گزاره با دو گزاره از سه گزارهٔ زیر معادل است. (۱۰) گزارهٔ ناجور را خط بزنید.

- A. راست نیست که چیزی احمق است.
- B. دروغ است که چیزی احمق نیست.
- C. هرچیز که باشد آن چیز احمق نیست.

برای ملاحظهٔ این که چرا باید B را خط زده باشیم، چنین تصور می‌کنیم که تنها سه شیء، یعنی آدم، بوز، و کاین^۱ در جهان موجوداند. در این صورت اگر هیچ چیز احمق نباشد، آیا آدم احمق است؟ (۱۱) بله/ نه. آیا بوز احمق است؟ (۱۲) بله/ نه. آیا کاین احمق است؟ (۱۳) بله/ نه. آیا اگر تنها این سه در جهان موجود باشند، کسی احمق است؟ (۱۴) بله/ نه. از آن جا که

1. Cain (قابیل)

آدام، بوز، و کاین احمق نیستند، در این صورت، در این دنیای کوچک (۱۵) هر چیز احمق است/ هر چیز که باشد آن چیز احمق نیست. به این ترتیب، اگر هیچ چیز احمق نیست، در این صورت هر چیز که باشد آن چیز احمق نیست. و برعکس. بنابراین، «هیچ چیز احمق نیست» منطقیاً معادل (۱۶) C/B در فهرست فوق است.

شاید ملاحظه این ساده‌تر باشد که هر گاه هیچ چیز احمق نیست، راست نیست که چیزی احمق است، و برعکس. بنابراین، «هیچ چیز احمق نیست»، منطقیاً معادل (۱۷) $C/B/A$ است. در این صورت گزاره ناچور باید (۱۸) $C/B/A$ باشد. ملاحظه کردیم که این سه مورد، یعنی:

هیچ چیز احمق نیست.

راست نیست که چیزی احمق است.

هر چیز که باشد آن چیز احمق نیست.

منطقیاً معادلند. به همین ترتیب، «هیچ چیز باگذشت نیست» معادل با دو مورد از موارد زیر خواهد بود. کدام دو؟ (۱۹) چیزی باگذشت است./ هر چیز که باشد آن چیز باگذشت نیست./ دروغ است که چیزی باگذشت است.

فرض می‌کنیم S : احمق است، باشد. کدام یک، تفسیر علامتی صحیح A است؟

(۲۰) $(\exists x)(Sx) / (\exists x)(Sx) - (\exists x)(Sx) / (\forall x)(Sx) - (\forall x)(Sx)$

کدام یک تفسیر صحیح علامتی C است؟ (۲۱) $(\forall x)(Sx) / (\forall x)(Sx) - (\forall x)(Sx)$

اما هم A هم C معادل «هیچ چیز احمق نیست» می‌باشند. در نتیجه، هر دو باید معادل یکدیگر باشند. یعنی:

$$(\forall x)(Sx) - (\exists x)(Sx) \text{ و } (\forall x)(Sx) \text{ معادلند.}$$

به همین ترتیب، دو گزاره:

چیزی احمق نیست.

و

نه هر چیز احمق است

باید منطقاً معادل باشند. زیرا اگر چیزی احمق نباشد، در این صورت باید فردی، مثلاً آدام، که احمق نیست موجود باشد. و در نتیجه، نه هر چیز احمق است. همین طور، اگر نه هر چیز احمق باشد، باید چیز هائی باشند که احمق نیستند.

علامتی کنید:

- (۲۲) چیزی احمق نیست. _____
 (۲۳) نه هر چیز احمق است. _____

$$(Sx) - (\forall x) - \text{ و } (Sx) - (\exists x) \text{ منطقاً معادلند.}$$

توجه داشته باشید که نتیجه می شود که $(Sx) - (\forall x) -$ منطقاً معادل $(Sx)(\exists x)$ است، زیرا $(Sx) - (\forall x) -$ را معادل $(Sx) - (\exists x)$ داریم، که خود بنا به (۲۴) دو مورسمان / نقیض دوگانه معادل $(Sx)(\exists x)$ است. به همین ترتیب، $(Sx) - (\exists x) -$ و $(Sx)(\forall x)$ منطقاً معادلند.

قاعده تعادل سوری:	
$(\forall x) -$	$(\exists x) -$
$(\exists x) -$	$(\forall x) -$
$(\forall x)$	$(\exists x) -$
$(\exists x)$	$(\forall x) -$

در زیر هر گزاره در (d) — (a) را در مقابل دو صورت منطقاً معادل تطبیق کنید. اما دو صورت ازده صورت زیر ناصحیحند. جای آن‌ها را خالی بگذارید.

- (۲۵) $(\exists x)(Ox)$ — (a) هیچ چیز ذاتی (O) نیست.
 (۲۶) $(\forall x)(Ox)$ — (b) چیزی ذاتی است.
 (۲۷) $\exists x \neg (Ox)$ — (c) هر چیز ذاتی است.
 (۲۸) $(\exists x) \neg (Ox)$ — (d) چیزی ذاتی نیست.
 (۲۹) $(\forall x)(Ox)$ —
 (۳۰) $(\exists x) \neg (Ox)$ —
 (۳۱) $(\forall x)Ox$ —
 (۳۲) $(\forall x) \neg (Ox)$ —
 (۳۳) $(\forall x) \neg (Ox)$ —
 (۳۴) $(\exists x)(Ox)$ —

فرض می کنیم C: توسط خداوند آفریده شده است، باشد، در این صورت موارد زیر را به فارسی برگردانید:

- _____ $(\forall x)(Cx)$ (۳۵)
 _____ $(\exists x) \neg (Cx)$ (۳۶)
 _____ $\neg (\forall x) \neg (Cx)$ (۳۷)
 _____ $\neg (\exists x)(Cx)$ (۳۸)

اکنون فرض می کنیم C: شرکت است؛ B: ورشکسته است، باشد. علامتی کنید: بعضی شرکت‌ها ورشکسته‌اند. (۳۹) _____
 ممکن است علامتی کردن:

تمام شرکت‌ها ورشکسته‌اند.

$$(\forall x)(Cx \& Bx)$$

حدس خوبی به نظر بیاید. اما اشتباه است چه این صورت علامتی بر این است که در مورد تمام x ها، x هم شرکت هم ورشکسته است. طبق این صورت، چوب‌ها و سنگ‌ها و شکسته استخوان‌ها همه شرکت‌های ورشکسته‌اند. به این ترتیب،

هر چیز درجهان شرکتی ورشکسته است.

به طور صحیح به صورت،

$$(\forall x)(Cx \& Bx)$$

علامتی می‌شود. اما این صورت به این معنی که تمام شرکت‌ها ورشکسته‌اند نیست.

برای تقویت این نکته مثال دیگری می‌آوریم:

تمام سیارات منظومه شمسی دور خورشید می‌گردند.

فرض می‌کنیم P : سیاره‌یی در منظومه شمسی؛ S : چیزی که دور خورشید می‌گردد، باشد. در این صورت $(\forall x)(Px \& Sx)$ بدین معنی است که هر چیز سیاره‌یی در منظومه شمسی است و گردد خورشید می‌گردد، و این محققاً راست نیست. مثالی از شیئی به دست دهید که سیاره‌یی در منظومه شمسی که دور خورشید می‌گردد نیست. (۴۰) _____ با این همه حقیقت دارد که تمام سیارات منظومه شمسی دور خورشید می‌گردند. بنا بر این $(\forall x)(Px \& Sx)$ باید صورت علامتی بی (۴۱) صحیح / ناصحیح باشد.

تمام F ها G اند $(\forall x)(Fx \& Gx)$ علامتی نمی‌شود.

اما یافتن صورت علامتی این گزاره آسان است. گفتن این که تمام سیاره‌های

منظومه شمسی دور خورشید می گردند گفتن این است که اگر شیئی سیاره‌یی در منظومه شمسی باشد، در این صورت آن شیء، دور خورشید می گردد. و این صورت علامتی (۴۲) $(\forall x)(Px \rightarrow Sx) / (\forall x)(Px \vee Sx)$ است.

تمام F ها G اند $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ علامتی می شود.

بعضی F ها G اند $(\exists x)(Fx \& Gx)$ علامتی می شود.

(برای کمک به حفظ مطلب: تمام با پیکان. بعضی با عطف.) توضیح بیشتر این موضوع به زودی داده خواهد شد. اما ابتدا، بیاموزیم که با استفاده از راهنمای حفظ فوق عمل علامتی کردن را به طور صحیح انجام دهیم. برای این کار گزاره‌های زیر را علامتی کنید.

(۴۳) بعضی اشخاص (P) ستمگرند (C).

(۴۴) بعضی جنگ‌ها (W) عادلانه‌اند (J).

(۴۵) تمام جنگ‌ها (W) عادلانه‌اند (J).

(۴۶) تمام قاطرها (M) سترون (B) اند.

(۴۷) بعضی مادیان‌ها (M) زایا (F) هستند.

(۴۸) تمام هنرپیشه‌های مرد (A) شهوت پرست (L) اند.

(۴۹) بعضی هنرپیشه‌های زن (A) بی بندوبار (P) نیستند.

برای کمک به ملاحظه این که چرا «تمام» با (۵۰) پیکان/عطف می آید در حالی که «بعضی» با (۵۱) پیکان/عطف همراه است، باید نمودارهای ون را در نظر آوریم. در یک ورقه کاغذ جداگانه نمودارهای گزاره‌های ۴۵ و ۴۴ را رسم کنید.

(۵۲)

در مورد گزاره «بعضی» ۴۴ از وسیله هاشور زدن سطح/قراردادن خط تیره استفاده کردیم. اما در مورد گزاره «تمام» ۴۵، وسیله (۵۴) _____ را به کار بردیم. به این ترتیب باید از وسائل متفاوتی برای رسم «بعضی» و «تمام» استفاده کنیم. درمی یابیم که همین مطلب تا حدودی در مورد علامت گذاری جدیدمان نیز برقرار است. به این ترتیب که گزاره‌های «تمام» به (۵۵) عاطف/پیکان نیاز دارند در حالی که گزاره‌های «بعضی» (۵۶) عاطف/پیکان می‌خواهند.

برای به دست آوردن توضیح عمیق‌تری از این حقایق، مرور قوانین دومورگان مفید است. در موارد زیر قوانین دومورگان را برای تغییر دادن عاطف به فاصل به کار برید:

$$\text{_____} \quad P \& Q \quad (57)$$

$$\text{_____} \quad \neg P \& Q \quad (58)$$

$$\text{_____} \quad P \& \neg Q \quad (59)$$

$$\text{_____} \quad \neg (P \& Q) \quad (60)$$

$$\text{_____} \quad \neg (\neg P \& Q) \quad (61)$$

نیز تعادل فاصل-پیکان را مرور کنید: فاصل را به پیکان تغییر دهید.

$$\text{_____} \quad \neg (P \vee Q) \quad (62)$$

$$\text{_____} \quad \neg P \vee \neg Q \quad (63)$$

$$\text{_____} \quad P \vee \neg Q \quad (64)$$

$$\text{_____} \quad \neg (\neg P \vee \neg Q) \quad (65)$$

با ترکیب قوانین دومورگان و تعادل فاصل-پیکان، می‌توانیم عاطف

را به پیکان تبدیل کنیم. این عمل را در دومر حله نخست، با به کار بردن دومرگان، سپس فاصل-پیکان انجام دهید.

$$\text{_____} ; \text{_____} . P \& Q \quad (66)$$

$$\text{_____} ; \text{_____} . -(P \& -Q) \quad (67)$$

$$\text{_____} ; \text{_____} . -P \& -Q \quad (68)$$

$$\text{_____} ; \text{_____} . -(-P \& Q) \quad (69)$$

سر انجام، تعادلات سوری را مرور کنید. در هر مورد، سور وجودی را به سور عمومی تغییر دهید.

$$\text{_____} . (\exists x)(Fx) \quad (70)$$

$$\text{_____} . (\exists x) - (Fx) \quad (71)$$

$$\text{_____} . -(\exists x) - (Fx) \quad (72)$$

$$\text{_____} . -(\exists x)(Fx) \quad (73)$$

اکنون زوج گزاره زیر را در نظر می گیریم:

A. تمام هنرپیشه های مرد شهوت پرستند.

B. راست نیست که بعضی هنرپیشه های مرد شهوت پرست نیستند.

این دو گزاره باید معادل باشند. به عنوان مثال، اگر هر هنرپیشه مرد شهوت پرست است، در این صورت هنرپیشه مرد منفردی که شهوت پرست نباشد نمی تواند موجود باشد، بنا بر این راست نیست که بعضی هنرپیشه های مرد شهوت پرست نیستند.

کدام يك از موارد زیر تفسیر علامتی صحیح B است؟ (74)

$$/ - (\exists x) - (Ax \& Lx) / - (\exists x) (Ax \& Lx) / - (\exists x) - Ax \& Lx$$

$$: - (\exists x)(Ax \& -Lx) . پاسخ صحیح عبارت است از:$$

$$- (\exists x)(Ax \& -Lx)$$

با به کار بردن تعادل صوری در مورد این صورت، به دست می آوریم: (۷۵)
 $(\forall x) - (Ax \& -Lx) / -(\forall x) - (Ax \& -Lx) / -(\forall x)(Ax \& -Lx)$
 پاسخ صحیح عبارت است از:

$$(\forall x) - (Ax \& -Lx)$$

اکنون، با به کار بردن قوانین دومورگان در مورد عبارت داخل پرانتز، یعنی،
 $(\forall x) - (-Ax \vee Lx)$ (۷۶) حاصل می کنیم « $(Ax \& -Lx)$ »
 $(\forall x) - (-Ax \vee Lx) / (\forall x) - (-Ax \vee Lx)$ پاسخ صحیح در
 وسط قرار دارد. با حذف نقیض دو گانه، داریم:

$$(\forall x)(-Ax \vee Lx)$$

اکنون تعادل فاصل-پیکان را در مورد عبارت داخل پرانتز، یعنی،
 $(-Ax \vee Lx)$ «به کار می بریم: (۷۷)». در این صورت
 باید (۷۸) $(\forall x)(Lx \rightarrow Ax) / (\forall x)(Ax \rightarrow Lx)$ را به دست آورده
 باشیم. اما، این معادل صورت علامتی B ی فوق، که با آن آغاز کردیم، است
 ولی A و B معادلند. لذا این استدلال نشان می دهد که تفسیر علامتی
 صحیح:

A. تمام هنرپیشه های مرد شهوت پرستند.

باید (۷۹) $(\forall x)(-Ax \rightarrow Lx) / (\forall x)(Ax \rightarrow Lx) / (\forall x)(Ax \& Lx)$
 باشد، و این یاد آوری می کند که تفسیر علامتی صحیح «تمام» (۸۰) پیکان /
 عاطف را به کار می برد هر چند که تفسیر علامتی صحیح «بعضی» از (۸۱)
 استفاده می کند.

در صورتی که به قرار A: هنرپیشه مرد است؛ L: شهوت پرست است،
 ادامه دهیم چه گزاره های فارسی بی توسط صورت های علامتی زیر بیان
 شده اند؟

$$\text{—————} \cdot \neg (\exists x)(Ax \& Lx) \quad (۸۲)$$

$$\text{—————} \cdot (\exists x)(Ax \& Lx) \quad (۸۳)$$

$$\text{—————} \cdot (\forall x)(Ax \rightarrow Lx) \quad (۸۴)$$

$$\text{—————} \cdot (\forall x)(Ax \& Lx) \quad (۸۵)$$

$$\text{—————} (\forall x)(\neg Ax \rightarrow \neg Lx) \quad (۸۶)$$

$$\text{—————} \cdot (\exists x)(Ax \& \neg Lx) \quad (۸۷)$$

$$\text{—————} (\forall x)(\neg Lx \& Ax) \quad (۸۸)$$

$$\text{—————} \cdot (\forall x)(\neg Lx \rightarrow Ax) \quad (۸۹)$$

$$\text{—————} \neg (\forall x)(\neg Lx \rightarrow Ax) \quad (۹۰)$$

بسیاری از اشخاص این تمایل را دارند که گزاره تمام هنرپیشه‌های مرد شهوت پرستند را توسط « $(\forall x)(Ax \& Lx)$ » علامتی کنند. ولی ما آموختیم که این کار را نکنیم، و در عوض بنویسیم، (۹۱) —————. اما اکنون ممکن است از این تعجب کنید که چرا این گزاره که بعضی هنرپیشه‌های مرد شهوت پرستند نیز با پیکان، یعنی: $(\exists x)(Ax \rightarrow Lx)$ علامتی نمی‌شود. در این صورت تعادل فاصل-پیکان را در مورد $(\exists x)(Ax \rightarrow Lx)$ به کار برید. به دست می‌آورد (۹۲) $(\exists x)(\neg Ax \vee Lx) / \neg (\exists x)(\neg Ax \vee Lx)$. مورد اخیر، که صحیح است، به این معنی است که، چیزی وجود دارد که یا هنرپیشه‌مرد

نیست، یا شهوت پرست است. به عنوان مثال، پای چپ شما هنرپیشه نیست، و لذا چیزی موجود است، یعنی پای چپتان، که هنرپیشه نیست، یا شهوت پرست است. ولی این به این معنی نیست که بعضی هنرپیشه‌های مرد شهوت پرستند. در نتیجه، نمی‌توانیم گزاره «بعضی» را با پیکان علامتی کنیم.

۲۴

منطق محمولی تک واحدی

Monadic Predicate Logic

در این فصل فرصتی برای حاصل کردن مهارت بیشتر در علامتی کردن به دست داده نشان می دهیم که چگونه قواعد استنتاج مطرح شده در مورد توابع ارزش را می توان در منطق محمولات درج کرد.

قاعده تجربه بی مان در علامتی کردن چنین می گوید که سور عمومی (۱) عاطف / پیکان می گیرد در حالی که سور وجودی (۲) عاطف / پیکان اختیار می کند. علامتی کنید:

- _____ (۳) تمام دانشجویان (S) مخالفند (H).
- _____ (۴) بعضی دانشجویان (S) مخالفند (H).
- _____ (۵) هیچ دانشجویی (S) مخالف (H) نیست.

در حالت گزاره ۵، دو تفسیر علامتی موجوداند. می توانیم آن را به صورت «راست نیست که بعضی دانشجویان مخالفند»، یعنی، $(\exists x)(Sx \rightarrow Hx)$ —

مخالف نیست»، یعنی، $(\exists x) \neg (Sx \& Hx) / \neg (\exists x) (Sx \& Hx)$ یا به صورت «هر دانشجو که باشد / $(\forall x) \neg (Sx \& Hx) / (\forall x) \neg (Sx \rightarrow Hx)$ (۷) درست / $(\forall x) (Sx \rightarrow \neg Hx)$ علامتی کنیم. گزاره‌های ۶ و ۷ (۸) درست / منطقاً معادل‌اند. هر یک از موارد ۶ یا ۷ را می‌توان تفسیر علامتی ۵ در نظر گرفت؛ ولی به خاطر اختصار در قسمت پاسخ‌ها، معمولاً تنها یک صورت، یعنی، ۶ را به دست می‌دهیم. به این ترتیب «هیچ F ی، G نیست» را به صورت (۹) بعضی F ها G اند / هر F که باشد G نیست / نه بعضی F ها G اند خواهیم خواند.

علامتی کنید:

(۱۰) هیچ چیز سراسر قرمز (R) سراسر سبز (G) نیست. _____

(۱۱) هر چیز رنگین (C) منبسط شده (E) است. _____

(۱۲) هیچ موجود بی‌خردی (I) به حقیقت (T) انسان نیست. _____

(۱۳) بعضی انسان‌ها (M) بی‌خردند (I). _____

گزاره «بعضی نطق‌های (S) خسته‌کننده (T) بی‌اهمیتند (I)» چنین می‌گوید که چیزی وجود دارد که نطق است، خسته‌کننده است، و بی‌اهمیت است. این گزاره به صورت (۱۴) $(\exists x) ((Sx \& Tx) \& Ix) / (\exists x) (Sx \& Ix)$ است. گزاره «تمام نطق‌های خسته‌کننده بی‌اهمیت‌اند» بر این است که اگر چیزی نطق باشد، و خسته‌کننده باشد، در این صورت بی‌اهمیت است. این گزاره به صورت (۱۵) $(\forall x) ((Sx \& Tx) \& Ix) / (\forall x) ((Sx \& Tx) \rightarrow Ix)$ است. گزاره «تمام نطق‌ها خسته‌کننده و بی‌اهمیت‌اند» (۱۶) همین چیز / چیزی متفاوت را می‌گوید، و به صورت (۱۷) $(\forall x) ((Sx \& Tx) \rightarrow Ix) / (\forall x) (Sx \rightarrow (Tx \& Ix)) / (\forall x) (Sx \rightarrow (Tx \rightarrow Ix))$ علامتی می‌شود. پاسخ صحیح درست است. توجه داشته باشید که پاسخ

وسط باز به معنی چیز دیگری است. این پاسخ چنین می گوید که (۱۸) اگر چیزی نطق است، در این صورت، اگر آن خسته کننده است، بی اهمیت است/ هر چیز که بی اهمیت است نطق است اگر خسته کننده باشد.

نیز توجه داشته باشید که « $(\forall x)((Sx \& Tx) \& Ix)$ »، گرچه به معنی «تمام نطق‌های خسته کننده بی اهمیتند» (۱۹) است/ نیست، غیر دستوری یا بی معنی نمی باشد. این صورت بدین معنی است که (۲۰) هر چیز نطق خسته کننده بی اهمیت است که بی اهمیت است/ هر چیز که نطق خسته کننده است بی اهمیت است. دنباله‌ی بی از علائم که چیزی را، شاید به علت این که پرانتزها در جای غلط قرار دارند، علامتی نمی کنند را «غیر دستوری» می نامیم. کدام یک از موارد زیر دستوری اند؟ (۲۱) $(\forall x)Sx \rightarrow Tx$ / $(\forall x)(Sx \rightarrow Tx)$ / $(\forall x)STx$ (۲۲). با درج پرانتز در موارد زیر آن‌ها را دستوری کنید. (۲۲) $(\forall x)Sx \rightarrow Tx$ / $(\forall x)(Sx \rightarrow Tx)$ / $\forall x(Sx \rightarrow Tx)$

با فرض B : تحت نفوذ قرار گرفته است؛ W : شاهد؛ T : قابل اعتماد، گزاره‌های دستوری فهرست زیر را به فارسی برگردانید. دنباله‌های غیر دستوری را تفسیر نکنید؛ آن‌ها را خط بزنید.

- _____ (۲۳) $(\forall x)((Bx \& Wx) \rightarrow \neg Tx)$
- _____ (۲۴) $(\exists x)((Bx \& Wx) \& Tx)$
- _____ (۲۵) $(\forall x)((Bx \& Wx) \& Tx)$
- _____ (۲۶) $(\forall x)(Bx \& Wx \rightarrow Tx)$
- _____ (۲۷) $(\forall x)(Wx \rightarrow (\neg Bx \vee \neg Tx))$
- _____ (۲۸) $(\exists x)((Bx \& Wx) \& Tx)$
- _____ (۲۹) $\forall x((Bx \& Wx) \rightarrow Tx)$
- _____ (۳۰) $(\exists x)(Bx \& Wx)(\exists x)(Wx \& Tx)$
- _____ (۳۱) $(\forall x)(Wx \rightarrow (\neg Bx \vee \neg Tx))$
- _____ (۳۲) $(\forall x)((Bx \& Wx) \rightarrow Tx)$

گزاره‌های زیر را علامتی کنید. پیش از بررسی بخش پاسخ‌ها، اطمینان حاصل کنید که خطای دستوری مرتکب نشده‌اید.

(۳۳) تمام سرمایه‌های تحقیقاتی اعطا شده توسط منابع نظامی میل به انهدام تفکر مستقل دارند.

R : سرمایه‌های تحقیقاتی؛ G : اشیائی که توسط منابع نظامی اعطا شده‌اند؛ T : چیزهایی که تمایل به انهدام تفکر مستقل دارند.

(۳۴) هیچ مدرکی در مورد نظریهٔ تحریم فروید در میان سرخ‌پوستان کواکیوتل^۱ پیدانشده است.

E : مدرک در مورد نظریهٔ تحریم فروید؛ K : مدرک پیدا شده در میان سرخ‌پوستان کواکیوتل.

(۳۵) هر جامعه که در آن ماری‌جوآنا و الکل آزادانه در دسترس‌اند ماری

جوآنا را ترجیح می‌دهد و الکل را مردود می‌شمارد.

S : جوامعی که در آن‌ها ماری‌جوآنا و الکل آزادانه در دسترس‌اند؛

A جوامعی که الکل را مردود می‌شمارند.

(۳۶) بعضی آهنگسازان کرآهنگ‌های بزرگ نوشته‌اند.

D : کر؛ C : آهنگسازان؛ M : اشخاصی که آهنگ‌های بزرگ

نوشته‌اند.

(۳۷) هر رأی‌دهنده (V) بد اطلاع (M) یا ناآگاه (I) است.

(۳۸) بعضی اشخاص (P) بد اطلاع (M) ناآگاه‌اند (I) و رأی‌دهنده (V)

نیستند.

مورد استعمال «تنها»، توضیح داده شده در فصل ۵، را به‌خاطر بیاورید. در آنجا دریافتیم که «تنها، F ها G اند» منطقاً معادل (۳۹) تمام F ها G اند / تمام G ها F اند، می‌باشد. از طرف دیگر، « F ها تنها G اند»، منطقاً معادل (۴۰) تمام F ها G اند / تمام G ها F اند، می‌باشد. اگر این مطلب را خوب به یاد نمی‌آورید، صفحه ۴۴ را مرور کنید؛ سپس علامتی کنید:

(۴۱) تنها صندوق‌های (C) قرض الحسنه غیر قابل اعتماد (R) به‌تو پول قرض (L) خواهند داد.

(۴۲) صندوق‌هایی (C) که غیر قابل اعتمادند (R) تنها به تو پول قرض (L) خواهند داد.

(۴۳) تنها اشخاص (P) بالای ۲۱ سال می‌توانند (C) رأی دهند؛ اما بعضی اشخاص بالای ۲۱ سال نمی‌توانند رأی دهند.

(۴۴) اشخاص (P) مذکوری (M) که کوچکتر (Y) از ۱۸ سال و بزرگتر (O) از ۲۶ سالند تنها برگزیده (D) شده‌اند.

تا این مرحله مثال‌ها مان به‌داشتن سوز در جلو گزاره منجر شده‌اند. اما این قاعده قاعده‌بی‌کلی نیست. به‌عنوان مثال:

اگر تمام رأی‌دهندگان (V) بداطلاع (M) باشند، در این صورت هیچکس نباید (S) رأی دهد.

صورت علامتی گزاره «اگر، در این صورت» عبارت است از (۴۵) ترکیب عطفی / ترکیب فصلی / ترکیب شرطی / مؤلفه / نقیض . (۴۶) مقدم /

مقدمه این شرطی (۴۷) بعضی رأی دهندگان بداطلاعند/هیچ رأی دهنده‌یی نباید رأی دهد / تمام رأی دهندگان بداطلاعند / هیچ شخص بداطلاعی نباید رأی بدهد است. (۴۸) نتیجه/ تالی این شرطی کدامست؟ (۴۹) رأی دهندگان بداطلاعند/هیچ کس نباید رأی دهد. مقدم را علامتی کنید: (۵۰) تالی را علامتی کنید: (۵۱) —————. کل

گزاره مرکب مورد بحث به طور صحیح توسط (۵۲)

$$(\forall x)(Vx \rightarrow Mx) \rightarrow \neg(\exists x)(Vx \& Sx) /$$

$$(\forall x)(Vx \rightarrow Mx) \rightarrow \neg(\exists x)(Sx)$$

علامتی می‌شود.

علامتی کنید:

(۵۳) یا بعضی رأی دهندگان (V) بداطلاعند (M)، یا بعضی نا آگاهند (I).

درمثالی چون مثال زیر، بهتر است که پیش از علامتی کردن اجزاء گزاره را پرانتز بندی کنیم: «اگر (بعضی اشخاص بالای ۲۱ سال بداطلاعند)، در این صورت، (اگر تمام اشخاص بالای ۲۱ سال رأی دهنده‌اند)، (بعضی رأی دهندگان بداطلاعند).»

(۵۴) اگر بعضی اشخاص (P) بالای (O) ۲۱ سال بداطلاعند (M)، در این صورت اگر تمام اشخاص (P) بالای (O) ۲۱ سال رأی دهنده (V) اند، بعضی رأی دهندگان (V) بداطلاعند (M).

درمثال‌های زیر، گزاره‌های منطقاً معادل را با تبدیل سور وجودی به سور عمومی، و برعکس به دست آورید. مثال غیردستورجی را خط بزنیید.

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx). \text{—————} (55)$$

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists x)(Gx). \text{—————} (56)$$

$$\neg(\forall x)(Fx) \vee (\exists x)(Gx). \text{—————} (57)$$

$$-(\exists x) - Fx. \text{-----} (58)$$

$$-(\exists x) - (Fx) \& ((\forall x)(Gx) \rightarrow (\forall x)(Hx)). \text{-----} (59)$$

قانون دومورگان را برای تبدیل فاصل بدعاطف به کار برید:

$$(Fx \vee -Gx). (60) \text{-----} (-Fx \& Gx). \text{-----} \text{ را به دست}$$

می آورید. این قوانین در صورتی که این مؤلفه داخل يك سور باشد نیز برقرار اند، به این ترتیب، $(\forall x)(Fx \vee -Gx)$ منطقاً معادل $(\forall x) - (-Fx \& Gx)$ اند.

آیا مورد اخیر همان $(\forall x)(Fx \vee -Gx) -$ است؟ (۶۱) بله / نه.

$(\exists x)(Fx \& Gx)$ منطقاً معادل کدام است؟ (۶۲) $(\exists x) - (-Fx \vee -Gx)$

/ $(\exists x) - (-Fx \& -Gx)$. آیا $(\forall x)(-Fx \vee -Gx) -$ منطقاً معادل

$(\forall x) - (Fx \& Gx)$ است؟ (۶۳) بله / نه.

در مثال‌های اخیر، فاصل یا عاطفی «داخل» يك سور داشتیم. می‌توانیم

قوانین دومورگان را حتی وقتی که این رابط‌ها بین دو سور واقع می‌شوند

نیز به کار بریم. به این ترتیب، $(\exists x)Fx \vee (\forall x)Gx$ منطقاً معادل

$(\exists x)(Fx) \& -(\forall x)(Gx)$ است. منفصل‌هائی که در این طرح کار

را با آن‌ها آغاز کردیم عبارتند از (دومورد را با دایره مشخص کنید) (۶۴)

$(\exists x)(Fx) / (\exists x)(Gx) / (\exists x)(Fx) / (\forall x)(Gx) / (\forall x)(Fx)$ در به کار

بردن قوانین دومورگان، فاصل را به عاطف تبدیل می‌کنیم. در جلو منفصل‌ها

علامت نفیض قرار می‌دهیم، و در جلو ترکیب حاصل علامت نفیض می‌گذاریم،

و $(\exists x)(Fx) \& -(\forall x)(Gx)$ را به دست می‌آوریم.

یکی از ازواج زیر شامل عبارتی غیر دستوری است. خطای موجود را

با دایره بزرگی به دور آن مشخص کنید. بعضی از ازواج دیگر با توجه به

دومورگان منطقاً معادلند. آن‌ها را که منطقاً معادل نیستند خط بزنید.

$$(\forall x)(Fx \& -Gx). (\forall x)(-Fx \vee Gx). (65)$$

$$(\exists x)(Fx \vee -Gx). (\exists x) - (-Fx \& Gx). (66)$$

$$(\exists x)(-Fx \vee -Gx). -(\exists x)(Fx \& Gx). (67)$$

$$(\exists x)(\neg(Fx \& \neg Gx)). (\exists x)\neg(Fx \vee Gx). \quad (۶۸)$$

$$\neg(\forall x)\neg(Fx \vee Gx). \neg(\forall x)(\neg Fx \& Gx). \quad (۶۹)$$

$$\neg(\forall x)\neg(Fx \& Gx). (\forall x)(\neg Fx \vee Gx). \quad (۷۰)$$

طبیعی است که می‌توانیم تعادلات منطقی متفاوت را ترکیب کنیم. به‌عنوان مثال، $(\forall x)(\neg Fx \vee \neg Gx)$ - با توجه به تعادل سوری منطقاً معادل $(\exists x)\neg(\neg Fx \vee \neg Gx) / \neg(\exists x)\neg(\neg Fx \vee \neg Gx)$ (۷۱) است. طرح دوم صحیح است. خود این طرح به‌نوبت با توجه به دومورگان معادل $(\exists x)(Fx \& Gx) / (\exists x)\neg(Fx \& Gx)$ (۷۲) است. بار دیگر طرح دوم صحیح است. توجه داشته باشید که این طرح چقدر ساده‌تر از طرحی که با آن آغاز کردیم است.

اکنون با استفاده از تعادل سوری، یا دومورگان، یا هر دو، موارد زیر را ساده کنید.

$$\neg(\forall x)(\neg Fx \& \neg Gx). \quad (۷۳)$$

$$\neg(\exists x)\neg(Fx \& Gx). \quad (۷۴)$$

$$\neg((\forall x)\neg(Fx) \& (\exists x)\neg(Gx)). \quad (۷۵)$$

توجه داشته باشید که چگونه عبارت مفصل اخیر به صورت ساده $(\exists x)(Fx) \vee (\forall x)(Gx)$ تبدیل می‌شود.

تمام قواعد استنتاجی را که می‌دانیم می‌توان در مورد منطق محمولات به‌کاربرد. برای مرور، موارد زیر را تطبیق کنید:

$$(a) (\forall x)(Fx) \rightarrow (\forall x)Gx \vdash \text{—————} \text{نقیض دوگانه.} \quad (۷۶)$$

$$\neg(\forall x)(Gx) \rightarrow \neg(\forall x)(Fx) \text{—————} \text{عکس نقیض.} \quad (۷۷)$$

$$\text{—————} \text{تعادل سوری.} \quad (۷۸)$$

$$(b) (\exists x)\neg(Fx \& Gx) \vdash (\exists x) \text{—————} \text{قاعدهٔ مفصل} \quad (۷۹)$$

$$(\neg Fx \vee \neg Gx). \text{—————} \text{انفصال.} \quad (۸۰)$$

- (c) $-(\forall x) - (Fx) \vdash (\forall x)(Fx)$. ——— (۸۱) دومورگان.
- (d) $(\exists x)(Fx) \rightarrow (\forall x)(Gx)$,
 $(\exists x)(Fx) \vdash (\forall x)(Gx)$. ——— (۸۲) ترکیب عطفی.
- (e) $(\exists x)(Fx) \rightarrow (\exists x)(Gx) \vdash$
 $-(\exists x)(Fx) \vee (\exists x)(Gx)$. ——— (۸۳) تضعیف.
- (f) $(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists x)(Hx)$
 $(\forall x)(Gx) \rightarrow (\exists x)(Hx) \vdash$
 $((\forall x)(Fx) \vee (\forall x)(Gx)) \rightarrow$
 $(\exists x)(Hx)$. ——— (۸۴) فاصل - پیکان.
- (g) $(\forall x)(Fx) \& (\exists x)(Gx) \vdash$
 $(\exists x)(Gx)$. ——— (۸۵) تبدیل.
- (h) $(\exists x)(Fx) \vdash (\forall x)(Gx) \vee$
 $(\exists x)(Fx)$.
- (i) $(\exists x)(Fx) \vee (\exists x)(Gx) \vdash$
 $(\exists x)(Gx) \vee (\exists x)(Fx)$.
- (j) $-(\forall x) - (Gx) \vdash (\exists x)$
 (Gx) .

(۸۶) - (۹۱) فهرستی از اظهارات در مورد استنتاج است. بعضی از آنها غیردستوری اند. آنها را خط بزنید. بعضی صحیحند. این موارد دقیقاً بر مبنای دو قاعده از قواعد (۷۶-۸۵) بنا شده اند. علامت بررسی (\checkmark) را در جلوی آنها قرار دهید. سایرین ناصحیحند، آنها استنتاجات نادرست را نمایش می دهند. در جلو آنها علامت (\times) بگذارید.

- $(\forall x)(Fx \vee Gx) \vdash -(\exists x)(-Fx \& -Gx)$. ——— (۸۶)
- $(\exists x)(Fx \& Gx) \vdash -(\forall x) - (-Fx \vee Gx)$. ——— (۸۷)
- $(\forall x)Fx \rightarrow (\exists x)Gx \vdash (\forall x) - Gx \rightarrow (\exists x) - Fx$. ——— (۸۸)

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists x)(Gx) \vdash (\forall x) \neg(Gx) \rightarrow (\exists x) \neg(Fx). \quad \text{--- (۸۹)}$$

$$\neg(\forall x) \neg Fx \vdash (\exists x)(Fx) \& (\forall x)(Gx). \quad \text{--- (۹۰)}$$

$$\neg(\exists x) \neg(Fx) \vdash (\forall x)(Fx) \vee (\forall x)(Gx). \quad \text{--- (۹۱)}$$

۲۵

استنتاجات و مثال‌های نقض

Deductions and Counterexamples

در این فصل قواعد بیشتری از استنتاج در منطق محمولی به دست می‌دهیم و نشان دادن چگونگی تشکیل مثال‌های نقض را آغاز می‌کنیم.

اگر استدلالی صورت قیاس با دو مقدمه و یک نتیجه را دارا باشد، در این صورت دستگاه مکانیکی‌ئی برای تشخیص دادن این که این صورت استدلالی درست است یا خیر موجود (۱) است/ نیست. این دستگاه، دستگاه (۲) _____ و ن است. رسم نمودار تنها راه بیان این که استدلالی درست است یا خیر نیست. در مورد قیاس‌ها، از مثال‌های نقض برای نشان دادن این که صورت‌های استدلالی گوناگون (۳) درست/ نادرست اند استفاده می‌کنیم. مثال نقض (۴) تعبیری/ استنتاجی از یک صورت استدلالی است که در آن تمام مقدمات آشکارا (۵) F/T اند در حالی که نتیجه واضحاً (۶) F/T است. مثال مطلوبی از یک صورت استدلالی تعبیری است که در آن مقدمات و نتیجه هر دو T اند. آیا پیدا کردن مثال مطلوب نشان می‌دهد که یک صورت

استدلالی درست است؟ (۷) بله/نه. زیرا يك استدلال ممکن است مقدمات راست و نتیجه راست داشته باشد، و با این همه هنوز نادرست باشد. در این مورد مثالی بیاورید.

(۸)

در نتیجه، پیدا کردن مثال «مطلوب» مطلب زیادی را در مورد درستی اثبات نمی‌کند.

مثال‌های نقض پاسخ‌های منفی را در مورد سؤال درستی به دست می‌دهند. این مثال‌ها نشان می‌دهند که يك صورت استدلالی درست (۹) است / نیست. اما هیچ تعداد از مثال‌های مطلوب نمی‌توانند نشان دهند که صورت استدلالی بی (۱۰) ————— است. در مقابل، رسم نمودار ون، مسأله درستی را سامان می‌دهد. اگر نتیجه منفی به دست آوریم، می‌دانیم که استدلال (۱۱) درست / نادرست است. اگر نتیجه مثبت به دست آوریم، ملاحظه کنیم که به مجرد مشخص کردن مقدمات با نمودار، نتیجه نیز مشخص شده، درمی‌یابیم که استدلال (۱۲) درست / نادرست است. نمودارهای ون روش قطعی پاسخ دادن به مسأله درستی به گونه مثبت یا منفی است. این روش به روش تشخیص^۱ درستی موسوم است.

آیا در مورد استدلالات تابع ارزش روش تشخیص موجود است؟ (۱۳) بله/نه. این روش به روش (۱۴) ————— ارزش موسوم است. اگر در جدول ارزش سطری بیایم که در آن تمام مقدمات T و نتیجه F است، خواهیم دانست که صورت استدلالی مورد بحث (۱۵) ————— است. به این ترتیب مسأله درستی به طریق (۱۶) منفی/مثبت پاسخ داده شده است. از طرف دیگر، اگر در جدول ارزش سطری که در آن تمام مقدمات

(۱۷) **F/T** باشند و نتیجه (۱۸) **F/T** باشد موجود باشد، درمی‌یابیم که صورت استدلالی درست است. به این ترتیب مسأله درستی به طریق (۱۹) **منفی/مثبت** پاسخ داده می‌شود. جداول ارزش و نمودارهای ون (۲۰) ——— تشخیص انواع مقتضی صورت‌های استدلالی را به دست می‌دهند. آن‌ها روش‌های مکانیکی‌ئی هستند که برای پاسخ دادن به مسأله درستی به طریق مثبت یا منفی در نظر گرفته شده‌اند. اما جستجوی مثال برای تشکیل مثال نقض می‌تواند به بهترین طریق مسأله درستی را به طریق (۲۱) **مثبت/منفی** سامان دهد. مثال نقض می‌تواند نشان دهد که یک صورت استدلالی (۲۲) **درست/فادرست** است. آیا مثال‌های مطلوب می‌توانند نشان دهند که یک صورت استدلالی درست است؟ (۲۳) **بله/نه**.

روش استنتاج را نیز معرفی کردیم. در این روش، تعداد کمی صورت استدلالی، که آن‌ها را قواعد استنتاج می‌نامیم، را انتخاب می‌کنیم. در این صورت سلسله طولانی‌یی از استنتاجات، هر یک مطابق با قاعده استنتاجی درست، استدلال (۲۴) **درست/فادرست** را به دست خواهد داد. اگر چند مقدمه، و نتیجه‌یی ادعائی داشته باشیم می‌توانیم با پیدا کردن استنتاجی گذرنده از مقدمات به نتیجه، نشان دهیم که آن استدلال (۲۵) **درست/فادرست** است. اما فرض کنید که برای یافتن استنتاجی سخت بکوشیم و توفیق نیابیم؛ در این صورت می‌توانیم با اطمینان نتیجه بگیریم که استدلال مورد بحث درست نیست؟ (۲۶) **بله/نه**. اگر استنتاجی به دست آوریم، درمی‌یابیم که استدلال (۲۷) **درست/فادرست** است. به این ترتیب، مسأله درستی به طریق (۲۸) **مثبت/منفی** پاسخ داده شده است. اما اگر در یافتن استنتاج کامیاب نشویم، آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که استدلال درست نیست؟ (۲۹) **بله/نه**. به این ترتیب، استنتاجات، در حالت کلی، می‌توانند تنها پاسخ (۳۰) **مثبت/منفی** مسأله درستی را به دست دهند. در مقابل، مثال‌های نقض می‌توانند تنها پاسخ (۳۱) **مثبت/منفی** مسأله درستی را تهیه کنند. به این ترتیب، چنان که ملاحظه می‌شود، استنتاج و مثال‌های نقض اطراف متقابل درستی‌اند. برای نشان دادن این که استدلالی فادرست است، (۳۳) **استنتاج/مثال نقض** تشکیل می‌دهیم.

آیا استنتاجات درحالت کلی، می‌توانند نادرست بودن صورت‌های استدلالی را نشان دهند؟ (۳۴) **بله/نه**. آیا مثال‌های نقض می‌توانند درست بودن صورت‌های استدلالی را نشان دهند؟ (۳۵) **بله/نه**.

هرگاه روش تشخیصی برای نوعی صورت استدلالی موجود باشد، تکنیکی داریم که (۳۶) **کنها منفی/کنها مثبت/هم مثبت هم منفی** است. یعنی، می‌توانیم هم‌درستی هم نادرستی صورت‌های استدلالی از نوع مقتضی را نشان دهیم. روش تشخیص ممکن است، چون درمورد جدول ارزشی، مثلاً، با ۱۴ مؤلفه (که ۳۸۴، ۱۶ سطر دارد!) بسیار طولانی باشد، اما در صورتی که آن را درست به‌کار بریم در پاسخ دادن به سؤال‌های روشن مطمئن و ثابت و تضمین شده است. استنتاجات ممکن است کوتاه و جالب باشند، و کار را خیلی سهل کنند، اما اگر به جستجوی استنتاج یا مثال نقضی اقدام کنیم، آیا تضمین موفقیت موجود است؟ (۳۷) **بله/نه**. مسائل مشهوری در حساب داریم که سه قرن است که مطرح شده‌اند؛ و بسیاری از ریاضیدان‌ها سعی کرده‌اند که برای آن‌ها پاسخی مثبت به دست آورند یا مثال نقضی بنا کنند، اما تاکنون، تمام کوشش‌ها با شکست مواجه شده‌اند. و این به‌علت این است که برای آن نوع مسأله حسابی مورد بحث روش تشخیص وجود ندارد.

در مطالعه قیاسات و استدلال‌ات تابع ارزش، اجبار نداریم که از استنتاج یا مثال نقض استفاده کنیم، زیرا (۳۸) _____ تشخیص راداریم؛ به این ترتیب که روش، درمورد تشخیص قیاسی (۳۹) _____ است؛ و درحالت منطقی تابع ارزش (۴۰) _____ می‌باشد.

یکی از عمیق‌ترین نتایج منطقی جدید این است که درمورد منطقی محمولی روش تشخیص موجود نیست. این موضوع توسط منطق‌دان آمریکایی آلونزو چرچ^۱ در سال ۱۹۳۶، به‌عنوان نتیجه فرعی کشف حتی مهم‌تر کورت گودل^۲ در سال ۱۹۳۱، کشف شد. نتیجه قضیه گودل است که درمورد منطقی محمولی

1. Alonzo Church

2. Kurt Gödel

نمی‌تواند روش تشخیص وجود داشته باشد، و این تنها به خاطر این که، منطقیون آنقدر خوشبخت نبوده‌اند که با وسیله‌ی مانند جدول ارزش یا نمودار ون برخورد کنند، نیست، چه اکنون می‌دانیم که چنین وسیله‌ی (۴۱) می‌تواند/ نمی‌تواند موجود باشد.

این موضوع بدین معنی است که برای بررسی درمنطق معمولی اجبار داریم که از استنتاج و مثال نقض استفاده کنیم. از آنجا که برای منطق معمولی روش تشخیص وجود (۴۲) دارد/ ندارد باید در صورتی که تصویری کنیم صورت استدلالی مورد توجه (۴۳) درست/ نادرست است سعی در یافتن استنتاج کنیم درحالی که اگر فکر می‌کنیم که نادرست است، باید کوشش در بدست آوردن (۴۴) داشته باشیم. البته ممکن است در این کوشش‌ها ناکام شویم. منطق معمولی به مهارت بیشتر — شاید نیز شانس بیشتری از آنچه تاکنون مورد بررسی قرار داده‌ایم نیازمند است.

به عنوان مرور، به خاطر داشته باشید که محمول‌ها را با (۴۵) حروف کوچک از آخر الفبا/ حروف بزرگ/ حروف کوچک از ابتدای الفبای انگلیسی نمایش می‌دادیم؛ و «مکان‌های خالی» سوردار را با (۴۶) —

نمایش داده‌ایم، و در فصل ۲۲ اسامی با (۴۷) —

به نمایش درمی‌آمدند. به این ترتیب، انتظار داریم که «x» (۴۸) — باشد و «a» به جای (۴۹) — قرار گیرد.

اکنون فرض می‌کنیم که می‌دانیم که برتر اندراسل فیلسوف است. در این صورت به سلافاصله درمی‌یابیم که (۵۰) بعضی فلاسفه وجود دارند/ فیلسوفی موجود نیست. یعنی بر آنیم که استدلال:

برتر اندراسل فیلسوف است.

بنا بر این، بعضی فلاسفه وجود دارند.

(۵۱) درست / نادرست است. این استدلال را با فرض F : فیلسوف است؛
 b : برتر اندر اسل، علامتی کنید: (۵۲) —————.
 صورت استدلالی « Fb » بنا بر این $(\exists x)(Fx)$ درست است. این قاعده
 به قاعده نتیجه وجودی^۱ موسوم است، زیرا نتیجه آن گزاره عمومی بی، که با
 سور وجودی آغاز می شود، است.

نتیجه وجودی: $Fb \vdash (\exists x)(Fx)$

در جلو آن دسته از گزاره های زیر که کاربردهای صحیح و دستوری این
 قاعده اند علامت صحیح است (\checkmark) بگذارد.

$$\cdot Fa \vdash (\exists x)(Fx) \quad \text{— (۵۳)}$$

$$\cdot Fb \vdash (\exists x)(Fy) \quad \text{— (۵۴)}$$

$$\cdot (\exists x)(Fx) \vdash Fa \quad \text{— (۵۵)}$$

$$\cdot Fx \vdash (\exists x)(Fx) \quad \text{— (۵۶)}$$

$$\cdot Fa \vdash (\forall w)(Fw) \quad \text{— (۵۷)}$$

$$\cdot Fa \vdash (\exists x)(Fa) \quad \text{— (۵۸)}$$

$$\cdot Fa \vdash (\exists u)Fu \quad \text{— (۵۹)}$$

$$\cdot Hb \vdash (\exists x)(Fx) \quad \text{— (۶۰)}$$

$$\cdot Hc \vdash (\exists x)(Hx) \quad \text{— (۶۱)}$$

$$\cdot Ha \vdash (\exists y)(Hy) \quad \text{— (۶۲)}$$

اکنون فرض می کنیم که بر این عقیده ایم که تمام منطقیون فیلسوفند. در این
 صورت باید نتیجه بگیریم که اگر کورت گودل منطقی است، فیلسوف است.
 یعنی، استدلال:

تمام منطقیون فیلسوفند.

بنابراین، اگر کورت گودل منطقی است، (۶۳) —————
است.

(۶۴) درست / نادرست باشد. فرض می‌کنیم L : منطقی است؛ P : فیلسوف است؛ g : کورت گودل، باشد و استدلال فوق را علامتی می‌کنیم: (۶۵)

صورت فوق مثالی از صورت عمومی‌تر زیر است:

$$(\forall x)(Fx) \vdash Fa$$

فرض می‌کنیم F : درنده‌خواست؛ a : آبراهام، باشد و استدلالی از این صورت می‌نویسیم: (۶۶)

صورت فوق موردی از آنچه «تمثیل^۱» می‌نامیم است. آنرا به این علت تمثیل می‌نامیم که نتیجه مثالی^۲ از آنچه مقدمه می‌گوید می‌باشد:

$$\text{تمثیل: } (\forall x)(Fx) \vdash Fb$$

در زیر تمام مواردی را که مثال‌های دستوری تمثیل یا نتیجه وجودی نیستند
خط بزنید:

(۶۷) $(\forall x)(Gx) \vdash Fb$.

(۶۸) $(\forall x)Gx \vdash Ga$.

(۶۹) $(\exists x)(Gx) \vdash Gc$.

(۷۰) $(\forall x)(Hy) \vdash Ha$.

(۷۱) $Fx \vdash (\exists x)(Fx)$.

(۷۲) $Fa \vdash (\forall x)(Fx)$.

(۷۳) $(\exists x)(Sx) \vdash (\forall x)(Sx)$.

$$(۷۴) aF \vdash (\exists x)(Fx).$$

هر دو قاعده‌مان برای تحصیل کلیت صحیح و کامل به بیان دقیق تری نیازمندند. بیان زیر، هر چند ناقص، برای مقصودمان کافی است.

قاعده نتیجه وجودی

هر طرح گزاره‌ئی که در آن اسمی است را در نظر می‌گیریم. به جای ظهور یا ظهورات این اسم، حرفی، که در آن طرح گزاره‌ئی رخ نداده، از آخر الفبا قرار داده شود وجودی متناظر را در جلو طرح حاصل می‌نویسیم. با در نظر گرفتن طرح باز مزبور به عنوان مقدمه و طرح تغییر یافته حاصل به صورت نتیجه، دارای صورت استدلالی درستی می‌شویم.

موارد استعمال ناصحیح یا غیردستوری این قاعده را خط بز نید:

$$(\exists x)(Fx \& Gx) \vdash Fa \& Ga. \quad (۷۵)$$

$$(Fa \vee Ga) \& Gb \vdash (\exists x)((Fx \vee Gx) \& Gb). \quad (۷۶)$$

$$(Fa \vee Ga) \& Gb \vdash (\exists x)((Fx \vee Ga) \& Gb). \quad (۷۷)$$

$$(Fa \vee Ga) \& Gb \vdash (\exists x)((Fa \vee Ga) \& Gx). \quad (۷۸)$$

$$(Fa \vee Ga) \& Gb \vdash (\exists x)((Fa \vee Ga) \& Gb). \quad (۷۹)$$

$$(Fa \vee Ga) \& Gb \vdash (\exists x)((Fx \vee Gx) \& Gx). \quad (۸۰)$$

توجه داشته باشید که تنها یکی از موارد زیر ناصحیح است؛ آن را

خط بز نید:

$$Fa \& Ga \vdash (\exists x)(Fx \& Gx). \quad (۸۱)$$

$$Fa \& Ga \vdash (\exists x)(Fx \& Ga). \quad (۸۲)$$

$$Fa \& Ga \vdash (\exists x)(Fa \& Gx). \quad (۸۳)$$

$$Fa \& Ga \vdash (\exists x)(Fx \& Gb). \quad (۸۴)$$

قاعده تمثیل متساویاً و عموماً قابل کاربرد است:

قاعده تمثیل

هر طرح گزاره‌ئی آغاز شده با سور عمومی را در نظر می‌گیریم. به جای هر مکان خالی واقع در قلمرو این سور یک اسم ثابت قرار می‌دهیم. سور عمومی را حذف می‌کنیم. طرح باز مزبور را به عنوان مقدمه و طرح حاصل را به عنوان نتیجه در نظر می‌گیریم. در این صورت دارای یک صورت استدلالی درست می‌شویم.

موارد استعمال ناصحیح این قاعده را خط بزنید.

$$(۸۵) (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash Fc \rightarrow Gc.$$

$$(۸۶) (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash Fa \rightarrow Gb.$$

$$(۸۷) (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash Fx \rightarrow Gx.$$

$$(۸۸) (\forall z)(Fz \rightarrow Gz) \vdash Fc \rightarrow Gz.$$

$$(۸۹) (\forall z)(\forall x)(Fx \rightarrow Gz) \vdash (\forall x)(Fz \rightarrow Ga).$$

اکنون می‌توانیم قواعدمان را در استنتاجات گوناگون ترکیب کنیم.

به‌عنوان مثال:

$$(\forall x)(Fx) \vdash (\exists x)(Fx)$$

مراحل انجام گرفته را توضیح دهید:

$$۱. (\forall x)(Fx) \vdash Fa. \quad \text{-----} \quad (۹۰)$$

$$۲. \quad \quad \vdash (\exists x)(Fx). \quad \text{-----} \quad (۹۱)$$

طبیعی است که به‌همین گونه داریم:

$$(\forall x)(Fx) \vdash (\exists y)(Fy).$$

مورد فوق را اثبات کنید:

(۹۲)

آیا راست است که: $(\forall x)(Fx) \vdash (\exists x)(Gx)$ ؟ (۹۳) نه/بله
 در مورد: $(\exists x)(Fx) \vdash (\forall x)(Fx)$ چه؟ این استدلال (۹۴) درست /
 نادرست است. برای نشان دادن نادرستی يك صورت استدلالی، به (۹۵)
 استنتاج/مثال نقض: یعنی آوردن (۹۶) تمام _____
 مقدمات (۹۷) F/T باشند و نتیجه (۹۸) F/T باشد، نیاز داریم. در این
 مورد ساختن تعبیر آسان است. استدلال به صورت «(۹۹) چیزی / هر چیزی F
 است، بنابراین (۱۰۰) چیزی / هر چیزی F است» می باشد. F را، مثلاً، به عنوان
 «ماهی است» در نظر می گیریم. استدلال زیر را به دست می آوریم:

چیزی ماهی است، بنابراین هر چیزی ماهی است.

آیا مقدمه این استدلال راست است؟ (۱۰۱) نه/بله. آیا نتیجه آن راست است؟
 (۱۰۲) نه/بله. در نتیجه يك (۱۰۳) استنتاج/مثال نقض به دست آوردیم، و
 صورت استدلالی مورد بحث (۱۰۴) درست / نادرست است.
 تعبیر دیگری تهیه کنید که مثال نقضی به دست دهد: (۱۰۵) F : _____

در این مرحله اظهارات چندی آورده ایم. در حالت اظهارات صحیح،
 استنتاجات را می توان با استفاده از قواعد تعادل سوری، نتیجه وجودی، و
 تمثیل، به علاوه قواعد منطق تابع ارزش به دست آورد. هیچ يك از این
 استنتاجات به بیش از سه یا چهار مرحله نیاز ندارند. در ورقه خودتان،
 در مورد اظهارات صحیح استنتاج در مورد موارد ناصحیح مثال نقض به دست
 آورید.

$$(106) Fa \vdash \neg(\forall x) \neg(Fx).$$

$$(107) \neg(\exists x) \neg(Fx) \vdash Fb.$$

$$(108) \neg(Fc) \vdash \neg(\exists x)(Fx).$$

$$(109) \neg(\exists x)(Fx \vee Gx) \vdash (\forall x)(\neg Fx \& \neg Gx).$$

$$(110) \neg(\exists x)(Fx \vee Gx) \vdash \neg Fb \& \neg Gb.$$

$$(111) \neg(\exists x)(Fx \& Gx) \vdash \neg Fa \vee \neg Gb.$$

۲۶

More Deduction

استنتاجات بیشتر

در این فصل دو قاعدهٔ دیگر منطق محمولی را به دست می‌دهیم. متأسفانه این دو قاعده شاید، پرزحمت‌ترین قواعدی که تا کنون با آن‌ها برخورد کرده‌ایم، باشند.

مدتی است از اثبات شرطی استفاده نکرده‌ایم، و لازم است که مروری بر آن داشته باشیم. این قاعده چنین می‌گوید که می‌توانیم مقدمهٔ يك استدلال درست را برداشته به آن طرف استدلال، برای این که مقدم يك شرطی شود ببریم. در اظهار بعد، زیر تنها مقدم يك شرطی خط بکشید، و تنها مقدمه را با دایره مشخص کنید: (۱) $P \vdash Q \rightarrow P$. همین عمل را در مورد اظهار زیر انجام دهید: (۲) $(\forall x)(Fx) \vdash (\exists x)(Gx) \rightarrow (\forall x)(Fx)$. کدام يك از موارد زیر کاربرد صحیح اثبات شرطی است؟

(۳) اگر $P \vdash Q$ ، در این صورت $\vdash P \rightarrow Q$.

(۴) اگر $P, Q \vdash R$ ، در این صورت $P, R \vdash Q$.

(۵) اگر $P, \neg Q \vdash \neg R$ ، در این صورت $P \vdash \neg R \rightarrow \neg Q$.

(۶) اگر $P, Q, R \vdash S \rightarrow S$ ، در این صورت $P, R \vdash Q \rightarrow S$

(۷) اگر $(\forall x)(Fx) \vdash (\exists x)(Gx)$ ، در این صورت:

$$\vdash (\forall x)(Fx \rightarrow (\exists x)(Gx))$$

(۸) اگر $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash (\forall x)(Fx \rightarrow Hx)$ ، در این صورت

$$\vdash (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (\forall x)(Fx \rightarrow Hx).$$

در زیر مواردی که می‌توانند به طور صحیح با استفاده از تمثیل از $(\forall x)$ در $(Fx \rightarrow Gx)$ نتیجه شوند را با دایره مشخص کنید. (۹) $Fa \rightarrow Gb / (\forall x)(Fx) / (\forall y)(Fy \rightarrow Gy) / (\forall x)(Gx) / Fb / Fx \rightarrow Gx / Fa \rightarrow Ga / Ga / -Ga \rightarrow -Fa / Fa \rightarrow Gb$ تمثیل تنها نتیجه نمی‌شوند، از $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ نتیجه می‌شوند. به عنوان مثال، از این آنگزاره می‌توانیم $Fa \rightarrow Ga$ را با تمثیل استخراج کنیم، و بعد $-Ga \rightarrow -Fa$ را با (۱۰) به دست آوریم. مقدمه زیر را در نظر می‌گیریم:

$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ دارای نتیجه دیگری نیز هست. به عنوان مثال،

تمام اهالی فرانکفورت خوش خورا کند.

اگر این موضوع راست باشد، در این صورت، اگر تمام چیزها اهل فرانکفورت باشند، تمام چیزها (۱۱) اند. یعنی می‌توان گفت که، نمونه استنتاج زیر مناسب به نظر می‌رسد:

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx), (\forall x)(Fx) \vdash (\forall x)(Gx)$$

در زیر نمونه‌های به همین صورت را تکمیل کنید:

$$(12) (\forall x)(Gx \rightarrow Hx), (\forall x)(Gx) \vdash \text{_____}.$$

$$(13) (\forall x)(Hy \rightarrow Fy), \text{_____} \vdash (\forall y)(Fy).$$

مایلم که بتوانیم نتیجه $(\forall x)(Gx)$ را از مقدمات $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ و

$(\forall x)(Fx)$ استنتاج کنیم، ولی متأسفانه، قواعد استنتاجی که تا کنون بیان شده این نمونه را توجیه نمی‌کنند. در این مورد تنها می‌توانیم تا مرحله زیر عمل کنیم. در این صورت هر مرحله را توجیه کنید.

$$1. (\forall x)(Fx \rightarrow Gx), (\forall x)(Fx) \vdash Fa. \quad \text{_____} \quad (14)$$

$$2. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vdash Fa \rightarrow Ga. \quad \text{_____} \quad (15)$$

$$3. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vdash Ga \quad \text{_____} \quad (16)$$

نتیجه‌ی بی‌که ما یلیم به آن برسیم چیست؟ (۱۷) — در این مورد قاعده‌ی بی‌که گذشتن از Ga به $(\forall x)(Gx)$ را مجاز کند نداریم. در واقع چنین حرکتی نادرست به نظر می‌رسد. آیا این حالت حالتی از تمثیل است؟ (۱۸) بله/ نه. تمثیل می‌گوید که می‌توانیم از $(\forall x)(Gx)$ ، (۱۹) — را استنتاج کنیم؛ اما طریق عکس را نمی‌گویید. در مورد صورت استدلالی زیر مثال نقضی به‌دست آورید:

$$Ga, \text{ بنا بر این } (\forall x)Gx.$$

$$\text{_____} : G \text{ مثال نقض: } (20) \\ \text{_____} : a$$

اما مراحل ۱، ۲، ۳ فوق از مقدمات به نتیجه سطر ۳، یعنی (۲۱) — منجر می‌شوند. ولی از آنجا که راست نیست که $Ga \vdash (\forall x)(Gx)$ ، در این صورت به نظر می‌رسد که مراحل ۱-۳ طریق بدی برای رسیدن به نتیجه‌ی بی‌که در پی آنیم، یعنی، (۲۲) — باشد. با این همه، بار دیگر به دنباله استنتاجات ۱، ۲، ۳ نظر می‌کنیم. در ۳ به نتیجه Ga رسیده‌ایم. اما می‌توانستیم دقیقاً به طور مساوی به Gb ، یا Gc ، یا « G » بعد از آن هراسمی

که انتخاب کنیم، برسیم. به عبارت دیگر، صورت استدلالی فوق، به طور کلی قابل کاربرد در مورد هر شیئی که بتوانیم نام دهیم یا توصیف کنیم است. از مقدمات واقع در ۱، استدلالی به نتیجه Ge تشکیل دهید:

(۲۳)

به این ترتیب، از این مقدمات می توان ثابت کرد که محمول « G » در مورد هر چیز که اهمیت به نامیدن آن دهیم به کار می رود. در سطور ۱، ۲ و ۳، موضوع خاصی در مورد اسم « a » وجود ندارد، یعنی این اسم در مقدمات رخ نمی دهد. اگر رخ می داد، در این صورت احتمالاً نسبت به استدلال مورد بحث حالت خاص داشت، اما از آنجا که رخ نمی دهد، می توانیم ندهنهایتاً بیج خاص Ga ، Gb ، Gc ، Gd ، Ge ، یا هر چیز دیگر را استخراج کنیم، بلکه می توانیم نتیجه بگیریم که G در مورد هر شیء به کار می رود، و این مرحله مجازی برای تعمیم دادن است:

قاعده تعمیم

اگر استنتاج

Fa — مقدمات

را استخراج کرده باشیم و اسم « a » در مقدمات رخ ندهد، می توانیم (به ازاء حرف x ی نه در Fa) اظهار کنیم:

$(\forall x)(Fx)$ — مقدمات

به این ترتیب در مرحله ۳ فوق داشتیم:

$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \cdot (\forall x)(Fx) \vdash$ (۲۴)

استنتاج را با به کار بردن تعمیم تمام می کنیم:

$$۴۰. (\forall x)(Fx \rightarrow Gx), (\forall x)(Fx) \vdash (\forall x)(Gx).$$

توجه داشته باشید که «a» در نتیجه مرحله ۳ در مقدمات مرحله ۳ رخ (۲۵) می دهد / نمی دهد. آیا مرحله ۴ در صورتی که «a» بی مقدمات موجود بود می توانست صحیح باشد؟ (۲۶) بله / نه. آیا وجود «b» در مقدمات اهمیت دارد؟ (۲۷) بله / نه. آیا مرحله ۴ به این گونه که آمده صحیح است؟ (۲۸) بله / نه.

در سمت چپ زیر چند اظهار موجود است. فرض می کنیم در مورد هر یک استنتاجی داریم. در این صورت هر گاه بتوانید نتیجه را تعمیم دهید، حاصل کار را در مکان خالی سمت راست بنویسید، اگر نتوانید تعمیم دهید، مکان خالی را خالی رها کنید.

$$(\forall x)(Fx) \vdash Fc. \quad \text{-----} \quad (۲۹)$$

$$(\forall y)(Gy) \vdash Gb. \quad \text{-----} \quad (۳۰)$$

$$(\exists z)(Gz \& Fa) \vdash Ga. \quad \text{-----} \quad (۳۱)$$

$$(\forall z)(Gz \& Fa) \vdash Gb. \quad \text{-----} \quad (۳۲)$$

$$(\exists x)(Fz), (\forall x)(Gx), Ha \vdash Gb \rightarrow Fb \quad \text{-----} \quad (۳۳)$$

$$(\exists x)(Fx), (\forall x)(Gx), Ha \vdash Ga \rightarrow Fa. \quad \text{-----} \quad (۳۴)$$

یکی از دو مورد زیر غلط است. آن را خط بزنید.

$$(۳۵) (\forall x)(Fx), (\exists x)(Gx), Fa \vdash Gb \rightarrow Fc.$$

$$\ll \vdash (\forall x)(Gb \rightarrow Fx).$$

$$\ll \vdash (\forall y)(\forall x)(Gy \rightarrow Fx).$$

(۳۶) با استفاده از استنتاج درستی. $\vdash Gb \rightarrow Fa$. همان مقدمات

« $\vdash (\forall x)(Gb \rightarrow Fx)$.

« $\vdash (\forall y)(\forall x)(Gy \rightarrow Fx)$.

قاعدهٔ تعمیم، گرچه ممکن است غریب به نظر برسد، پیش هر کس که دورهٔ اساسی هندسهٔ اقلیدسی را دیده باشد آشناست. در این دوره بسیاری از اثبات‌ها مشابه اثبات زیر انجام می‌گیرند. «در مثلث ABC ملاحظه می‌کنیم که؛ در نتیجه در مثلث ABC باید راست باشد که _____؛ بنابراین، هر مثلث با خاصیت، نیز باید خاصیت _____ را دارا باشد.» گرچه این استدلال در مورد شکل خاصی بیان شده، اما در صورتی که استدلال صحیح باشد، در مورد هر شکل دیگری که شرایط خاص مسأله را برقرار کند، به کار می‌رود، و بنابراین اثبات را با قضیه‌ی عمومی خاتمه می‌دهیم. قاعدهٔ ما معادل صوری این روش شهودی را به دست می‌دهد. در این جا چند استنتاج داریم. هر مرحله را توجیه کنید.

$(\forall x)(\forall y)(Fx \& Gy) \vdash (\forall y)(\forall x)(Fx \& Gy)$.

استنتاج:

۱. $(\forall x)(\forall y)(Fx \& Gy) \vdash (\forall y)(Fa \& Gy)$.

_____ (۳۷)

۲. « $\vdash Fa \& Gb$

_____ (۳۸)

۳. « $\vdash (\forall x)(Fx \& Gb)$

_____ (۳۹)

۴. « $\vdash (\forall y)(\forall x)(Fx \& Gy)$

_____ (۴۰)

$\vdash (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow ((\forall x)(Fx) \rightarrow (\forall x)(Gx))$.

استنتاج:

۱. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx), (\forall x)(Fx) \vdash Fb \rightarrow Gb$.
 _____ (۴۱)
۲. « $\vdash Fb$
 _____ (۴۲)
۳. « $\vdash Gb$
 _____ (۴۳)
۴. « $\vdash (\forall x)(Gx)$
 _____ (۴۴)
۵. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash (\forall x)(Fx) \rightarrow (\forall x)(Gx)$
 _____ (۴۵)
۶. $\vdash (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow$
 $((\forall x)(Fx) \rightarrow (\forall x)(Gx))$
 _____ (۴۶)

نتیجه مرحله ۶ شبیه صادق‌های فصل ۲۰ است. این نتیجه بر مبنای (۴۷) دو/یک/هیچ مقدمه بنا شده است.
 مثال‌های صحیح قواعد زیر را به دست دهید:

- _____ (۴۸) تعادل سوری
- _____ (۴۹) نتیجه وجودی
- _____ (۵۰) تمثیل

اکنون قاعده تعمیم را برای به دست آوردن سور عمومی در نتیجه داریم. با این همه به قاعده‌ی برای تحصیل سور وجودی در مقدمه نیازمندیم. این قاعده که قاعده آخر است، بسیار شبیه قاعده تعمیم است. فرض می‌کنیم از مقدمه Fa می‌توانیم نتیجه‌ی را استخراج کنیم و اسم a در این نتیجه رخ نداده

است. در این صورت برای استخراج این نتیجه، تمام چیزی که نیاز داریم این است که شیئی یا اشیائی F است، و این بدان معنی است که، آن نتیجه از $(\exists x)(Fx)$ نیز به دست می آید.

قاعدهٔ مقدمهٔ وجودی

اگر استنتاج

نتیجه — شاید مقدمات دیگر، Fa

را استخراج کرده باشیم و اسم « a » در جایی نه در مقدمات دیگر نه در نتیجه رخ نداده باشد، می توانیم (به ازاء حرف x ی نه در Fa) اظهار کنیم:

نتیجه — مقدمات دیگر، $(\exists o)(Fx)$

کدام يك از موارد زیر کاربرد صحیح این قاعده است؟

(۵۱) اگر $Fa \vdash Gb$ ، در این صورت $(\exists x)(Fx) \vdash Gb$.

(۵۲) اگر $Fb \vdash Gb$ ، در این صورت $(\exists x)(Fx) \vdash Gb$.

(۵۳) اگر $(\exists x)(Fx \& Ga) \vdash (\exists x)(Fx)$ ، در این صورت:

$(\exists y)(\exists x)(Fx \& Gy) \vdash (\exists x)(Fx)$

(۵۴) اگر $(\exists x)(Fx \& Ga) \vdash (\exists x)(Fx \& Ga)$ ، در این صورت:

$(\exists y)(\exists x)(Fx \& Gy) \vdash (\exists x)(Fx \& Ga)$.

خلاصهٔ قواعد سوری

اکنون علاوه بر تعادلات سوری، (۵۵) يك/دو/سه/چهار/پنج/شش قاعدهٔ سوری داریم، دو قاعده از این قواعد آسان و دو قاعده مشکل ترند. در این جا برای سهولت مراجعه آن ها را با طرحی تقریبی بیان می کنیم. فرض می کنیم « F » هر محمول و « a » هر اسمی باشد.

Instantiation

تمثیل

$$(\forall x)(Fx) \vdash Fa$$

که در آن « Fa » با قراردادن « a » به جای هر « x » در « Fx » به دست آمده است).

Existential Conclusion

نتیجه وجودی

فرض می‌کنیم « x » حرفی از آخر الفبای نه در « Fa » باشد:

$$Fa \vdash (\exists x)(Fx)$$

که در آن « Fx » از قرار دادن « x » به جای یک یا بیش از یک ظهور « a » در « Fa » به دست آمده است).

Generalization

تعمیم

فرض می‌کنیم « x » حرفی از آخر الفبا و نه پیدا در « Fa » باشد:

اگر $Fa \vdash$ مقدمات و « a » در مقدمات رخ ندهد، در این صورت

$$\vdash (\forall x)(Fx)$$

Existential Premise

مقدمه وجودی

فرض می‌کنیم « x » حرفی از آخر الفبا و نه پیدا در « Fa » باشد:

اگر نتیجه \vdash مقدمات، Fa و « a » در مقدمات دیگر و نتیجه رخ

ندهد، در این صورت: نتیجه \vdash مقدمات، $(\exists x)(Fx)$

در تمرین زیر، بعضی اظهارات غیر دستوری‌اند. آن‌ها را خط بزنید.

بعضی اظهارات صحیح‌اند؛ بیان کنید چه قاعده‌ئی به کار رفته است. بعضی

اظهارات همچنان ناصحیح‌اند؛ در جلو آن‌ها \times بنویسید. قانون به کار رفته

در مورد اظهارات صحیح و دستوری را مشخص کنید.

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\forall x)(Fx) \vdash Fa \text{ — (۵۶)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\exists x)Fx \vdash Fa \text{ — (۵۷)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash Fa \rightarrow Ga \text{ — (۵۸)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash Fb \rightarrow Gb \text{ — (۵۹)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash Fx \rightarrow Gx \text{ — (۶۰)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\exists x)(Gx) \vee (\exists x)(Fx) \vdash Ga \vee Fb \text{ — (۶۱)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot Fa \vdash (\exists x)(Fx) \text{ — (۶۲)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot Fa \vdash (\exists x)(Fx \& Gx) \text{ — (۶۳)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot Gb \vdash \exists y(Gy) \text{ — (۶۴)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot Gb \vdash (\exists y)(Gy) \text{ — (۶۵)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot Ha \& Gb \vdash (\forall x)(Hx \& Gb) \text{ — (۶۶)}$$

$$\text{(}\exists x)(Fx), Gb \vdash Hc \text{ اگر } Fa, Gb \vdash Hc \text{ — (۶۷)}$$

$$\text{(}\exists x)(Fx), Gb \vdash Ha \text{ اگر } Fa, Gb \vdash Ha \text{ — (۶۸)}$$

$$Fa, Gb \vdash (\forall x)(Hx) \text{ در این صورت } Fa, Gb \vdash Ha \text{ اگر — (۶۹)}$$

$$Fa, Gb \vdash (\forall x)(Hx) \text{ در این صورت } Fa, Gb \vdash Hc \text{ اگر — (۷۰)}$$

استنتاجات موارد زیر را تشکیل دهید:

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\forall x)(Fx) \vdash (\forall y)(Fy) \text{ (۷۱)}$$

$$\text{_____} \cdot \text{_____} \cdot (\exists x)(Fx) \vdash (\exists y)(Fy) \text{ (۷۲)}$$

$$\cdot(\forall x)(\forall y)(Fx \& Gy) \vdash (\forall y)(\forall x)(Fx \& Gy) \quad (\forall ۳)$$

$$\cdot(\exists x)(\exists y)(Fx \& Gy) \vdash (\exists y)(\exists x)(Fx \& Gy) \quad (\forall ۴)$$

۲۷

Relations

نسب

در این فصل چگونگی تفسیر و ترجمه کردن گزاره‌هایی را که نسب را بیان می‌کنند نشان می‌دهیم؛

تاکنون با گزاره‌هایی که چیزی در مورد فردی می‌گویند، یا با صورت‌سوری شده آن‌ها سروکار داشته‌ایم. به‌عنوان مثال، در گزاره:

«آن» قشنگ است.

اسم (۱) _____ و محمول (۲) _____ است.
 (۳) در گزاره بعد زیر اسم خط بکشید و محمول را با دایره مشخص کنید:

«آن» زن است.

از این دو گزاره می‌توانیم ترکیباتی چون:

اگر «آن» زن است، در این صورت قشنگ است.

را بنا کنیم. (۴) جمله باز متناظر با این گزاره را بنویسید.

به خاطر داشته باشید که برای به دست آوردن جمله باز به جای اسامی (و تنها اسامی) حروف x، y، z قرار می دهیم.
 بالاخره می توانیم گزاره بی سوری تشکیل دهیم:

(x قشنگ است \rightarrow x زن است) ($\forall x$)

که معمولاً در زبان فارسی با (۵) تمام «آن» هاقشنگ اند / هیچ زنی قشنگ نیست / تمام زن ها قشنگ اند، بیان می شود.
 اکنون گزاره زیر را در نظر می گیریم:

«آن» مادر راشل است.

در این گزاره چند اسم موجود است؟ (۶) يك / دو / سه / چهار. این گزاره نسبت بین «آن» و راشل، یعنی نسبت مادر بودن، را بیان می کند. جمله باز متناظر با آن عبارت است از (۷) x مادر x است / y مادر y است / مادر y است.

جمله های آزاد متناظر با موارد زیر را بنویسید:

(۸) راشل خواهر است. _____

(۹) دانیل^۲ برادر است. _____

(۱۰) راشل خواهر دانیل است. _____

(۱۱) اسامی واقع در گزاره زیر را با دایره مشخص کنید:

آدام پدر کاین است.

نسبت بیان شده عبارت است از (۱۲) آدام / بوز / کاین / پدر ... است / مادر ... است. جمله باز مربوطه عبارت است از:

x پدر y است.

عبارت فوق را به صورت « oFy » اختصار می‌کنیم. در نتیجه، این گزاره که آدام پدر کاین است به صورت (۱۳) $aFy/xFc/cFa/Fac/aFc/xFy$ مختصر می‌شود. مختصر کنید:

بوز (b) پدر (F) آدام (a) است.

(۱۴) _____

تطبیق کنید:

(۱۵) bMa — (a) «آن» (a) مادر (M) دانیل (d) است.

(۱۶) aMb — (b) بث^۱ (b) مادر (M) «آن» (a) است.

(۱۷) aMd — (c) «آن» (a) مادر (M) کالوین^۲ (c) است.

(۱۸) bMc — (d) مادر (M) بث (b) «آن» (a) است.

(۱۹) aMc — (e) بث (b) مادر (M) کالوین (c) است.

واضح است که «جهت» نسبت دارای اهمیت است. آیا این حرف که «آن» مادر بث است همان بث مادر «آن» است می‌باشد؟ (۲۰) **بله/نه**. هم‌چنین توجه داشته باشید که روش‌های گوناگونی برای بیان يك نسبت داریم. **پل پدر تیموثی** است اگر و تنها اگر (۲۱) **پدر پل تیموثی باشد/پدر تیموثی پل باشد**.

گزاره‌های شامل نسب را می‌توان سوردار کرد. این گزاره که شخصی پدر دانیل است به این معنی است که طریق راستی برای پر کردن مکان خالی مشخص شده توسط x در:

x پدر دانیل است:

موجود می‌باشد. در نتیجه، می‌توانیم گزاره:

شخصی پدر دانیل است.

با (۲۲) $(\exists x)(dFx) / (\exists x)(xFd) / (\exists x)(xFy)$ علامتی کنیم. از طرف دیگر، اگر بخواهیم بگوئیم که دانیل فرزندی دارد، می توانیم بگوئیم:

دانیل پدر شخصی است.

این گزاره به صورت (۲۳) $(\exists x)(dFx) / (\exists x)(xFd) / (\exists x)(xFy)$ علامتی می شود. آیا « $(\exists x)(dFx)$ » و « $(\exists x)(xFd)$ » یک چیز را معنی می دهند؟ (۲۴) بله / نه.

تطبیق کنید:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (a) کسی پدر آدام است. | $(\exists x)(xFd)$ — (۲۵) |
| (b) آدام پدر کسی است. | $(\exists x)(aFx)$ — (۲۶) |
| (c) کسی پدر کالوین است. | $(\exists x)(bFx)$ — (۲۷) |
| (d) کالوین پدر کسی است. | $(\exists x)(dFx)$ — (۲۸) |
| (e) کسی پدر دانیل است. | $(\exists x)(cFx)$ — (۲۹) |
| (f) کسی فرزند دانیل است. | $(\exists x)(xFc)$ — (۳۰) |
| (g) بارث پدر کسی است. | $(\exists x)(xFa)$ — (۳۱) |
| (h) کسی پدر بارث است. | $(\exists x)(xFb)$ — (۳۲) |

فرض می کنیم L : بزرگتر است از؛ z : مشتری؛ e : زمین باشد. در این صورت « jLe » اختصار چیست؟ (۳۳) —————. «زمین بزرگتر از مشتری است» را مختصر کنید (۳۴) —————. « $(\exists x)(xLe)$ » به چه معنی است؟ (۳۵) —————. « $(\exists x)(jLx)$ » چه معنی می دهد؟ (۳۶) —————.

هم اکنون صورت های علامتی گزاره های:

چیزی بزرگتر از زمین است.

و

مشتری بزرگتر از چیزی است.

را داشتیم. نیز می توان گفت:

چیزی بزرگتر از چیزی است.

این عبارت را با ابتدا با تشکیل جمله باز:

مشتری بزرگتر از زمین است.

یعنی (۳۷) x بزرگتر از x است / x بزرگتر از y است، بیان می کنیم. گفتن این که «چیزی بزرگتر از چیزی است»، گفتن این است که بدجای مکان های خالی x و y می توان چنان قرارداد که گزاره راست حاصل شود. در نتیجه، صورت علامتی باید (۳۸) $(\forall x)(xLy) / (\exists x)(\exists y)(xLy) / (\exists x)(xLx)$ باشد. کدام يك از موارد زیر صورت علامتی «کسی پدر کسی است» می باشد؟ (۳۹) $(\exists x)(Fxx) / (\exists x)(xFx) / (\exists x)(\exists y)(xFy)$ کسی است «می باشند. اما بعضی از این موارد غیر دستوری اند؛ آن ها را خط بزنید. (۴۰) $(\exists x)(\exists y)(xMy) / (\exists z)(\exists w)(zMw) / (\exists w)(\exists x)(wMx)$ / $(\exists y)(\exists w)(yMw) / (\exists w)(\exists z)(Mwz) / (\exists y)(\exists x)(yMx) / (\exists a)(\exists b)(aMb) / (\exists x)(\exists y)xyM$.
علامتی کنید:

هر چیز بزرگتر از مشتری است.

(۴۱) $(\forall x)(xLj) / \forall x(xLj) / (\forall x)xLj / (\forall x)(jLe) / (\forall x)(jLx)$

مشتری بزرگتر از هر چیز است.

$$(42) (\forall x)(jLx) / (\forall x)(Ljx) / (\forall x)(jLe) / (\forall x)(jLx)$$

هر چیز بزرگتر از زمین است. (43) _____

زمین بزرگتر از هر چیز است. (44) _____

«هر چیز بزرگتر از هر چیز است»، گزاره‌ی که محققاً دروغ است، را می‌توان به صورت زیر علامتی کرد (دو مورد را مشخص کنید) (45)

$$/ (\forall x)(\forall y)xLy / (xy)(xLy) / (\forall z)(\forall w)(zLw) / (\forall x\forall y)(xLy) / (\forall x)(\forall y)xLy / (\forall x)(\forall y)(xLy)$$

تطبیق کنید: موارد غیر دستوری را خط بزنید.

(46) _____ (a) مشتری بزرگتر از زمین است. $(\exists z)(zLj)$

(47) _____ (b) زمین بزرگتر از مشتری است. $(\exists x)(\exists y)(xLy)$

(48) _____ (c) چیزی بزرگتر از زمین است. $(\exists x)eLx$

(49) _____ (d) چیزی بزرگتر از مشتری است. $(\exists x)(xLe)$

(50) _____ (e) زمین بزرگتر از چیزی است. $(\exists e)(eLj)$

(51) _____ (f) مشتری بزرگتر از چیزی است. $(\forall x)(\forall y)(xLy)$

(52) _____ (g) هر چیز بزرگتر از زمین است. eLj

(53) _____ (h) هر چیز بزرگتر از مشتری است. $\forall x\forall y(xLy)$

(54) _____ (i) مشتری بزرگتر از هر چیز است. $(\exists w)(jLw)$

(55) _____ (j) زمین بزرگتر از هر چیز است. jLe

(56) _____ (k) هر چیز بزرگتر از هر چیز است. $(\forall e)(\forall j)(eLj)$

(57) _____ (l) چیزی بزرگتر از چیزی است. $(\exists y)(eLy)$

(58) _____ $(\forall x)(eLx)$

(59) _____ $(\forall x)(xLe)$

(60) _____ $(\forall x\forall y)(xLy)$

(61) _____ $(\forall y)(jLy)$

(62) _____ $(\forall z)(zLj)$

با فرض S : به اندازه ... است، علامتی کنید:

- (۶۳) مشتری به اندازه زمین است. _____
- (۶۴) چیزی به اندازه مشتری است. _____
- (۶۵) چیزی به اندازه چیزی است. _____
- (۶۶) مشتری به اندازه مشتری است. _____
- (۶۷) مشتری به اندازه خودش است. _____

گزاره‌های ۶۶ و ۶۷ را به صورت zS یا z علامتی کرده‌اید. در نتیجه،
 «چیزی به اندازه خودش است» می‌شود (۶۸) $(\exists x)(\exists y)(xSy) / ((\exists x)(\exists y)(xSx)) / ((\exists x)(xSx)) / ((\exists x)(xSx))$. توجه داشته باشید که طرح اول در ۶۸ متناظر با
 «چیزی به اندازه این یا آن چیز است» می‌باشد در حالی که طرح صحیح واقع
 در آخر ۶۸ متناظر با «چیزی به اندازه خودش است» می‌باشد. «هر چیز به اندازه
 خودش است» را علامتی کنید. (۶۹) _____
 اکنون گزاره:

هر چیز بزرگتر از چیزی است.

رادر نظری بگیریم. بهترین کار علامتی کردن مرحله به مرحله سور دو گانه است.
 دو سور مورد بحث عبارتند از (۷۰) هر چیز / هیچ چیز / چیزی / هر کس /
 هیچکس است. کدام يك اول می‌آید؟ (۷۱) _____ ابتدا آن
 را علامتی می‌کنیم. (۷۲) صورت علامتی غلط را خط بزنیید:

(چیزی بزرگتر از x است) $(\forall x)$

x بزرگتر از چیزی است) $(\forall x)$

صورت علامتی دوم صحیح است. اکنون عبارت درون پرانتز را
 علامتی می‌کنیم. چگونه «مشتری بزرگتر از چیزی است» را علامتی می‌کنید؟
 (۷۳) _____ همین کار را در مورد « x بزرگتر از چیزی است»،

بارها کردن بی تغییر سودخادجی ددخادج پرا نتر انجام می دهیم. در این صورت از آنجا که قبلا سور « x »ی داشته ایم حرف جدیدی، مثلا « y »، را در نظر می گیریم. کدام يك از طرح های زیر صحیح است؟ (۷۴) طرح غلط را خط بزنید:

$$(x \text{ بزرگتر از } y \text{ است}) (\forall x)(\exists y)$$

$$(x \text{ بزرگتر از } y \text{ است}) (\exists y)(\forall x)$$

این مرتبه طرح بالائی صحیح است. اکنون به جای «بزرگتر از... است»، « L » قرار می دهیم. (۷۵) طرح ناصحیح را خط بزنید:

$$(yLx)(\forall x)(\exists y)$$

$$(xLy)(\forall x)(\exists y)$$

خلاصه مراحل علامتی کننده گزاره ها

برای علامتی کردن «هر چیز بزرگتر از چیزی است»:

مرحله ۱: سور خارجی را علامتی می کنیم:

$$(x \text{ بزرگتر از چیزی است}) (\forall x)$$

مرحله ۲: سور داخلی را علامتی می کنیم. سور خارجی را بی تغییر باقی می گذاریم. در این حالت « $(\forall x)$ » تغییر نکرده باقی می ماند و باید « x بزرگتر از چیزی است...» را علامتی کنیم. به دست می آوریم « x بزرگتر از y است» $(\exists y)$...»، یا با « $(\forall x)$ »، « x بزرگتر از y است» $(\forall x)(\exists y)$

مرحله ۳:

$$(\forall x)(\exists y)(xLy)$$

اکنون مهارتتان را در مورد زیر آزمایش کنید:

چیزی بزرگتر از هر چیزی است.

در هر مرحله دومورد پیشنهاد می کنیم: هر مورد ناصحیح را خط بزنید.

مرحله ۱. (۷۶)

x بزرگتر از هر چیزی است $(\exists x)$ / (هر چیزی بزرگتر از x است) $(\exists x)$.

مرحله ۲. (۷۷)

x بزرگتر از y است $(\forall y)(\exists x)$ / (x بزرگتر از y است) $(\exists x)(\forall y)$.

مرحله ۳. (۷۸) $(\exists x)(\forall y)(xLy)$ / $(\forall y)(\exists x)(yLx)$.

بعضی اشخاص در ملاحظه تفاوت دومورد زیر به اشکال بر می خورند:

A. چیزی بزرگتر از هر چیزی است.

و:

B. هر چیزی بزرگتر از این چیز یا آن چیز است.

بنا بر این چند مثال دیگر در نظر می گیریم:

C. کسی به همه رأی داد.

D. هر کس به این یا آن رأی داد.

در مورد انتخاباتی که در آن سه کاندیدا موجود اند، گزاره C برای این است که رأی دهنده بی به تمام کاندیداها رأی داده است. اما گزاره D تنها این را می گوید که هر کس عملاً رأی داده است. باز با:

E. کسی وجود دارد که هر کس به او رأی داده است.

مقابله کنید. این گزاره برای این است که شخص معینی موجود است که تمام رأیها را به دست آورده است. آیا این گزاره همان گزاره دوم، که هر کس

به این یا آن رأی داده است، می باشد؟ (۷۹) **بله/نه**.

برای حصول وضوح حتی بیشتری در مورد این تفاوت‌ها، داستانی توضیح‌دهنده این نکات می آوریم. سه دانشجو موسوم به پیتر، راشل، و شوگر^۱ دمونستراسیون کوچکی برپا می کنند. و توسط سه پلیس موسوم به پرتیل^۲، رایلی^۳، و اونیل^۴ تارومار می شوند. اکنون به گزاره‌های زیر توجه کنید:

F. دانشجوئی هست که سرهر پلیس فریاد می زند.

G. پلیسی هست که هر دانشجوئی سراو فریاد می زند.

H. هر دانشجو سراين یا آن پلیس فریاد می زند.

I. سرهر پلیس توسط این یا آن دانشجو فریاد زده شد.

مشخص کنید که کدام يك از این چهار گزاره در داستان‌های زیر راستند.

(۸۰) — پیتر سر پرتیل، راشل سر رایلی، و شوگر سر اونیل فریاد می زند. این همه فریادی است که در آن جاست.

(۸۱) پیتر سر پرتیل، رایلی، و اونیل فریاد می زند. شوگر و راشل ساکت می مانند.

(۸۲) — هر سه سر رایلی، و نه کس دیگر فریاد زدند.

اکنون چهار گزاره زیر را در نظر می گیریم:

J. پلیسی هست که هر دانشجوئی را می زند.

K. دانشجوئی هست که هر پلیسی او را می زند.

L. هر پلیسی این یا آن دانشجو را می زند.

M. هر دانشجویی توسط این یا آن پلیس زده شد.

(۸۳) داستانی بگوئید که در آن K، T باشد، اما J و M، F باشند.

1. Sugar

2. Purtill

3. Riley

4. O'Neill

(۸۴) داستانی بگوئید که در آن J، T باشد، اما K و L، F باشند.

(۸۵) داستانی بگوئید که در آن L و M، T، اما J و K، F باشند.

(۸۶) داستانی بگوئید که در آن تنها L، T باشد.

(۸۷) داستانی بگوئید که در آن تنها M، T باشد.

آیامی توان داستانی گفت که در آن T، K اما L، F باشد؟ (۸۸) بله/نه. آیا می توان داستانی گفت که در آن J، T اما M، F باشد؟ (۸۹) بله/نه. آیا می توان داستانی گفت که در آن M، T اما J، F باشد؟ (۹۰) بله/نه. کدام يك از داستان های فوقتان مثالی از ۹۰ است؟ (۹۱) _____ .
 علامتی کردن این گزاره ها آسان نیست. بسا گزاره F آغاز می کنیم:

F. دانشجویی هست که سرهر پلیس فریاد می زند.

باسور (۹۲) داخلی/خارجی، که (۹۳) بعضی/يك ... هست/هر/هیچ/همه، است شروع می کنیم.

مرحله ۰۱ (x سرهر پلیس فریاد می زند & x دانشجویست) (E.x). در داخل پرانتز داریم:

x سرهر پلیس فریاد می زند & x دانشجویست.

این گزاره يك (۹۴) ترکیب شرطی/ترکیب عطفی/ترکیب فصلی است .
 آیا در منطف اول سوری وجود دارد؟ (۹۵) بله/نه. در نتیجه، می توانیم منطف اول را، تا آن جا که با سورها سروکار داریم، کنار بگذاریم زیرا سور

ندارد. اما در منطف دوم چه سوری هست؟ (۹۶) همه/ بعضی/ يك... هست/ هر/ هیچ. یعنی سور (۹۷) عمومی/ وجودی. سور عمومی معمولاً با استفاده از (۹۸) پیکان/ عاطف-علامتی می‌شود. منطف دوم (۹۹) x سر هر پلیس فریاد می‌زند/ x پلیس است، می‌باشد. این منطف به این معنی است که به ازاء هر کس که انتخاب کنید، اگر این شخص پلیس باشد، در این صورت x سر او فریاد می‌زند. بنابراین صورت علامتی صحیح آن عبارت است از (۱۰۰) $(x \text{ سر } y \text{ فریاد می‌زند} \rightarrow x \text{ پلیس است}) / (\forall y)$ $(x \text{ سر } y \text{ فریاد می‌زند} \rightarrow y \text{ پلیس است}) / (\forall y)$ $(x \text{ سر } y \text{ فریاد می‌زند} \rightarrow y \text{ پلیس است}) / (\forall y)$. این صورت صورت علامتی منطف (۱۰۱) اول/ دوم است. اکنون آماده علامتی کردن نتیجه مرحله ۱ و رسیدن به مرحله ۲ هستیم.

مرحله ۱.

$(x \text{ سر هر پلیس } (P) \text{ فریاد } (O) \text{ می‌زند } x \& \text{ دانشجو } (S) \text{ است}) / (\exists x)$.

مرحله ۲.

$((x \text{ سر } y \text{ فریاد می‌زند} \rightarrow y \text{ پلیس است}) / (\forall y) \& x \text{ دانشجو است}) / (\exists x)$.

مرحله ۳. $(\exists x)(Sx \& (\forall y)(Py \rightarrow xOy))$

در این مرحله برای «سر... فریاد زدن» «shout at» O را به این علت انتخاب کردیم که حرف اول «S» را برای «دانشجو» «student» در نظر گرفته بودیم. توجه داشته باشید که مرحله سوم سخت ترین مراحل است. اشخاص معدودی می‌توانند این صورت‌ها را در ذهن‌شان انجام دهند، اما اغلب مردم نیاز به مرحله به مرحله رفتن دارند. در این صورت تا وقتی که مطلقاً اشکالی نداشته باشید، از روش مرحله به مرحله استفاده کنید، و اگر مرحله به مرحله اقدام می‌کنید، سعی نکنید که با به طور سطحی و بدون فکر برخورد کردن با مرحله دوم وقت ذخیره کنید. این مرحله مشکل ترین مرحله است. آن را به بهترین وجه انجام دهید. در مثال‌های زیر، در هر مرحله سه انتخاب پیشنهاد شده است. تنها یکی از آن‌ها صحیح است. دومورد دیگر را خط بزنید. قبل از اقدام يك بار دیگر

مراحل علامتی کردن گزاره F را انجام دهید.

C. پلیسی هست که هر دانشجوئی سراو فریاد می زند.

مرحله ۱.

(۱۰۲) (هر دانشجوئی سر x فریاد می زند & x پلیس است) $(\exists x)$

$(x$ سر هر دانشجو فریاد می زند & x پلیس است) $(\exists x)$

$(x$ پلیسی است که هر دانشجو سراو فریاد می زند) $(\exists x)$

مرحله ۲.

(۱۰۳) $(\forall y$ سر x فریاد می زند $\rightarrow y$ دانشجوست) $(\forall y)$ & x پلیس است) $(\exists x)$

$(\forall y$ سر x فریاد می زند & y دانشجوست) $(\forall y)$ & x پلیس است) $(\exists x)$

$(\forall y$ سر x فریاد می زند & y پلیس است) $(\forall y)$ & x پلیس است) $(\exists x)$

مرحله ۳.

(۱۰۴) $(\exists x)(Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow yOx))$.

$(\exists x)(Px \& (\forall y)Sy \rightarrow yOx)$.

$(\exists x)(Px \& (\forall y)(Sx \rightarrow xOy))$.

H. هر دانشجو سر این یا آن پلیس فریاد می زند.

مرحله ۱.

(۱۰۵) $(x$ سر این یا آن پلیس فریاد می زند & x دانشجوست) $(\forall x)$

$(x$ دانشجوئی است که سر این یا آن پلیس فریاد می زند) $(\forall x)$

$(x$ سر این یا آن پلیس فریاد می زند $\rightarrow x$ دانشجوست) $(\forall x)$

مرحله ۲.

(۱۰۶) $(\forall y$ پلیس است & x سر y فریاد می زند) $(\exists y)$ & x دانشجوست) $(\forall x)$

$(\forall y$ پلیس است $\rightarrow x$ سر y فریاد می زند) $(\exists y)$ & x دانشجوست) $(\forall y)$

$(\forall y$ پلیس است & x سر y فریاد می زند) $(\exists y)$ & x دانشجوست) $(\forall y)$

مرحله ۳.

$$(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& Oxy)). \quad (107)$$

$$(\forall x)(Sx(\exists y)(Py \& xOy)).$$

$$(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& xOy)).$$

I. سرهر پلیس توسط این یا آن دانشجو فریاد زده شد.

مرحله ۱.

$$(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& xOy)). \quad (108)$$

$$(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& xOy)).$$

$$(\forall x)(Sx \rightarrow$$

(سر x توسط این یا آن دانشجو فریاد زده شده است)

مرحله ۲.

$$(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& xOy)). \quad (109)$$

$$(\forall x)(Sx \rightarrow$$

$$(\exists y)(Py \& xOy)).$$

$$(\forall x)(Sx \rightarrow$$

$$(\exists y)(Py \& xOy)).$$

مرحله ۳.

$$(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Sy \& yOx)). \quad (110)$$

$$(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Sy \& xOy)).$$

$$(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Sy \& xOy)).$$

J. پلیسی هست که هر دانشجویی را میزند.

مرحله ۱.

$$(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Sy \& xOy)). \quad (111)$$

$(\exists x)(x \text{ هر دانشجو را می زند} \rightarrow x \text{ پلیس است})$.

$(\exists x)(x \text{ هر دانشجو را می زند} \& x \text{ پلیس است})$.

مرحله ۲.

$(\exists x)(\forall y)(x \text{ دانشجو است} \rightarrow x \& y \text{ را می زند})$.

$(\exists x)(\forall y)(x \text{ دانشجو است} \& x \& y \text{ را می زند})$.

$(\exists x)(x \text{ را می زند} \rightarrow y \text{ دانشجو است})$.

مرحله ۳.

$(\exists x)(Sx \& (\forall y)(Py \rightarrow xHy))$. (۱۱۳)

$(\exists x)Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow xHy)$.

$(\exists x)(Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow xHy))$.

کدام يك از موارد زیر صورت علامتی «دانشجویی هست که سر هر پلیس فریاد می کشد» است؟ (مرحله ۳ی علامتی کردن گزاره F را ملاحظه کنید). (۱۱۴)

$(\exists x)(Sx \& (\forall y)(Py \rightarrow xOy)) / (\exists x)(Sx \rightarrow (\forall y)(Py \& xOx))$.

کدام يك از موارد زیر صورت علامتی صحیح]: «پلیسی هست که هر دانشجویی را می زند» است؟ (۱۱۵)

$(\exists x)(Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow xHy)) / (\exists x)(Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow xHy))$.

در هر مورد، باید طرح دوم را انتخاب کرده باشید. حروف متفاوتی در این طرح ها رخ می دهند. اما، آیا آنها صورت اساسی یکسان دارند؟ (۱۱۶) بله/ نه. آنها همان طور که می توان با قراردادن «P» در ۱۱۴ به جای «S»، «S» در ۱۱۴، به جای «P»، و حرف (۱۱۷) — در ۱۱۴ به جای «O» ملاحظه کرد صورت یکسان دارند.

این واقعیت که این دو دارای صورت اساسی یکسانند را باید از تشابه صوری بین F و J انتظار داشت:

E. دانشجویی هست که سر هر پلیس فریاد می زند.

J. (۱۱۸)

در هر دو حالت، گزاره بد صورت «... هست که نسبتی چنان و چنین با هر — —

دارد» را داریم.
تفسیر علامتی:

G: پلیسی هست که هر دانشجوئی سراو فریاد می زند.

چیست؟ اگر لازم باشد، به پاسخ تان به ۱۱۹ توجه، و از آن تقلید کنید. یا روی ورقه خودتان، مرحله به مرحله علامتی کنید.

_____ (۱۲۰) صورت علامتی K:

صورت علامتی:

H. هر دانشجو سر این یا آن پلیس فریاد می زند.

چیست؟ اگر می خواهید با پاسخ تان به ۱۰۷ مقایسه کنید.

_____ (۱۲۱) تفسیر علامتی H:

تفسیر علامتی گزاره مشا به زیر چیست؟

L. هر پلیس این یا آن دانشجو را کتک می زند.

_____ (۱۲۲) تفسیر L:

تفسیر علامتی زیر چیست؟

I. سر هر پلیسی توسط این یا آن دانشجو فریاد زده شد.

اگر ما یلید پاسخ تان را با ۱۱۰ مقایسه کنید.

_____ (۱۲۳) تفسیر علامتی I:

تفسیر علامتی زیر چیست؟

M. هر دانشجوئی توسط این یا آن پلیس کتک زده شد.

_____ (۱۲۴) تفسیر علامتی M:

فرض می‌کنیم: A: خوشش می‌آید، تحسین می‌کند؛ H: بدش می‌آید؛ P: شخصی است، باشد. توجه داشته باشید که «کسی» = «شخصی» است. تطبیق کنید:

(۱۲۵) — (a) $(\exists x)(Px \& xHx)$. هر شخصی از این یا آن چیز خوشش می‌آید.

(۱۲۶) — (b) $(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(xAy))$. هر کسی از خودش خوشش می‌آید.

(۱۲۷) — (c) $(\exists x)(Px \& (\forall y)(Py \rightarrow xAy))$. شخصی از هر چیز بدش می‌آید.

(۱۲۸) — (d) $(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Py \& xHy))$. خودشان بدشان می‌آید.

(۱۲۹) — (e) $(\forall x)(Px \rightarrow ((\exists y)(Py \& yAx) \& (\exists z)(Pz \& zHx)))$. شخصی توسط هر کس تحسین شده است.

(۱۳۰) — (f) $(\exists x)(Px \& (\forall y)(Py \rightarrow yAx))$. شخصی از هر کس خوشش می‌آید.

(۱۳۱) — (g) $\neg (\exists x)((Px \& (\forall y)(xHy))$. هیچکس از تمام چیزها بدش نمی‌آید.

(۱۳۲) — (h) $(\exists x)(Px \& (\forall y)(xHy))$. هر کس از چیزی بدش می‌آید.

(۱۳۳) — (i) $(\forall x)(Px \rightarrow xAx)$. هر کس از این یا آن شخص بدش می‌آید.

(۱۳۴) — (j) $(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(xHy))$. هر کس توسط شخصی مورد تحسین و توسط شخصی مورد تنفر قرار گرفته است.

در صورتی که فرض کنیم: S : حمایت می کند؛ V : رأی دهنده؛ C : کاندیدا؛
 N : روزنامه، باشد. کدام گزاره متناظر با هر یک از موارد زیر است.

$(\forall x)(Nx \rightarrow (\exists y)(Cy \& xSy))$. _____ (۱۳۵)

$(\forall x)(Cx \rightarrow (\exists y)(Ny \& ySx))$. _____ (۱۳۶)

$(\exists x)(Cx \& (\forall y)(Ny \rightarrow \neg ySx))$. _____ (۱۳۷)

$\neg (\exists x)(Nx \& (\forall y)(Cy \rightarrow xSy))$. _____ (۱۳۸)

موارد زیر را علامتی کنید:

_____ (۱۳۹) بعضی روزنامه‌ها از هر کاندیدا حمایت می کنند.

_____ (۱۴۰) رأی دهنده‌یی هست که از هیچ کاندیدائی حمایت نمی کند.

_____ (۱۴۱) بعضی رأی دهنده‌ها از هر کاندیدائی که توسط روزنامه‌یی حمایت شده باشد حمایت می کنند.

۲۸

Kinds of Relation

انواع نسبت

در این فصل مختصری از تئوری مقدماتی نسب به دست داده نشان می‌دهیم که چگونه مثال‌های نقض بعضی از صورت‌های استدلالی را بنا کنیم.

- آیا نمودارهای ون روش تشخیص قیاس را به دست می‌دهند؟ (۱) **بله/ نه**.
- روش تشخیصی در مورد منطق تابع ارزش نام ببرید. (۲) _____.
- آیا روش تشخیصی در مورد منطق محمولی موجود است؟ (۳) **بله/ نه**. مثال‌های نقض می‌توانند نشان دهند که يك صورت استدلالی (۴) **درست/ نادرست** است اما مثال‌های مطلوب هرگز نمی‌توانند نشان دهند که يك صورت استدلالی (۵) _____ است. پیدا کردن استنتاج نتیجه از مقدمات می‌تواند نشان دهد که استدلال (۶) _____ است. اگر در پیدا کردن استنتاج شکست بخورید، این موضوع نشان می‌دهد که استدلال نادرست است؟ (۷) **بله/ نه**. مثال نقض در مورد يك صورت استدلالی تعبیری است که در آن تمام مقدمات (۸) _____ و نتیجه (۹) _____ است.

می توان مفهوم تعبیر را قابل درک تر کرد. فرض می کنیم نسبت S :
کوچکتر از x مورد بررسی قرار می دهیم. در این صورت: $(\exists y)(xSy)$ (۷۰)
به چه معنی است؟ (۱۰) هر چیز بزرگتر از این یا آن چیز است / چیزی کوچکتر
از هر چیز است / هر چیز کوچکتر از این یا آن چیز است.
گزاره هر چیز کوچکتر از این یا آن چیز است احتمالاً دروغ است.
آیا کل جهان از هر چیز دیگری که موجود باشد کوچکتر است؟ (۱۱) بله / نه.
جهان کوچکتر از هیچ چیز دیگر نیست. اما اکنون فرض می کنیم خود را
محدود به حوزه اعداد تمام $1, 2, 3, 4, \dots$ ، و غیره، بدون انتها، کرده باشیم.
آیا در این حوزه عددی بزرگتر از 1 هست؟ (۱۲) بله / نه. بزرگتر از 2
هست؟ (۱۳) بله / نه. در واقع بی توجه به این که چه عددی را برمی داریم،
همواره می توانیم، به طور ساده با افزودن 1 ، عددی بزرگتر بیابیم. در این
صورت عددی بزرگتر از یک میلیون، مثلاً، $1,000,001$ موجود است. در
این حوزه، آیا راست است که هر چیز کوچکتر از این یا آن چیز است؟ (۱۴)
بله / نه.

اما اکنون حوزه تنها اعداد $1, 2, 3$ را در نظر می گیریم. آیا 1
کوچکتر از عددی واقع در این حوزه است؟ (۱۵) بله / نه. 2 هست؟ (۱۶)
بله / نه. اما، 3 کوچکتر از هیچ عدد واقع در این حوزه نیست زیرا 3 کوچکتر
از $1, 2$ ، یا 3 نیست. در این حوزه، آیا راست است که هر چیز کوچکتر از این
یا آن چیز است؟ (۱۷) —.

به این ترتیب ملاحظه می کنیم که ممکن است که تعبیر به تنهایی برای
مشخص کردن این که گزاره بی راست یا دروغ است کافی نباشد؛ و باید حوزه
تعبیر را نیز مورد بررسی قرار دهیم.

برای خلاصه کردن این مثال، طرح

$$(70)(\exists y)(xSy)$$

را در نظر می گیریم. آیا این طرح تحت تعبیر قرارداد S : کوچکتر از، و در
حوزه جهان و هر چیز در آن، راست است؟ (۱۸) بله / نه. آیا تحت تعبیر S :

کوچکتر از، و درحوزه اعداد تمام راست است؟ (۱۹) **بله/نه**. آیا تحت تعبیر S : کوچکتر از، و درحوزه مجموعه اعداد $۲، ۱، ۳$ و راست است؟ (۲۰) **بله/نه**. آیا تحت تعبیر S : جوان تر از، و درحوزه مجموعه بچه‌های متولد شده از یک زن مثلاً، مارثا واشنگتن) راست است؟ (۲۱) **بله/نه**. آیا تحت تعبیر S : جوان تر از یا هم سن، درحوزه موجودات انسانی راست است؟ (۲۲) **بله/نه**. توجه داشته باشید که پاسخ ۲۱، تا آنجا که زن بچه‌یی داشته باشد، نه است زیرا بزرگترین بچه از هیچ بچه واقع درحوزه مربوطه جوان تر نیست. پاسخ ۲۲ بله است، زیرا تعبیر آن عبارت است از:

هر چیز جوان تر از یا هم سن این یا آن چیز است.

و از آنجا که هر انسانی جوان تر از یا هم سن خودش است، این گزاره محققاً راست است!
نسب:

O : بزرگتر از

E : دقیقاً هم سن

را درحوزه موجودات انسانی، با دقت بیشتری مورد بررسی قرار می‌دهیم. معانی موارد زیر را تحت این تعبیر بنویسید:

_____ . (۲۳) $(\forall x)(xOx)$

_____ . (۲۴) $(\forall x)[(xEx)]$

با در دست داشتن این تعبیر کدام یک از این دو درحوزه موجودات انسانی راست است؟ (۲۵) $۲۳/۲۴$. واضح است که F ، ۲۳ است زیرا هیچکس بزرگتر از خودش نیست. اما T ، ۲۴ است، زیرا هر شخص دقیقاً هم سن خودش است. نسبتی چون «دقیقاً هم سن» در حوزه موجودات انسانی کمی شبیه آینده است به این ترتیب که xEx را به ازاء جمیع مقادیر x داریم، و

« x » سمت چپ به سمت راست منعكس شده است. چنين نسبتی را انعكاس پذير می ناميم.

يك نسبت، R ، در يك حوزه انعكاس پذير است اگر و تنها اگر

$$(\forall x)(xRx)$$

در آن حوزه است باشد.

در موارد زیر جلو نسبتی که انعكاس پذيرند « R » بنويسيد.

(۲۶) — شمال، در حوزه نقاط واقع بر سطح زمین.

(۲۷) — مساوی است، در حوزه اعداد تمام.

(۲۸) — دوست دارد، در حوزه مردم.

(۲۹) — متولد شده طی پنج روز از روز تولد، در حوزه مردم.

(۳۰) — نه تر و تمندتر از، در حوزه مردم.

(۳۱) — بلندتر از، در حوزه مردم.

(۳۲) — بلندتر از یا هم قد، در حوزه مردم.

(۳۳) — جد، در حوزه مردم، زنده یا مرده.

(۳۴) — برادر، در حوزه مردم.

(۳۵) — متفاوت از، در هو حوزه با دویا بیش از دوشیء در آن، مثلاً

حوزه هواپيماها.

(۳۶) — دانستن نام، در حوزه مردم، من جمله مردمی که فراموشی دارند.

(۳۷) — دانستن نام، در حوزه مردمی که اسامی خودشان را می دانند.

توجه داشته باشید که ۳۶ انعكاس پذير نیست، زیرا می خواهيم که به ازاء

جميع x ها، xRx . اشخاصی با بیماری فراموشی وجود دارند که اسم خودشان

را نمی دانند. اما ۳۷ انعكاس پذير است.

بسا باز گشت به O : بزرگتر از، و E : دقیقاً هم سن، در حوزه مردم،

معانی موارد زیر چیست؟

$$(\forall x)(\forall y)(x \supset y \rightarrow y O x) \quad (38)$$

$$(\forall x)(\forall y)(x E y \rightarrow y E x) \quad (39)$$

کدام يك از این موارد در حوزه موجودات انسانی راست است؟ (۴۰)
 عبارت ۳۸، F است؛ این عبارت بر آن است که در مورد هر دو شخصی که انتخاب کنید، اگر اولی بزرگتر از دومی باشد، در این صورت دومی بزرگتر از اولی است. عبارت ۳۹، T است، یعنی، در مورد هر دو شخصی که در نظر بگیریم، اگر اولی دقیقاً هم سن دومی باشد، در این صورت دومی دقیقاً هم سن اولی است. عبارت ۳۹ بر این (۴۱) است / نیست که همه کس سن یکسان دارند.

نسبت E در این حوزه به مفهومی مشخص متقارن است. چه در مورد هر x و y که انتخاب کنیم، E در هر يك از دو جهت یکسان به نظر می رسد، یعنی، اگر $x E y$ را داشته باشیم، $y E x$ را نیز داریم. در نتیجه این نسبت به متقارن موسوم است.

نسبت R در يك حوزه متقارن است اگر و تنها اگر در آن حوزه

$$(\forall x)(\forall y)(x R y \rightarrow y R x)$$

(۴۲) در جلو نسبت های ۲۶-۳۷ که متقارن اند «S» بنویسید. توجه داشته باشند که متأسفانه، نسبت «دوست دارد» در خارج از بهشت عشاق حقیقی، متقارن نیست. در مقابل، نسبت «متفاوت از» محققاً متقارن است؛ اگر آن متفاوت از این است، در این صورت این متفاوت از آن می باشد. بالاخره، «برادری» متقارن نیست، زیرا «جان» برادر مری است، اما مری خواهر و نه

برادر جان است.

با بازگشت به O و E درحوزه مردم دو طرح زیر به چه معنی اند؟

$$(۴۳) \quad (\forall x)(\forall y)(\forall z)((xOy \& yOz) \rightarrow xOz)$$

$$(۴۴) \quad (\forall x)(\forall y)(\forall z)((xEy \& yEz) \rightarrow xEz)$$

بیان کردن این عبارات به فارسی موجز مشکل است. اگر شخصی بزرگتر از دومی باشد، و دومی بزرگتر از سومی باشد، در این صورت اولی بزرگتر از سومی است. آیا این موضوع راست است؟ (۴۵) بله / نه. به همین ترتیب، ۴۴ راست می باشد.

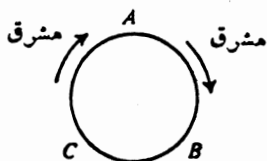
در این نسبت ها، اگر از x به y برویم، یعنی، (xRy) ، و از y به z برویم، یعنی، (yRz) ، در این صورت می توانیم از x به z ، یعنی xRz برویم. به این ترتیب، به یک مفهوم، می توانیم از روی R از x به y به z برویم. در نتیجه، چنین نسبت هائی تسری پذیر نامیده می شوند، («trans» چون در «transatlantic»، «از روی آتلانتیک» به معنی «از روی» است.)

نسبت R در یک حوزه تسری پذیر است اگر و تنها اگر در آن حوزه

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \& yRz) \rightarrow xRz)$$

(۴۶) در جلو نسبت های واقع در فهرست ۲۶-۳۷ که تسری پذیرند «T» بنویسید. توجه داشته باشید که «شمال» محققاً تسری پذیر است. اما «مشرق» درحوزه نقاط واقع بر خط استوا تسری پذیر نیست، و این بدین علت است

که «مشرق» چیزی شبیه «مشرق از کوتاه ترین مسیر» معنی می دهد. در زیر در تصویر زمین، سه شهر A، B، C را ملاحظه می کنیم.



A مشرق C، B مشرق A است، اما آیا B مشرق C از کوتاه ترین مسیر است؟ (۲۷) بله / نه.

توجه داشته باشید که «جد» در حوزه مردم تسری پذیر است، در حالیکه «پدر» نیست. چرا نیست؟

(۴۸)

ممکن است «متفاوت از» ایجاد زحمت کند، چه ممکن است تسری پذیر به نظر برسد. اما با در نظر گرفتن D : متفاوت از، می خواهیم که به ازاء هر x, y, z :

$$(xDy \& yDz) \rightarrow xDz$$

باشد، یعنی، بی توجه به چگونگی پر کردن مکان های خالی x, y, z و باید چیزی راست به دست آوریم. آیا مجبوریم که هر ظهور مکان خالی x را با نامی ثابت پر کنیم؟ (۲۹) بله / نه. اما، این تقاضا که مکان های خالی x و z را با اسامی متفاوت پر کنیم موجود نیست. بنابراین « x » را با «لوئی پاستور» و « y » را با «مادام کوری» و « z » را با «لوئی پاستور» پر می کنیم. در این صورت به دست می آوریم (پر کنید) (۵۰) _____ متفاوت از است و متفاوت از _____ است. آیا مقدم این گزاره راست است؟ (۵۱) بله / نه. تالی آن راست است؟ (۵۲) بله / نه. آیا کل گزاره شرطی راست است؟ (۵۳) بله / نه.

آیا «مفاوت از» در حوزه مردم تسری پذیر است؟ (۵۴) **بله/نه**.
با استفاده از فهرست ۳۷-۲۶ فهرستی از نسبت های صادق در ترکیبیات
زیر تنظیم کنید.

نسبت	حوزه
(۵۵) انعکاس نا پذیر نامتقارن	
تسری نا پذیر.	
(۵۶) تنها انعکاس پذیر.	
(۵۷) تنها متقارن.	
(۵۸) تنها تسری پذیر.	
(۵۹) انعکاس پذیر مقارن	
تسری نا پذیر.	
(۶۰) انعکاس پذیر تسری پذیر نامتقارن	
(۶۱) انعکاس پذیر مقارن	
تسری پذیر .	

می توانیم این فهرست جدید را در تشکیل مثال های نقض بعضی
صورت های استدلالی به کار بریم. به عنوان مثال،

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \& yRz) \rightarrow xRz), \text{ بنا بر این، } (\forall x)(xRx).$$

را در نظرمی گیریم. برای نشان دادن این که این صورت استدلالی نادرست

است، نیاز به پیدا کردن يك مثال نقض داریم. این مثال تعبیر و حوزه‌ئی است که در آن مقدمه ارزش F/T (۶۲) و نتیجه ارزش F/T (۶۳) بگیرد. نسبت R ی که به ازاء آن مقدمه راست باشد (۶۴) تسری پذیر / انعکاس پذیر / متقارن است. نسبت R ی که به ازاء آن نتیجه ارزش F بگیرد (۶۵) تسری ناپذیر / نامتقارن / انعکاس ناپذیر است.

در نتیجه، مثال نقض با پیدا کردن نسبت تسری پذیری که انعکاس پذیر نیست به دست می آید. این نسبت، به عنوان مثال، توسط ۳۳ حاصل شده است. به این ترتیب مثال نقض توسط:

تعبیر: جد.

حوزه: مردم.

به دست می آید.

با استفاده از همین روش، مثال‌های نقض صورت‌های استدلالی زیر را بیابید.

$$(\forall x)(xRx), (\forall x)(\forall y)(xRy \rightarrow yRx) \quad (66)$$

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \& yRz) \rightarrow xRz).$$

تعبیر: _____

حوزه: _____

$$(\forall x)(xRx), (\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \& yRz) \rightarrow xRz). \quad (67)$$

$$(\forall x)(\forall y)(xRy \rightarrow yRx).$$

تعبیر: _____

حوزه: _____

در این مرحله چند حالت خاص می آوریم، در ۳۴ در یافتیم که «برادر»

در حوزه مردم تسری پذیر نیست. آبل برادر کاین است، و کاین برادر آبل است. اگر برادری تسری پذیر باشد، در این صورت می‌خواهیم (۶۸) آبل برادر آبل است / آبل برادر آبل نیست باشد. مورد اول همان است که تسری پذیری می‌خواهد. اما آبل برادر آبل نیست. بنا بر این برادری در حوزه مردم تسری پذیر نیست. آیا این نسبت در میان فرزندان آدم تسری پذیر است؟ (۶۹) بله/نه، اما، حوزه تنها پسران، یعنی، پسران بدون برادر یا خواهر را در نظر بگیرید. آیا کسی در این حوزه برادر دیگری هست؟ (۷۰) بله/نه. به هر حال، توجه کنید که نسبت «برادر» در این حوزه تسری پذیر است! تسری‌پذیری چنین می‌گوید که به ازاء هر x, y, z و xRy (۷۱) $xRy \rightarrow yRz / (xRy \& yRz) \rightarrow xRz$ (۷۲) ————— تالی آن چیست؟ (۷۳) —————. در این صورت اگر R : برادر، و حوزه، حوزه تنها پسران باشد، آیا راهی برای پر کردن مکان‌های خالی در

$$xRy$$

به طوری که گزاره راستی به دست آوریم وجود دارد؟ (۷۴) بله/نه. آیا راهی برای پر کردن مکان‌های خالی واقع در مقدم $(xRy \& yRz)$ به طوری که گزاره‌ی راست حاصل شود موجود است؟ (۷۵) بله/نه. اگر مقدم یک شرطی F باشد، ارزش راستی آن شرطی چیست؟ F/T (۷۶). آیا هنگامی که R : برادر و حوزه حوزه تنها پسران باشد، راهی برای پر کردن مکان‌های خالی واقع در

$$(xRy \& yRz) \rightarrow xRz$$

به طوری که گزاره‌ی دروغ حاصل شود موجود است؟ (۷۷) بله/نه. آیا «برادری» در حوزه تنها پسران انعکاس پذیر است؟ (۷۸) بله/نه. توضیح دهید چرا «برادری» در حوزه تنها پسران متقارن است. این توضیح بسیار شبیه توضیح‌مان از این واقعیت که این نسبت در حوزه تنها

پسران تسری پذیر است می باشد. (۷۹)

آیا «برادری» در حوزه تنها پسران انعکاس پذیر است؟ (۸۰) بله / نه. مثالی از نسبتی دهید که تسری پذیر و متقارن است، اما انعکاس پذیر نیست.

(۸۱) تعبیر: R :

(۸۲) حوزه:

مثالی از نسبتی به دست دهید که در یک حوزه تسری پذیر است اما در حوزه دیگر نیست. (۸۳) R : حوزه‌یی که در آن R تسری پذیر است: (۸۴) حوزه‌یی که در آن R تسری پذیر نیست: (۸۵)

در مورد صورت استدلالی زیر مثالی نقض به دست آورید:

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \& yRz) \rightarrow xRz)$$

$$(\forall x)(\forall y)(xRy \rightarrow yRz)$$

$$(\forall x)(xRx).$$

(۸۶) تعبیر: R :

(۸۷) حوزه:

به این ترتیب نشان دادیم که تسری پذیری و تقارن مستلزم انعکاس پذیری نیست.

۲۹

Prenex Forms

صورت پری نکس

در این فصل بعضی از نتایج استاندارد در منطق محمولی را برای دادن تمرین بیشتری در تشکیل استنتاجات و اضافه کردن در کمان از چگونگی عمل کرد سورها به دست می آوریم.

در زیر اظهارات صحیح را مشخص کنید.

$$Fa \vdash (\exists x)(Fx) \text{ — (۱)}$$

$$(\exists x)(Fx) \vdash Fa \text{ — (۲)}$$

$$(\forall x)(Fx) \vdash Fa \text{ — (۳)}$$

$$Fa \vdash (\forall x)(Fx) \text{ — (۴)}$$

در مورد اظهارات ناصحیح مثال نقض (با تعبیر و حوزه) به دست دهید.

(۵) برای (۲): تعبیر: _____

حوزه: _____

_____ (۶) برای (۴): تعبیر:

_____ حوزه:

در زیر اظهارات صحیح را مشخص کنید:

(۷) ————— هر منطق‌دانی فیلسوف است. کورت گودل منطق‌دان است. در نتیجه، او فیلسوف است.

(۸) ————— بعضی منطق‌دان‌ها فیلسوف‌اند. کورت گودل منطق‌دان است. در نتیجه، او فیلسوف است.

(۹) کورت گودل منطق‌دان و فیلسوف است. بنابراین بعضی فلاسفه منطق‌دانند.

(۱۰) ————— کورت گودل منطق‌دان و فیلسوف است. بنابراین هر منطق‌دانی فیلسوف است.

اگر استنتاج

Fa — مقدمات

موجود باشد، در این صورت می‌توان اظهار داشت،

$(\forall x)(Fx)$ — مقدمات

که در آن « Fx » از « Fx » با قرار دادن « x » به جای هر ظهور « a » وارد شده. و « x » حرفی نه‌دهنده در « F » است.

قاعده فوق ناصحیح است. اما، در صورتی که محدودیتی در نظر گرفته شود صحیح است. محدودیت لازم را بنویسید:

_____ (۱۱) محدودیت:

(در صورت تردید به صفحه ۳۳۷ رجوع کنید.) قاعده محدود فوق قاعده (۱۲)

مقدمه وجودی / تمثیل / تعمیم / نتیجه وجودی نامیده می شود.
محدودیت لازم برای صحیح شدن قاعده زیر را بنویسید.

اگر استنتاج:

نتیجه — مقدمات، Fa

موجود باشد. در این صورت می توان اظهار داشت،

نتیجه — مقدمات، $(\exists x)(Fx)$

که در آن « Fx » از « Fa » با قرار دادن x به جای تمام ظهورات « a »
به دست آمده، و « x » حرفی است که در « Fa » رخ نمی دهد.

(۱۳) محدودیت :

نام این قاعده محدود (۱۴) — است.

گزاره های زیر را مرحله به مرحله علامتی کنید.

(۱۵) تمام صلح طلبان (P) هر ژنرالی (G) را تحقیر می کنند (D).

(۱۶) هر ژنرالی (G) صلح طلبی (P) را تحقیر می کند (D).

موارد زیر را به دست آورده اید:

$(\forall x)(Px \rightarrow (\forall y)(Gy \rightarrow xDy))$

$$(\forall x)(Gx \rightarrow (\exists y)(Py \& xDy))$$

در این صورت ممکن است این سؤال مطرح شود که آیا سورهای داخلی $(\exists y)$ و $(\forall y)$ می‌توانند به خارج پرانتزها منتقل شوند یا خیر. می‌توانند. برای ملاحظه چگونگی این امر، ساده‌ترین کار تبدیل پیکان به فاصل با استفاده از تعادل فاصل-پیکان است، که حرکت اصلی است. در این صورت فرض می‌کنیم Q هر گزاره‌یی که در آن y رخ نمی‌دهد، و F هر محمولی باشد. در این صورت:

$$Q \rightarrow (\exists y)(Fy) \vdash (\exists y)(Q \rightarrow Fy)$$

استنتاج:

فرض می‌کنیم b حرفی که در Q یافت نمی‌شود باشد.

- | | |
|---|-----------------------|
| ۱. $\neg Q \vdash \neg Q \forall b$. | (۱۷) |
| ۲. « $\vdash (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | (۱۸) |
| ۳. $\vdash \neg Q \rightarrow (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | (۱۹) |
| ۴. $Fb \vdash \neg Q \forall Fb$. | (۲۰) |
| ۵. « $\vdash (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | (۲۱) |
| ۶. $(\exists y)(Fy) \vdash (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | (۲۲) |
| ۷. $\vdash (\exists y)(Fy) \rightarrow (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | (۲۳) |
| ۸. $\vdash (\neg Q \forall (\exists y)(Fy)) \rightarrow (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | قاعده منفصل بر ۷ و ۳. |
| ۹. $Q \rightarrow (\exists y)(Fy) \vdash \neg Q \forall (\exists y)(Fy)$. | (۲۴) |
| ۱۰. « $\vdash (\exists y)(\neg Q \forall Fy)$. | انفصال، ۸، ۹. |
| ۱۱. « $\vdash (\exists y)(Q \rightarrow Fy)$. | (۲۵) |

با تقریبی دقیقاً از همین نمونه برای نشان دادن این که

$$(\forall x)(Gx \rightarrow (\exists y)(Py \& xDy)) \vdash (\forall x)(\exists y)(Gx \rightarrow (Py \& xDy))$$

استفاده می‌کنیم، و در این مورد تنها فرق این است که به علت سور دوم یعنی «(۷.۳)» به مراحل بیشتری نیاز داریم. دلایل مربوط به ۲۶-۳۶ را به دست دهید.

استنتاج:

$$۱. \quad -Ga \vdash -Ga \vee (Pb \& aDb). \quad \text{-----} \quad (۲۶)$$

$$۲. \quad \ll \vdash (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy)). \quad \text{-----} \quad (۲۷)$$

$$۳. \quad \vdash -Ga \rightarrow (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy)). \quad \text{-----} \quad (۲۸)$$

$$۴. \quad Pb \& aDb \vdash -Ga \vee (Pb \& aDb). \quad \text{-----} \quad (۲۹)$$

$$۵. \quad \ll \vdash (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy)). \quad \text{-----} \quad (۳۰)$$

$$۶. \quad (\exists y)(Py \& aDy) \vdash (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy)). \quad \text{-----} \quad (۳۱)$$

$$۷. \quad \vdash (\exists y)(Py \& aDy \rightarrow (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy))). \quad \text{-----} \quad (۳۲)$$

$$۸. \quad \vdash (-Ga \vee (\exists y)(Py \& aDy)) \rightarrow (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy)).$$

بنا بدقاعده منفصل. به کار رفته در مورد ۳ و ۷.

$$۹. \quad (\forall x)(Gx \rightarrow (\exists y)(Py \& xDy)) \vdash -Ga \rightarrow (\exists y)(Py \& aDy). \quad \text{-----} \quad (۳۳)$$

$$۱۰. \quad \ll \vdash -Ga \vee (\exists y)(Py \& aDy) \quad \text{-----} \quad (۳۴)$$

$$۱۱. \quad \ll \vdash (\exists y)(-Ga \vee (Py \& aDy)).$$

انفصال، ۸، ۱۰.

۱۲. « $\vdash (\forall x)(\exists y)(\neg Gx \vee (Py \& xDy))$.
 _____ (۳۵)

۱۳. « $\vdash (\forall x)(\exists y)(Gx \rightarrow (Py \& xDy))$.
 _____ (۳۶)

_____ (۳۷) موارد ۱۷-۲۵ را با ۲۶-۳۶ مقایسه کنید.

ملاحظه کردیم که تا وقتی که y در Q رخ ندهد:

$$Q \rightarrow (\exists y)(Fy) \vdash (\exists y)(Q \rightarrow Fy).$$

در این صورت شخص ممکن است حدس بزند که اگر y در Q رخ ندهد:

$$Q \rightarrow (\forall y)(Fy) \vdash (\forall y)(Q \rightarrow Fy).$$

در این مورد اگر سعی در تقلید مراحل ۱۷-۲۵ کنیم مرتکب مراحل مغالطه آمیز می شویم. مراحل اشتباه ناستنتاج زیرا مشخص کنید.

- | | |
|---|-------------|
| ۱. $\neg Q \vdash \neg Q \vee Fb$. | تضعیف. |
| ۲. « $\vdash (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | تعمیم. |
| ۳. $\vdash \neg Q \rightarrow (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | اثبات شرطی. |
| ۴. $Fb \vdash \neg Q \vee Fb$. | تضعیف. |
| ۵. « $\vdash (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | تعمیم. |
| ۶. $(\forall y)(Fy) \vdash (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | از ۵. |
| ۷. $\vdash (\forall y)(Fy) \rightarrow (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | اثبات شرطی. |
| ۸. $\vdash (\neg Q \vee (\forall y)(Fy)) \rightarrow (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | از ۳ و ۷. |
| ۹. $Q \rightarrow (\forall y)(Fy) \vdash \neg Q \vee (\forall x)(Fy)$. | فاصل-بیگان. |
| ۱۰. « $\vdash (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. | انفصال. |

۱۱. « $\vdash (\forall y)(Q \rightarrow Fy)$. فاصل-پیکان.

در ناستنتاج فوق کدام مراحل ناصحیح اند؟ (۳۸) —————
آیا این موضوع نشان می‌دهد که نتیجه ناصحیح است؟ (۳۹) بله/نه. در حالت کلی، می‌توانیم نتیجه مثبت، یعنی این که استدلالی درست است، را تنها با پیدا کردن (۴۰) مثال نقض/استنتاج مشخص کنیم، درحالی که برای نشان دادن این که استدلالی نادرست است به (۴۱) مثال نقض/استنتاج نیاز داریم. اشتباهات موجود در اثبات ۱۱ نشان نمی‌دهد که ۱۱ ناصحیح است. اما در استدلال فوق به جای مرحله ناصحیح ۵ می‌توانیم به طریق زیر اقدام کنیم:

۴+. $(\forall y)(Fy) \vdash Fb$. ————— (۴۲)

۵+. « $\vdash \neg Q \vee Fb$. ————— (۴۳)

۶. « $\vdash (\forall y)(\neg Q \vee Fy)$. ————— (۴۴)

آیا این مرحله همان مرحله ۶ فوق است؟ (۴۵) بله/نه. در نتیجه ۶ را به جای ۵ و ۴ از ۵ و ۶ بدست آوردیم و بقیه استنتاج درست است. به این ترتیب خطا را تصحیح و استنتاج صحیح را حاصل کردیم. ملاحظه کردیم که اگر y در Q رخ ندهد:

$$Q \rightarrow (\exists y)(Fy) \vdash (\exists y)(Q \rightarrow Fy).$$

اکنون نشان می‌دهیم اگر y در Q رخ ندهد:

$$(\exists y)(Q \rightarrow Fy) \vdash Q \rightarrow (\exists y)(Fy).$$

به عبارت دیگر دو طرف چپ و راست (۴۶) مثال نقض/استنتاج/منطقاً معادل‌اند. مانند قبل، فرض می‌کنیم b حرفی نه در Q باشد.

۱. $Fb \vdash (\exists y)(Fy)$. ————— (۴۷)

۲. « $\vdash \neg Q \vee (\exists y)(Fy)$ (۴۸)
۳. $\vdash Fb \rightarrow (\neg Q \vee (\exists y)(Fy))$ (۴۹)
۴. $\neg Q \vdash \neg Q \vee (\exists y)(Fy)$ (۵۰)
۵. $\vdash \neg Q \rightarrow (\neg Q \vee (\exists y)(Fy))$ (۵۱)
۶. $\vdash (\neg Q \vee Fb) \rightarrow (\neg Q \vee (\exists y)(Fy))$ (۵۲)
۷. $Q \rightarrow Fb \vdash \neg Q \vee Fb$ (۵۳)
۸. « $\vdash \neg Q \vee (\exists y)(Fy)$ (۵۴)
۹. $(\exists y)(Q \rightarrow Fy) \vdash \neg Q \vee (\exists y)(Fy)$ (۵۵)
۱۰. « $\vdash Q \rightarrow (\exists y)(Fy)$ (۵۶)

به طریقی مشابه می توان نشان داد که، اگر y در (۵۷) Q/F رخ ندهد

$$(\forall y)(Q \rightarrow Fy) \vdash Q \rightarrow (\forall y)(Fy).$$

از آنجا که به این ترتیب نشان دادیم که طرف راست مستلزم طرف چپ است، نتیجه می گیریم که این دو منطقاً (۵۸) ————— اند. $Q \rightarrow (\exists y)(Fy)$ منطقاً معادل (۵۹) $(\exists y)(Q \rightarrow Fy) / (\exists y)(Q \rightarrow Fy)$ است. بنابراین می توانیم سوری را که مستقیماً بعد از بیکان (و در جلو (۶۰) تالی / مقدم / مقدمه / نتیجه) است به خارج و در جلو تمام گزاره بیاوریم. $Q \rightarrow (\forall y)(Fy)$ معادل چیست؟ (۶۱) —————

علامتی کنید:

اگر هر انسانی زجر بکشد، در این صورت خدا شریراست.

P : انسان S : زجر می کشد Q : خدا شریراست.

(۶۲)

در این جا گزاره‌ی به صورت:

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$$

که در آن « Fx » به نوبت خود « $Px \rightarrow Sx$ » است به دست می آوریم. در گزاره‌ئی به صورت:

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$$

سور عمومی (۶۳) تالی / نتیجه / تمام گزاره / مقدمه / مقدم را در بر می گیرد. اما، نمی توانیم آن را برای این که شامل تمام گزاره شود به خارج ببریم. به عبارت دیگر، تعادل منطقی بی با:

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Q)$$

نداریم. برای نشان دادن این موضوع، نیاز به پیدا کردن مثال نقضی در مورد صورت استدلالی زیر داریم:

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Q), \text{ بنا بر این, } (\forall x)(Fx) \rightarrow Q.$$

در این صورت خواهان (۶۴) استنتاج / تعبیری که در آن (۶۵) مقدم / مقدمه ارزش (۶۶) — و (۶۷) تالی / نتیجه ارزش (۶۸) — بگیرد می باشیم.

برای این که مقدمه راست باشد، می توانیم، به عنوان مثال، تعبیری انتخاب کنیم که در آن مقدم « $(\forall x)(Fx)$ » (۶۹) راست / دروغ باشد، زیرا شرطی هنگامی که (۷۰) — دروغ باشد همواره راست است. برای این که نتیجه دروغ باشد، نیاز داریم که Q دروغ باشد. بنا بر این می توانیم تعبیری به صورت زیر تشکیل دهیم:

تعبیر: F : ماهی. Q : اقیانوس‌ها نمی توانند حیات را حفظ کنند.
حوزه: جهان.

مقدمه، تحت این تعبیر می شود:

اقیانوس‌ها نمی‌توانند حیات را حفظ کنند → هر چیز ماهی است.

این گزاره تنها به علت این که مقدمش دروغ است (۷۱) راست/دروغ می‌باشد. تحت این تعبیر، نتیجه $(\forall x)(Fx \rightarrow Q)$ چیست؟ (۷۲) —————

ملاحظه می‌کنیم که نتیجه دروغ است. زیرا نتیجه به صورت:
 «(اقیانوس‌ها نمی‌توانند حیات را حفظ کنند \rightarrow x ماهی است) $(\forall x)$ »
 بر این است که هر طریق پر کردن مکان خالی توسط « x » مشخص شده، با اسم یا توصیف باید راست باشد. در این صورت اگر به جای « x » «قزل آلائی که دیشب در شام خوردم» (که توصیفی است که، در روز نوشتن این صفحات، در مورد یک ماهی معین به کار می‌رود) را قرار دهیم، حاصل می‌کنیم:

→ قزل آلائی که دیشب خوردم یک ماهی است

اقیانوس‌ها نمی‌توانند حیات را حفظ کنند

آیا این گزاره راست است. (۷۳) بله/نه.

در این جا مثال نقض دیگری در مورد صورت استدلالی نادرست:

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Q) \text{ بنا بر این، } (\forall x)(Fx) \rightarrow Q.$$

می‌آوریم.

تعبیر: F : کوچکتر است از ۱۵؛ Q : $۲ + ۲ = ۶$.

حوزه: اعداد تمام.

توضیح دهید چرا این مثال نقض صورت استدلالی فوق است.

(۷۲)

آیا این مثال در صورتی که حوزه شامل تنها اعداد فرد باشد باز هم مثال نقض است؟ (۷۵) بله/نه.

اکنون در ورقه خودتان مثال نقض خود را بسازید. توجه داشته باشید که نکته اصلی مثال هامن این است که $(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$ دروغ درمی آید و Q دروغ است، در حالی که x وجود دارد که به ازاء آن Fx راست است.

آیا $(\forall x)(Q \rightarrow Fx)$ و $(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$ منطقیاً معادلند؟ (۷۶) بله/نه. آیا $(\forall x)(Fx \rightarrow Q)$ و $(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$ منطقیاً معادلند؟ (۷۷) بله/نه. گرچه پاسخ سؤال اخیر منفی است، می توانیم راهی برای قراردادن سور « $(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$ » در خارج و جلو آن بیابیم. عکس نقیض را در مورد:

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$$

به کار می بریم و به (۷۸) $(\forall x)(Fx) \rightarrow \neg Q$ می رسیم. مورد اخیر صحیح است. اکنون تعادل سوری را در مورد این پاسخ به کار می بریم، و (۷۹) $(\exists x)(Fx) \rightarrow \neg Q$ را به دست می آوریم. بار دیگر مورد اخیر صحیح است. اکنون سوری بعد از پیکان و قبل از (۸۰) $(\exists x)(\neg Fx) \rightarrow \neg Q$ داریم. گزاره « $(\exists x)(\neg Fx) \rightarrow \neg Q$ » منطقیاً معادل (۸۱) $(\exists x)(\neg Q \rightarrow Fx)$ است. مورد وسط صحیح است. کار را با به کار بردن مجدد عکس نقیض تمام می کنیم. در این صورت:

$$(\exists x)(Fx \rightarrow Q)$$

را به عنوان معادل منطقی $(\forall x)(Fx) \rightarrow Q$ به دست می آوریم، یعنی، هنگامی که سور قبل از مقدم است، سور «مقابل» تمام گزاره را در برمی گیرد. استدلال در ۷۸-۸۱ غیر سوری است اما نوعی سرهم بندی است که در صورتی که بخواهید سورها را درک کنید یا منطق معمولی پیش رفته تری

را به کار برید باید بتوانید به طور غریزی آن را انجام دهید. در این مورد تشکیل استنتاجات سوری کم اهمیت تر است. اما، برای ثبت، باید از طریق استنتاج نتیجه فوق عمل کنیم. و برای تنوع، نتیجه مقابل آن را در مورد سور وجودی ثابت می کنیم، یعنی، تا آنجا که x در Q رخ ندهد:

$$(\exists x)(Fx) \rightarrow Q \vdash (\forall x)(Fx \rightarrow Q)$$

فرض می کنیم b حرفی که در Q یافت نمی شود باشد.

استنتاج:

۱. $\neg(\exists x)(Fx) \vdash (\forall x)\neg(Fx)$. _____ (۸۲)
۲. « $\vdash \neg Fb$. _____ (۸۳)
۳. « $\vdash \neg Fb \vee Q$ _____ (۸۴)
۴. $\vdash \neg(\exists x)(Fx) \rightarrow$ _____ (۸۵)
 $(\neg Fb \vee Q)$.
۵. $Q \vdash \neg Fb \vee Q$. _____ (۸۶)
۶. $\vdash Q \rightarrow (\neg Fb \vee Q)$. _____ (۸۷)
۷. $\vdash (\neg(\exists x)(Fx) \vee Q) \rightarrow$ _____ (۸۸)
 $(\neg Fb \vee Q)$.
۸. $(\exists x)(Fx) \rightarrow Q \vdash$ _____ (۸۹)
 $\neg(\exists x)(Fx) \vee Q$.
۹. « $\vdash \neg Fb \vee Q$. _____ (۹۰)
۱۰. « \vdash _____ (۹۱)
 $(\forall x)(\neg Fx \vee Q)$.

۱۱۰ « $\vdash (\forall x)(Fx \rightarrow Q)$. _____ (۹۲)

به همین گونه می توانیم نشان دهیم که:

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Q) \vdash (\exists x)(Fx) \rightarrow Q$$

گفته می شود که عبارت با تمام سورها در جلو آن، در صورت «پری نکس» است. به این ترتیب در اظهاری که هم اکنون بیان شد، عبارت واقع در سمت (۹۳) چپ/راست « \vdash » در صورت پری نکس است. آیا $(\forall x)(Fx \rightarrow (\exists x)(Gx))$ در صورت پری نکس است؟ (۹۴) بله/نه. در موارد زیر با فرض این که x در P یا Q رخ نمی دهد، عبارات منطقاً معادل در صورت پری نکس آن هارا به دست دهید:

_____ $(\forall x)(Gx) \rightarrow P$ (۹۵)

_____ $(\exists x)(Gx) \rightarrow (P \vee Q)$ (۹۶)

_____ $P \rightarrow (\exists x)(Fx)$ (۹۷)

_____ $(P \& Q) \rightarrow (\forall x)(Gx)$ (۹۸)

می توان همین روش را در صورتی که چندین سور موجود باشد به کار برد. به عنوان مثال:

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists y)(Gy)$$

معادل:

$$(\exists x)(Fx \rightarrow (\exists y)(Gy))$$

که معادل:

$$(\exists x)(\exists y)(Fx \rightarrow Gy)$$

است می باشد. صورت پری نکس $(\exists x)(Fx) \rightarrow (\forall y)(Gy)$ را بیابید:

(۹۹)

اخطا: مواظب صورت هائی که در آنها يك حرف سوری ثابت در مکان های متفاوت، چون:

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists x)(Gx)$$

رخ می دهد باشید. چه مهمل است که این عبارت را به

$$(\exists x)(\exists x)(Fx \rightarrow Gx)$$

تبدیل کنیم، و به جای آن به خاطر داشته باشید که، مثلاً، $(\exists x)(Gx)$ معادل (۱۰۰) $(\forall y)(Gx) / (\exists y)(Gy) / (\exists x)(Fx)$ است و ابتدا $(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists x)(Gx)$ را به:

$$(\forall x)(Fx) \rightarrow (\exists y)(Gy)$$

و سپس به:

$$(\exists x)(\exists y)(Fx \rightarrow Gy)$$

تبدیل کنید.

(۱۰۱) صورت پری نکس را برای: $(\exists x)(Fx) \rightarrow (\forall x)(Gx)$ بیابید.

(۱۵۲) يك تمرين واقعاً سخت: صورت پرى نكس:

$$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow ((\forall x)(Fx) \rightarrow (\forall x)(Gx))$$

را بياييد.

۳۰

Arranging Quantifiers

ترتیب سورها

در این آخرین فصل تمرین مان را در مورد عمل با سورها و پیدا کردن مثال نقض استدلال نادرست تکمیل می کنیم.

ترتیب سورها معمولا دارای اهمیت است. دو گزاره زیر را مقایسه کنید:

A. هر کس به این یا آن کاندیدا رأی داده است.

B. کسی هست که هر کس به او رأی داده است.

آیا این دو به یک معنی اند؟ (۱) بله/ نه. تفاوت اصلی تفاوت در ترتیب سورهاست:

C. $(\forall x)(\exists y)(x \forall y)$

D. $(\exists y)(\forall x)(x \forall y)$

در حوزه مردم، یا شهروندان، یا هر چیز دیگر، گزاره A تعبیر (۲) D/C و گزاره B تعبیر D است. اما اگر کسی هست که همه به او رأی داده اند، همه به این یا آن رأی داده اند؟ (۳) بله/ نه. اگر همه به این یا آن رأی داده باشند، نتیجه

می‌شود که کسی هست که همه به او رأی داده‌اند؟ (۴) بله / نه.
در نتیجه، (۵) A مستلزم B است اما B مستلزم A نیست / B مستلزم A است اما A مستلزم B نیست، و این شخص در این جا می‌کشانند که انتظار داشته باشد که یکی از صورت‌های استدلالی زیر درست، و دیگری نادرست است. مورد نادرست را خط بزنید.

$$(6) (\forall x)(\exists y)(x \nabla y). \text{ بنا بر این } (\exists y)(\forall x)(x \nabla y).$$

$$(7) (\exists y)(\forall x)(x \nabla y). \text{ بنا بر این } (\forall x)(\exists y)(x \nabla y).$$

گزارهٔ ۷ صحیح است، یعنی، $(\exists y)(\forall x)(x \nabla y) \vdash (\forall x)(\exists y)(x \nabla y)$.

استنتاج:

$$1. (\forall x)(x \nabla b) \vdash a \nabla b. \quad \text{_____} (8)$$

$$2. \quad \text{«} \quad \vdash (\exists y)(a \nabla y). \quad \text{_____} (9)$$

$$3. \quad \text{«} \quad \vdash (\forall x)(\exists y)(x \nabla y). \quad \text{_____} (10)$$

$$4. (\exists y)(\forall x)(x \nabla y) \vdash (\forall x)(\exists y)(x \nabla y). \quad \text{_____} (11)$$

شخص ممکن است سعی در یافتن استنتاجی در مورد اظهار ناصحیح:

$$(\forall x)(\exists y)(x \nabla y) \vdash (\exists y)(\forall x)(x \nabla y)$$

کند. (۱۲) خطاها را در این نااستنتاج مشخص کنید:

$$1. (\forall x)(\exists y)(x \nabla y) \vdash (\exists y)(a \nabla y), \quad \text{تمثیل.}$$

$$2. \quad \text{«} \quad \vdash (\exists y)(\forall x)(x \nabla y). \quad \text{تعمیم بر ۱.}$$

(۱۳) در نااستنتاج زیر خطاها را مشخص کنید:

$$1. a \nabla b \vdash (\forall x)(x \nabla b). \quad \text{تعمیم.}$$

$$2. \quad \text{«} \quad \vdash (\exists y)(\forall x)(x \nabla y). \quad \text{نتیجهٔ وجودی، ۱.}$$

$$3. (\exists y)(a \nabla y) \vdash (\exists y)(\forall x)(x \nabla y). \quad \text{مقدمهٔ وجودی، ۲.}$$

۴۰. اثبات شرطی، ۳. $\vdash (\exists y)(a \vee y) \rightarrow (\exists y)(\forall x)(x \vee y)$.
۵۰. تمثیل. $(\forall x)(\exists y)(x \vee y) \vdash (\exists y)(a \vee y)$.
۶۰. انفصال، ۴، ۵. $\vdash (\exists y)(\forall x)(x \vee y)$.

گسره در ناستنتاج فوق خطاهائی موجود است، آيا شکست ما در یافتن استنتاج صحیح نشان می‌دهد که اظهار:

$$(\forall x)(\exists y)(x \vee y) \vdash (\exists y)(\forall x)(x \vee y)$$

دروغ است؟ (۱۴) بله/ نه. به خاطر ابطال این اظهار نیاز به تشکیل (۱۵) _____ داریم. این کار آسان است.

تعبیر: \vee : رأی داده برای.

حوزه: تمام مردمی که در انتخابات ریاست جمهوری گذشته به‌کاندیدائی رأی داده‌اند.

در این حوزه، راست است که هر کس به این یا آن رأی داده، اما دروغ است که شخصی هست که همه به او رأی داده‌اند. بنا بر این در این حوزه، تحت این تعبیر، مقدمه‌یی داریم که (۱۶) \mathbf{F}/\mathbf{T} است و نتیجه‌یی که (۱۷) \mathbf{F}/\mathbf{T} می‌باشد. در نتیجه، صورت استدلالی مورد بحث (۱۸) درست/ نادرست است. تعبیر دیگر اهمیت حوزه در مثال نقض را یادآوری می‌کند.

تعبیر: \vee : مساوی است.

حوزه: اعداد تمام.

در این حوزه، مقدمه راست است؛ زیرا در مورد هر عدد تمام، می‌توانیم عدد تمامی (یعنی، خودش) بیابیم که مساوی آن است. اما هیچ عدد تمامی مساوی هر عدد تمام نیست، بنا بر این نتیجه (۱۹) راست/ دروغ است. اما، فرض می‌کنیم که حوزه تنها عدد تمام ۲ باشد. آیا در این حوزه، مقدمه راست است؟ (۲۰) بله/ نه. آیا در این حوزه، نتیجه راست است؟ (۲۱)

بله/نه. در نتیجه، با به کار بردن تعبیر، \forall : مساوی است، و حوزه شامل تنها عدد ۲، مثال نقض حاصل (۲۲) می‌کنیم/ نمی‌کنیم. در این صورت حوزه دارای اهمیت است.

هنگامی که جداول ارزش را بررسی می‌کردیم، گفتیم که دو عبارت سازگادانداگر (۲۳) تحت هر ترکیب ارزش‌های راستی هر دو راست باشند/ در هر سطر جدول ارزش ارزش T بگیرند/ هر دو در سطر اول از جدول ارزش ارزش T بگیرند.

گزاره‌ها سازگارند اگر تمامشان بتوانند در یک آن راست باشند. همین ایده را می‌توانیم در منطق محمولی به کار ببریم، به این ترتیب که، سازگاری داریم اگر بتوانیم تعبیر، و حوزه‌ی بیابیم که در آن تمام گزاره‌های مورد بحث راست باشند.

به عنوان مثال طرح‌های گزاره‌ی بی‌راکه قبلاً به آن‌ها توجه کردیم، یعنی

$$(\forall x)(\exists y)(x \forall y)$$

و

$$(\exists y)(\forall x)(x \forall y)$$

را در نظر می‌گیریم. برای نشان دادن این که این گزاره‌ها سازگارند، به تعبیر و حوزه‌ی نیاز داریم که در آن

(۲۴) یکی از آن‌ها راست باشد/ هر دو راست باشند/ هر دو دروغ باشند.

آیا می‌توانید چنین تعبیر و حوزه‌ی بیابید؟ (اگر لازم باشد، به ۲۱ و ۲۲ فوق رجوع کنید.)

_____ (۲۵) تعبیر:

_____ حوزه:

نشان دهید که دو تائی‌ها و سه تائی‌های طرح‌های گزاره‌ی زیر سازگارند.

اگر لازم باشد، حافظه‌تان را با نگرستن به فصل ۲۸ تازه کنید.

$$(\forall x)(xRx). (\forall x)(\forall y)(xRy \rightarrow yRx)$$

_____ (۲۶) تعبیر:

_____ حوزه:

$$-(\forall x)(xRx). -(\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy) \& yRz) \rightarrow xRz$$

_____ (۲۷) تعبیر:

_____ حوزه:

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((xRy \& yRz) \rightarrow xRz). (\forall x)(xRx).$$

$$-(\forall x)(\forall y)(xRy \rightarrow yRx)$$

_____ (۲۸) تعبیر:

_____ حوزه:

گزاره‌هایی که سازگار نیستند ناسازگاد نامیده می‌شوند. اگر تعبیر و حوزه‌ی بیابیم که در آن طرح‌های گزاره‌ئی‌بی همه راست باشند، می‌دانیم که این طرح‌ها (۲۹) سازگار/ ناسازگاراند. اما فرض می‌کنیم. به چنین تعبیری بر نخوریم، در این صورت آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که این طرح‌ها ناسازگاراند؟ (۳۰) بله/ نه.

وضعیت در این‌جا شبیه بررسی درستی است. هنگامی که روش تشخیص نداریم، اثبات مثبت درستی با (۳۱) مثال نقض/ استنتاج داده می‌شود در حالی که نتیجه منفی نادرستی توسط (۳۲) ————— به دست می‌آید. در بررسی سازگاری وضعیتی معکوس داریم. به این ترتیب که اگر بتوانیم مثالی به دست آوریم که در آن تمام گزاره‌ها راستند، نتیجه مثبت سازگاری را داریم. اما اگر دریافتن چنین تعبیری شکست بخوریم، نمی‌توانیم ناسازگاری را نتیجه بگیریم. ناسازگاری در حالت کلی می‌تواند تنها توسط استنتاج کاذب نشان داده شود.

کاذب رامی توانیم از مجموعه‌ی گزاره‌ها یا طرح‌های گزاره‌ی هنگامی به دست آوریم که بتوانیم هم P هم $\neg P$ را به ازاء گزاره P ئی، از این مجموعه به دست آوریم. زوج زیر را به عنوان مثالی ساده، در نظر می‌گیریم:

$$(\forall x)(Fx), (\exists x)\neg(Fx)$$

با توجه به تعادل سوری داریم:

$$(\exists x)\neg(Fx) \vdash \neg(\forall x)(Fx)$$

در نتیجه، هم:

$$(\forall x)(Fx), (\exists x)\neg(Fx) \vdash (\forall x)(Fx)$$

هم:

$$(\forall x)(Fx), (\exists x)\neg(Fx) \vdash \neg(\forall x)(Fx)$$

را داریم. بنا بر این، در این جا گزاره‌ی، یعنی، « $(\forall x)(Fx)$ » چنان داریم که می‌توانیم هم خودش هم نقیضش را از این زوج استنتاج کنیم. در نتیجه، این زوج (۳۳) سازگار/ناسازگار است.

مورد زیر زوج ناسازگار دیگری است:

$$(\exists y)(\forall x)(xVy) \\ \neg(\forall x)(\exists y)(xVy)$$

می‌دانیم این زوج ناسازگار است، زیرا در ۸-۱۱ استنتاج کردیم:

$$(\exists y)(\forall x)(xVy) \vdash (\forall x)(\exists y)(xVy)$$

در نتیجه، هر دو مورد زیر را داریم:

$$(\exists y)(\forall x)(xVy), \neg(\forall x)(\exists y)(xVy) \vdash (\forall x)(\exists y)(xVy)$$

و:

$$(\exists y)(\forall x)(x \vee y), -(\forall x)(\exists y)(x \vee y) \vdash -(\forall x)(\exists y)(x \vee y)$$

به این ترتیب در حالی که درستی با (۳۴) مثال نقض/استنتاج و نادرستی یا (۳۵) نشان داده می‌شود، سازگاری را با دادن تعبیری که در آن تمام اعضاء مجموعه سازگار (۳۶) اند، و ناسازگاری را با (۳۷) نشان می‌دهیم. در این صورت درستی و سازگاری در ارتباط بسیار باهمند. دو گزاره P و Q ناسازگار اند اگر بتوانیم Q را از P استنتاج کنیم. اگر استدلال، P بنا بر این Q ، درست باشد، زوج (۳۸) « P, Q »/« $-P, Q$ »/« $P, -Q$ » ناسازگار است.

رابطه بین سازگاری و درستی حتی در جدول ارزش رخ می‌دهد. اگر استدلال P بنا بر این Q به طور تابع ارزشی درست باشد، در این صورت در جدول ارزش سطری که در آن P (۳۹) و Q (۴۰) — باشد موجود نیست. در نتیجه، سطری که در آن P (۴۱) و Q (۴۲) — باشد وجود ندارد، و در این صورت زوج (P, Q) ناسازگار است.

Answers

جوابها

فصل ۱ گزاره‌ها و استدلالات

- ۱-۵. در پاسنگویی قضاوت خود را به کار ببرید. «T» یا «F» یا «T یا F».
۶. نه راست نه دروغ.
۷. نه.
۸. نه.
۹. یا راست یا دروغ.
۱۰. گزاره.
۱۱. نه راست نه دروغ.
- ۱۲-۱۶. شماره‌های ۱۲ و ۱۵ گزاره‌اند.
۱۷. T.
۱۸. F.
۱۹. T.
۲۰. F.
۲۱. استدلال.
۲۲. دلیل بیاورید.
۲۳. يك.
۲۴. نه. (یا اغلب مردم چنین می‌گویند.)
۲۵. دلیلی.
۲۶. نتیجه.

- ۲۷. مقدمات.
- ۲۸. مقدمات.
- ۲۹. نتیجه.
- ۳۰. مخزن اوکلی بهترین پیشنهاد نیست.
- ۳۱. بنا بر این.
- ۳۲. باید برای پذیرفتن روش دیگر عجله کنیم.
- ۳۳. بله.
- ۳۴. بنا بر این.
- ۳۵. بسیاری از شهروندان... بیزارند.
- ۳۶. به این ترتیب.
- ۳۷. نه.
- ۳۸. بعد از.
- ۳۹. انتهای.
- ۴۰. آخرین رئیس جمهور درجه اولی که مملکت داشت کالوین کولیج بود.
- ۴۱. برای این که.
- ۴۲. روسها مجبور... آورند.
- ۴۳. زیرا.
- ۴۴. از آنجا که.
- ۴۵. تفاوتی بین این دو ماده وجود دارد.
- ۴۶. انتهای.
- ۴۷. C.
- ۴۸. P.
- ۴۹. P.
- ۵۰. P.
- ۵۱. C.
- ۵۲. C.
- ۵۳. نتیجه.

۵۴. شجاعت لشکریان... ندارد.

۵۵. گزاره‌ئی.

۵۶. نه.

۵۷. حقوق مزبور هیچگونه... ندارد.

۵۸. بله.

۵۹. زمین‌های تحتانی ارزشمند نیستند.

۶۰. بله.

۶۱. اهمیت دارد که... نسپاریم.

۶۲. بله.

۶۳. بی نتیجه.

۶۴. نه.

۶۵. بی نتیجه.

۶۶. نه.

۶۷. این تصمیم باید در... شود.

۶۸. بله.

۶۹. به نظرمی رسد که... باشد.

۷۰. بله.

۷۱. آغاز.

فصل ۲ نقد استدلالات

۱. نساخته.

۲. تقاضا کرده.

۳. دستور داده.

۴. نساخته.

۵. گزاره.

۶. دروغ.

۷. نیستند.
۸. گزاره.
۹. دلیل.
۱۰. نتیجه.
۱۱. مقدمه.
۱۲. A، B.
۱۳. C.
۱۴. B.
۱۵. C.
۱۶. F.C.T.B:F.A.
۱۷. بله. A، F است.
۱۸. حداقل یکی از مقدمات F است.
۱۹. T.E:T.D:F.A.
۲۰. A.
۲۱. حداقل يك مقدمه F است.
۲۲. F.
۲۳. T.
۲۴. کندی.
۲۵. دروغ.
۲۶. نامتقاعدکننده.
۲۷. گزاره.
۲۸. راست، دروغ.
۲۹. راست، دروغ.
۳۰. دروغ.
۳۱. راست.
۳۲. دروغ.
۳۳. تنقید.

۳۴. F.C:T.B:T.A.

۳۵. نه.

۳۶. نمی توانیم.

۳۷. نامتقاعد کننده.

۳۸. راست.

۳۹. نمی آید.

۴۰. نمی کند.

۴۱. نمی توان.

۴۲. دروغ.

۴۳. از مقدماتش به دست نمی آید.

۴۴. دروغ.

۴۵. نشود.

۴۶. A.

۴۷. B.

۴۸. مقدمه دوم دروغ است، و نتیجه از مقدمات نتیجه نمی شود.

۴۹. بد.

۵۰. راست.

۵۱. راست.

۵۲. بله.

۵۳. نه.

۵۴. نه.

۵۵. بله (بنا به عقیده اکثر مردم).

۵۶. بله.

۵۷. بله.

۵۸. بله.

۵۹. نه.

۶۰. نه.

۶۱. آغاز.

۶۲. بله.

۶۳. نه.

۶۴. نه.

۶۵. D و A را با دایره مشخص کنید.

۶۶. T، T، T، A

T، T، T، B

F، T، F، C

F، T، F، D

۶۷. بله.

۶۸. راست

۶۹. نیست.

۷۰. راست.

۷۱. راست.

۷۲. راست.

۷۳. D، C

C، B

B، A

A

۷۷. دو.

۷۸. يك.

۷۹. می توانند.

۸۰. نیست.

۸۱. داریم.

۸۲. دارید.

۸۳. ندارید.

۸۴. ندارد.

- ۰۸۵. داریم.
- ۰۸۶. نداریم.
- ۰۸۷. منطق.
- ۰۸۸. به دست می آید.
- ۰۸۹. دروغ.
- ۰۹۰. نیست.
- ۰۹۱. مقدمات.
- ۰۹۲. درست.
- ۰۹۳. است.
- ۰۹۴. آغاز.
- ۰۹۵. T.
- ۰۹۶. T.
- ۰۹۷. می آید.
- ۰۹۸. نجوم.
- ۰۹۹. نداریم.
- ۱۰۰. آغاز.
- ۱۰۱. T.
- ۱۰۲. داریم.
- ۱۰۳. می توانید.
- ۱۰۴. منطق.

فصل ۳ صورت منطقی

- ۱. گزاره‌ها.
- ۲. راست یا دروغ.
- ۳. درست یا نادرست.
- ۴. از مقدماتش به دست آید.
- ۵. مستلزم نتیجه‌اند.

۶. مستلزم.
۷. به دست می آید.
۸. استنتاج کنیم.
۹. به دست می آید.
۱۰. مستلزم.
۱۱. استنتاج کنیم.
۱۲. آغاز.
- ۱۳-۲۱. در جلد ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۹، ۲۰، X بگذارید.
۲۲. مستلزم نتیجه اند.
۲۳. استنتاج.
۲۴. راست.
۲۵. درست.
۲۶. مقدمات.
۲۷. نتیجه.
۲۸. دروغ.
۲۹. مذهب.
۳۰. نجوم.
۳۱. مسائل اجتماعی آمریکائی.
۳۲. مستلزم نتیجه اند.
۳۳. منطق.
۳۴. بله.
۳۵. استنتاج.
۳۶. (خودتان بهتر می دانید).
۳۷. (خودتان بهتر می دانید).
۳۸. بله.
۳۹. حیوان گردن دراز.
۴۰. پستاندار.

۴۱. کشیش‌های کاتولیک، ازدواج نکرده.
۴۲. برتراندراسل، فیلسوفی که بیش از ۹۷ سال زندگی کرد.
۴۳. E.
۴۴. برتراندراسل.
۴۵. میمون، پستاندار.
۴۶. زرافه، حیوان گردن دراز.
۴۷. اسم: برتراندراسل.
- عبارات: فیلسوف زندانی در جنگ جهانی اول به خاطر صلح گرائی، منطق‌دان.
۴۸. a, d, c, b .
۴۹. میمون‌ها.
۵۰. پستانداران.
۵۱. آئنز.
۵۲. افلاطون، دکارت، کنفوسیوس، و غیره.
۵۳. تمام کشاورزان حریص‌اند.
آدولف کشاورز است.
بنابراین، آدولف حریص است.
۵۴. بله.
- ۵۵-۶۱. ۵۷، ۶۰، ۶۱ را علامت بزنید.
۶۲. نیست.
۶۳. آورده‌ایم.
۶۴. به‌عنوان مثال: تمام مدیران این شرکت اشخاصی حقیراند.
۶۵. به‌عنوان مثال: تمام نمک‌های سدیم موادی هستند که با شعله آبی می‌سوزند.
۶۶. به‌عنوان مثال: تمام مشاوران اشخاص با جرأتی هستند.
۶۷. به‌عنوان مثال: تمام کاندیداها دروغگو هستند.
۶۸. به‌عنوان مثال: تمام اشخاصی که او را می‌شناسند اشخاصی هستند که او را دوست دارند.

۶۹. به عنوان مثال: تمام اعمال به جسارت آن، اعمالی هستند که شایسته نوعی پاداش اند.

۷۰. تمام تمرینها چیزهایی هستند که حوصله مرا سر می برند.

فصل ۴ صورت‌هایی از استدلال

۱. تمام اجسام ملتهب دور کهکشان اند.

آرکتوروس جسم ملتهب و دوری است.

بنابراین، آرکتوروس کهکشان است.

۲. بله.

۳. سیارات خورشید.

۴. سیاراتی که حداقل به بزرگی زمین اند.

۵. مریخ.

۶. نه.

۷. نه.

۸. بله.

۹. نه.

۱۰. مستلزم نتیجه اند.

۱۱. نه.

۱۲. نه.

۱۳. نادرست.

۱۴. نمی توان.

۱۵. می توان.

۱۶. تعبیر.

۱۷. نادرست.

۱۸. دروغ.

۱۹. نادرست.

۲۰. D.

۲۱. به عنوان مثال، در نظر می‌گیریم: F : مردان، G : زنان، a : هفتر.
۲۲. به عنوان مثال، در نظر می‌گیریم: F : انسان‌ها، G : مردان، a : هفتر.
۲۳. مثال نقض.
۲۴. بعضی از شهرهای بزرگ، شهرهایی که در آن‌ها تیراندازی به ندرت رخ می‌دهد هستند.
شیکاگو، شهر بزرگی است.
بنابراین، شیکاگو، شهری که در آن تیراندازی به ندرت رخ می‌دهد است.
۲۵. دروغ.
۲۶. مثال نقض.
۲۷. به عنوان مثال: F : زنان، G : مردان، a : هفتر.
۲۸. به عنوان مثال: F : مردان، G : زنان، a : هفتر.
۲۹. به عنوان مثال: F : مردان، G : انسان‌ها، a : هفتر.
۳۰. F .
۳۱. T .
۳۲. T .
۳۳. T .
۳۴. T .
۳۵. F .
۳۶. T .
۳۷. F .
۳۸. T .
۳۹. F .
۴۰. راستی.
۴۱. کذب.
۴۲. « F » و « G » در یک مقدمه و نتیجه با هم عوض شده‌اند.
۴۳. A .
۴۴. تمام دلال‌های سهام وال استریت، اشخاصی با دفاتری در نیویورک هستند.

اوتانت شخصی با دفاتری (دفتری) در نیویورک است.

بنابراین، اوتانت یک دلال سهام وال استریت است.

۴۵. راست.

۴۶. دروغ.

۴۷. مثال نقض.

۴۸. راست.

۴۹. دروغ.

۵۰. به عنوان: تمام زن‌ها انسانند، هوهفنز انسان است. بنابراین، هوهفنز انسان است.

۵۱. آنارشیست‌های کلیولند.

۵۲. اعضاء کمیته اصلاحات اساسی شهری ادلهک.

۵۳. جی.بی. باکستر.

۵۴. دومورد آخر نادرست‌اند.

۵۵. وسط.

۵۶. گزاره‌های آورده شده در روزنامه‌های روسی.

۵۷. گزاره‌هایی که دروغ‌اند و تنها برای تبلیغات اظهار شده‌اند.

۵۸. گزاره‌های مورد بحث.

۵۹. درست.

۶۰. تمام F ها G اند.

a ، F است.

بنابراین، a ، G است.

۶۱. به دست می‌آید.

۶۲. نادرست.

۶۳. راست.

۶۴. استدلال نادرست.

۶۵. مقدمه D دروغ است.

۶۶. راست.

۶۷. نادرست.

۶۸. تمام F ها G اند.

a ، F است.

بنابراین، a ، G است.

۶۹. درست.

۷۰. نه.

۷۱. به عنوان مثال، F : فضانوردان آمریکائی، G : مردان، H : زنان، a :
ملکه انگلستان.

۷۲. در مثال داده شده در (۷۱) تمام فضانوردان آمریکائی مردند. ملکه
انگلستان زن است.

بنابراین، ملکه انگلستان مرد است.

۷۳. دروغ.

۷۴. درست.

۷۵. راست.

۷۶. نادرست.

فصل ۵ رسم نمودار گزاره‌ها (I)

۱. تعبیر.

۲. راست.

۳. دروغ.

۴. نادرست.

۵. نه.

۶. دروغ.

۷. نیست.

۸. کشاورز.

۹. حریص.

۱۰. اشخاص حریمی که کشاورز نیستند.
۱۱. کشاورز.
۱۲. حریم.
۱۳. ۲.
۱۴. ۳.
۱۵. خالی.
۱۶. ۲.
۱۷. ۳.
۱۸. ۲.
۱۹. عدم اطلاع.
۲۰. عدم.
۲۱. ۱.
۲۲. ۳.
۲۳. بیشتری.
۲۴. ۲.
۲۵. C. هیچ شخص حریمی کشاورز نیست.
۲۶. هیچ اطلاعی را انتقال نمی دهد.
۲۷. اطلاعات.
۲۸. اطلاعاتی.
۲۹. ۲.
۳۰. بله.
۳۱. C.
۳۲. یکسان.
۳۳. اطلاعات.
۳۴. منطقاً معادل.
۳۵. منطقاً معادل.
۳۶. G.

.I .۳۷

.II .۳۸

.III .۳۹

.I .۴۰

.III .۴۱

.II .۴۲

.II .۴۳

.I .۴۴

.II .۴۵

.I .۴۶

.۴۷. برای خوردن خوب.

.۴۸. گوشت تازه.

.II .۴۹

.۵۰. تمام G ها F اند.

.۵۱. منطقاً معادل.

.۵۲. تمام شوهرهای وفادار آدم‌های ساده لوحی هستند.

.۵۳. تمام آدم‌های ساده لوح شوهرهای وفاداری هستند.

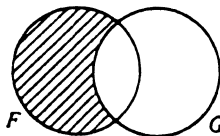
.۵۴. (b)، (c).

.۵۵. (d)، (a).

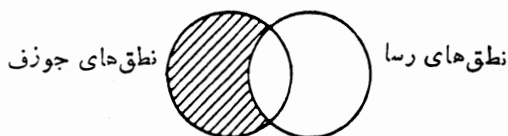
.۵۶. (f)، (e).

.۵۷. (f)، (e).

.۵۸



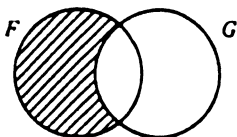
۵۹. تمام F ها G اند.
۶۰. لایق.
۶۱. اعضاء این کلیسا، آیین عشاء ربانی دریافت کرده.
۶۲. رهبران خوب، مصمم.
۶۳. A.
۶۴. نیست.
۶۵. تمام اشخاصی که به ایشان اعتماد می کند زیر ۳۰ سال اند.
۶۶. تمام اشخاص واجد شرایط این بورس تحصیلی بچه های مأموران اند.
۶۷. تمام استادان یوگا آرام اند.
۶۸. تمام بچه هایی که مادرشان ترکشان کرده بچه های هستند که در بزرگی آثار عصبی در ایشان ظاهر می شود.
۶۹. تمام وسائل نقلیه مجاز در این جاده دوچرخه ها هستند.
۷۰. مانند ۶۹.
۷۱. مانند ۶۹.
۷۲. تمام گروه های جاز چیزهای رسائی هستند.
- ۷۳.



۷۴. تمام نطق های جوزف رسا می باشند.
۷۵. نه.
۷۶. دروغ.
۷۷. تمام افراد قابل اعتماد اشخاصی مسئول اند.
۷۸. F.
۷۹. T.
۸۰. F.

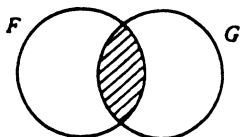
.F.۰۸۱

فصل ۶ رسم نمودار گزاره‌ها (II)



.۱

.۲



.۳. عدم اطلاعات.

.۴. خط می‌زنیم.

.۵. خالی.

.۶. خالی.

.۷. خالی.

.۸. هیچ F یا G نیست..۹. بعضی F ها G اند.

.۱۰. چیز مشترکی وجود ندارد.

.۱۱. چیز مشترکی وجود دارد.

.۱۲. متفاوت.

.۱۳. G .

.۱۴. اطلاعات.

.۱۵. F ..۱۶. G ..۱۷. G .

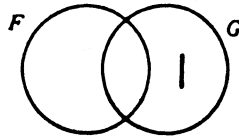
۱۸. معادل.

۱۹. نیست.

۲۰. بعضی F ها G نیستند.

۲۱. قراردادن خط تیره در.

۲۲.



۲۳. بعضی دانشجویان مردود می شوند.

۲۴. نه.

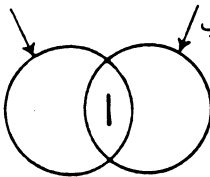
۲۵. دارند.

۲۶. قراردادن خط تیره در.

۲۷-۳۹. ۳۱ و ۳۴ را خط بز نید.

۴۰.

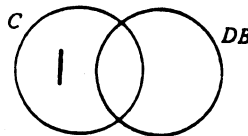
اتومبیلها



(۳۷)

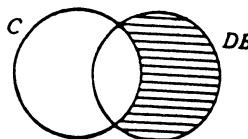
اشیاء با ترمزهای معیوب

۴۱.



(۲۹)

۴۲.



(۳۲)

.VI.۴۳

.I.۴۴

.IV.۴۵

.V.۴۶

.VI.۴۷

.V.۴۸

.III.۴۹

.IV.۵۰

.V.۵۱

.III.۵۲

.II.۵۳

.IV.۵۴

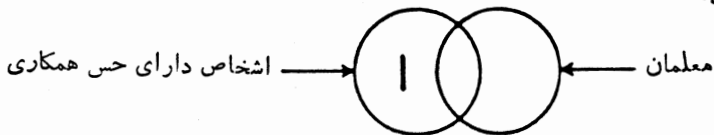
.II.۵۵

.IV, I.۵۶

.۵۷ بعضی اشخاص دارای حس همکاری معلم نیستند.

.۵۸ بعضی معلم‌ها اشخاص دارای حس همکاری‌اند، یا بعضی اشخاص دارای حس همکاری معلم‌اند.

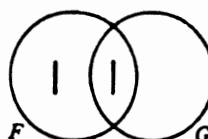
.۵۹



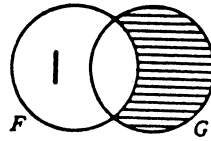
.۶۰ عدم اطلاعات.

.۶۱ اطلاعات.

.۶۲



۰۶۳



۰۶۴. هست.

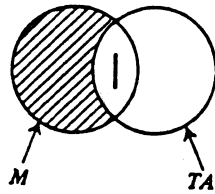
۰۶۵. هیچ چیز.

۰۶۶. نمی توانند.

۰۶۷. نمی توانند.

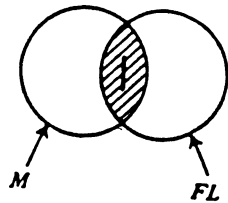
۰۶۸. ناسازگار.

۰۶۹



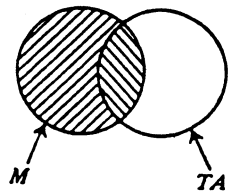
۰۷۰. بله.

۰۷۱



۰۷۲. نه.

۰۷۳



۰۷۴. بله.

- ۷۵. موش‌ها.
- ۷۶. موشی موجود نیست.
- ۷۷. می‌توانند.
- ۷۸. تکشاخ‌ها.
- ۷۹. هیچ تکشاخی وجود ندارد.
- ۸۰. سازگار.
- ۸۱. F.
- ۸۲. ناسازگار.
- ۸۳. نیست.
- ۸۴. نیست.

فصل ۷ نمودارهای ون

- ۱. دروغ.
- ۲. نادرست.
- ۳. دروغ.
- ۴. نادرست.
- ۵. است.
- ۶. به دست آید.
- ۷. راست.
- ۸. بله.
- ۹. بله.
- ۱۰. بله.
- ۱۱. بله.
- ۱۲. بله.
- ۱۳. بله.
- ۱۴. نه.

- ۱۵. تعبیری.
- ۱۶. مقلّمات.
- ۱۷. نتیجه.
- ۱۸. مثال نقض.
- ۱۹. نادرست.
- ۲۰. نه.
- ۲۱. A، C، D نادرستند.
- ۲۲. دو.
- ۲۳. کشاورزان.
- ۲۴. اشخاص حریص.
- ۲۵. دو.
- ۲۶. اشخاص حریص.
- ۲۷. مردم گرسنه.
- ۲۸. سه.
- ۲۹. کشاورزان.
- ۳۰. اشخاص حریص.
- ۳۱. مردم گرسنه.
- ۳۲. دو.
- ۳۳. سه.
- ۳۴. اطلاعات.
- ۳۵. هشت.
- ۳۶. چهار.
- ۳۷. دوبرابر اندازه.
- ۳۸. C.
- ۳۹. ۵،۲.
- ۴۰. D.
- ۴۱. حریص.

۴۲. اشخاص حریمی که کشاورز نیستند.

۴۳. گرسنه.

۴۴. داخل.

۴۵. داخل.

۴۶. خارج.

۴۷. حریم.

۴۸. گرسنه.

۴۹. ۵.

۵۰. ۲.

۵۱. ۴.

۵۲. ۱.

۵۳. ۶.

۵۴. ۳.

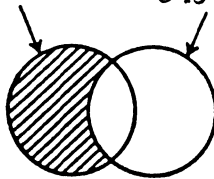
۵۵. ۷.

۵۶. ۸.

۵۷. هشت.

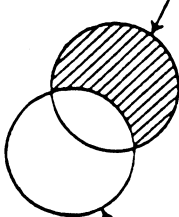
۵۸-۶۳. خط بزنید.

۶۴. کشاورزان اشخاص حریم



(۶۴)

اشخاص حریم

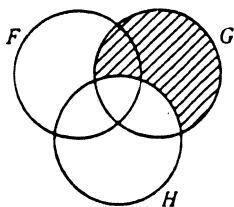


(۶۵)

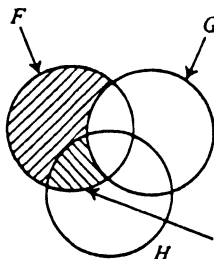
مردم گرسنه

۶۵

۰۶۶



۰۶۷. نمودار سمت چپ باید نمودار زیر باشد:

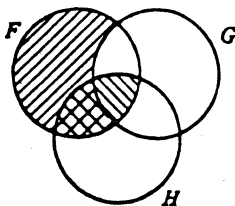


ناحیه‌یی که باید برای کامل کردن «تمام F ها G اند» خط زده باشید.

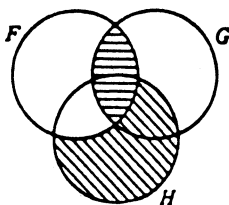
۰۶۸. II

۰۶۹. I

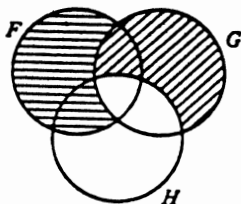
۰۷۰



۰۷۱



.۷۲



.۷۳ .۱، ۲، ۳، و ۴.

.۷۴ .تهی.

.۷۵ .تهی.

.۱ .۷۶

.۲ .۷۷

.۷۸ .قبلاً خط خورده اند.

.۷۹ .قبلاً به صورت نمودار درآمده.

.۸۰ .درست.

.۸۱ .درست.

.۸۲ .۲، ۵، ۶، و ۷.

.۸۳ .اعمال شکست خورده، موفقیت‌های تضمین شده، اما نه عمل‌های پیوند قلب.

.۸۴ .اعمال شکست خورده، موفقیت‌های تضمین شده، عمل‌های پیوند قلب.

.۸۵ .موفقیت‌های تضمین شده، عمل‌های پیوند قلب، اما نه اعمال شکست خورده.

.۸۶ .عمل‌های پیوند قلب، اعمال شکست نخورده، و موفقیت‌های تضمین نشده.

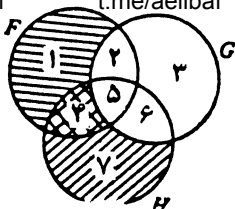
.۸۷ .تهی.

.۵ .۸۸

.۶ .۸۹

.۹۰ .قبلاً خط خورده اند.

.۹۱ .درست.



.۹۲

.۱۰۹۳

.۲۰۹۴

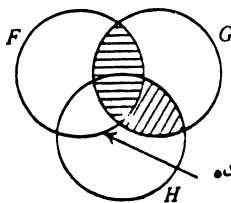
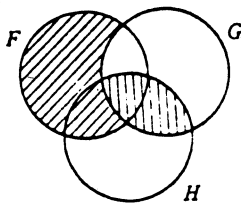
.۴۰۹۵

.۷۰۴۰۱۰۹۶

.۲۰۹۷

.۹۸ نادرست.

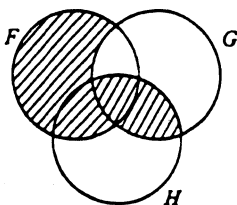
.۹۹ درست.



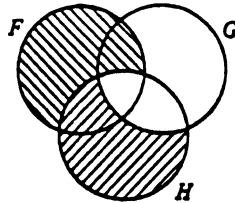
.۱۰۰ نادرست.

ناحیه نموداری نشده

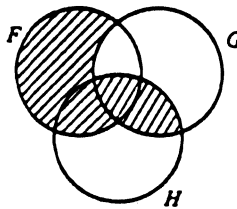
.۱۰۱ درست.



۱۰۲. درست.

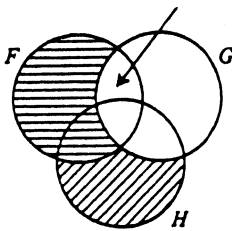


۱۰۳. درست.



۱۰۴: نادرست.

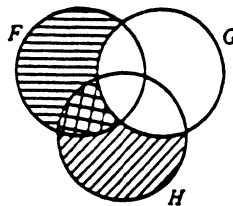
ناحیه نموداری نشده



فصل ۸ قیاس‌های درست

- ۱. سه.
- ۲. نمودار.
- ۳. درست.
- ۴. نادرست.
- ۵. تهی.
- ۶. عدم اطلاعات.

- ۷. اطلاعات.
- ۸. اطلاعات.
- ۹. مقدمات.
- ۱۰. نمی‌دهد.
- ۱۱. مشمول در مقدمات بوده است.
- ۱۲. راست.
- ۱۳. راست.
- ۱۴. درست.
- ۱۵. دروغ.
- ۱۶. مشمول در.
- ۱۷. مشمول در.
- ۱۸. راست.
- ۱۹. اطلاعاتی.
- ۲۰. تعییری.
- ۲۱. راست.
- ۲۲. دروغ.
- ۲۳. نادرست.
- ۲۴. نیست.
- ۲۵. مثال نقض.
- ۲۶.



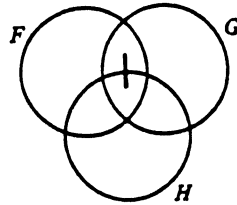
- ۰۶.۲۸
 - ۰۷.۲۹
 - ۰۷.۳۰
 - ۰۶.۳۱
 - ۰۳۲. یله.
 - ۰۳۳. نه.
 - ۰۳۴. مثال نقض.
 - ۰۳۵. نادرست.
 - ۰۳۶. نتیجه.
 - ۰۳۷. مقدمات.
 - ۰۳۸. ناصحیح.
 - ۰۳۹. راست.
 - ۰۴۰. دروغ.
 - ۰۴۱. نادرست.
 - ۰۴۲. نادرست.
 - ۰۴۳. نه.
 - ۰۴۴. تشخیص.
 - ۰۴۵. روش تشخیص.
 - ۰۴۶. روش تشخیص.
 - ۰۴۷. تمام F ها G اند.
 - ۰۴۸. بعضی F ها G اند.
 - ۰۴۹. هیچ F G نیست.
 - ۰۵۰. بعضی F ها G نیستند.
 - ۰۵۱. بیش از.
 - ۰۵۲. ناصحیح.
 - ۰۵۳. درست.
 - ۰۵۴. F .
- درهر ترتیب.

- .T .۵۵
.T .۵۶
.F .۵۷
.F .۵۸
.T .۵۹
.V .۶۰
.II .۶۱
.III .۶۲
.I .۶۳
.VIII .۶۴
.V .۶۵
.VIII .۶۶
.IV .۶۷
.۶۸ .نه
.۶۹ .نه
.۷۰ .بله
.G .۷۱
.F .۷۲
.G .۷۳
.H .۷۴
.۷۵ .غلط
.۵ .۷۶
.F .۷۷
.G .۷۸
.H .۷۹
.۸۰ .بعضی Fها Gاند.
.۸۱ .بیشتر.

۸۲. نیست.

۸۳. بعضی F ها G و H اند.

۸۴.



۸۵. بله.

۸۶. بله.

۸۷. قطع می کند.

۱. ۸۸

۴. ۸۹

۵. ۹۰

H . ۹۱

IV. ۹۲

I. ۹۳

II. ۹۴

III. ۹۵

I. ۹۶

II. ۹۷

III. ۹۸

I. ۹۹

II. ۱۰۰

I. ۱۰۱

۴. ۱۰۲

۰۵ .۱۰۳

۰۴ .۱۰۴

۰۵ .۱۰۵ یا ۴ یا ۵

۰۱۰۶ . هیچ چیز در ۴ موجود نیست.

۰۵ .۱۰۷

۰۴ .۱۰۸

۰۵ .۱۰۹

۰۵ .۱۱۰

۰۵ .۱۱۱

۰۶ .۱۱۲

۰۵ .۱۱۳

۰۱۱۴ . درست.

۰۴ .۱۱۵

۰۵ .۱۱۶

۰۴ .۱۱۷

۰۱۱۸ . نه.

۰۱۱۹ . نادرست.

۰۱ .۱۲۰

۰۲ .۱۲۱

۰۲ .۱۲۲

۰۵ .۱۲۳

۰۵ .۱۲۴

۰۲ .۱۲۵

۰۱۲۶ . درست.

۰۴ .۱۲۷

۰۷ .۱۲۸

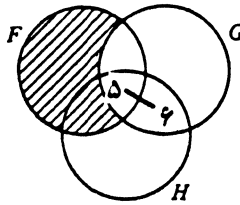
۰۶ .۱۲۹

۰۷.۱۳۰

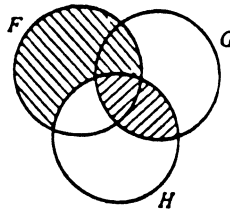
۱۳۱. نشده.

۱۳۲. نادرست.

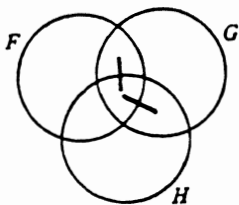
۱۳۳. نادرست، زیرا نمی توان مطمئن بود که چیزی مشترک در F و H وجود دارد. می دانیم که چیزی در ۵ یا ۶ موجود است، امانمی دانیم چیزی در ۵ موجود است.



مثال نقض. فرض می کنیم F : شوهران؛ G : مردان؛ H : عزبها باشد.
 تمام شوهرها مردند.
 بعضی مردها عزب اند.
 بنا براین، بعضی شوهرها عزب اند.
 مقدمات T اند، نتیجه F است.
 ۱۳۴. درست.

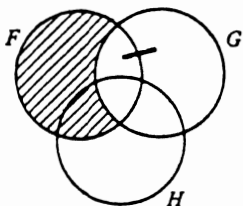


۱۳۵. نادرست. برای به دست آوردن مثال نقض، می توانیم باردیگر از F ، G ، و H شماره ۱۳۳ استفاده کنیم.



۱۳۶. نادرست. مانند ۱۳۵.

۱۳۷. نادرست. مثال نقض. فرض می‌کنیم F : شوهران؛ G : اشخاص ازدواج کرده؛ H : مردان.



فصل ۹ مرور و کاربرد

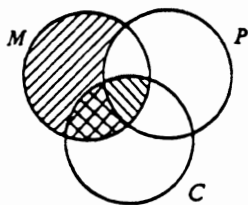
۱. دروغ.
۲. درست.
۳. نادرست.
۴. می‌تواند.
۵. راست.
۶. راست.
۷. دروغ.
۸. راست.
۹. راست.
۱۰. دروغ.
۱۱. نادرست.
۱۲. تعبیری.
۱۳. راست.

۱۴. دروغ.
 ۱۵. نمی دهد.
 ۱۶. نمودارهای ون.
 ۱۷. نتیجه.
 ۱۸. رسم نمودار.
 ۱۹. مشمول در.
 ۲۰. مقدمات.
 ۲۱. صحیح.
 ۲۲. تمام G ها F اند.
 ۲۳. (c).
 ۲۴. (b).
 ۲۵. (e).
 ۲۶. (a).
 ۲۷. (c).
 ۲۸. (a).
 ۲۹. (a).
 ۳۰. (a).
 ۳۱. (a).
 ۳۲. (b).
 ۳۳. نتیجه.
 ۳۴. نادرست.

تمام M ها P اند.

هیچ M ی C نیست.

بنابراین، هیچ P ی C نیست.



مثال نقض: فرض می‌کنیم M : مردان، P : انسان‌ها، و C : زنان، به‌دست می‌آوریم،

تمام مردان انسانند.

هیچ مردی زن نیست.

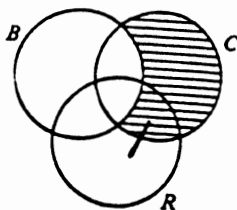
بنابراین، هیچ انسانی زن نیست.

۳۵. درست.

تنها B ها C اند = تمام C ها B اند.

بعضی R ها B نیستند.

بنابراین، بعضی R ها C نیستند.

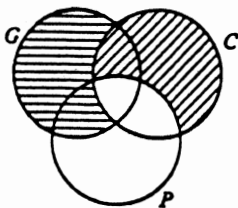


۳۶. درست.

تمام G ها C اند.

تمام C ها P اند.

بنابراین، تمام G ها P اند.

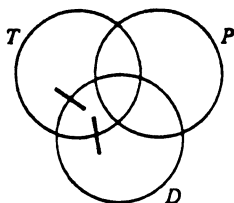


۳۷. نادرست.

بعضی T ها P نیستند.

بعضی نه P ها D اند = بعضی D ها P نیستند.

بنابراین، بعضی T ها D اند.



مثال نقض: T : مردان، P : معلمان، D : زنان.

بعضی مردان معلم نیستند.

بعضی اشخاصی که معلم نیستند زنند.

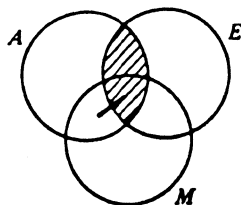
بنابراین، بعضی مردان زنند.

۳۸. نادرست.

هیچ A ئی E نیست.

بعضی M ها A هستند.

بنابراین، هیچ M ی E نیست.



مثال نقض: فرض می کنیم A : گربه ها، E : سگ ها، M : دست آموزها باشد.

فصل ۱۰: گزاره های مرکب

۱. نتایج عبارتند از:

A . روزنامه دروغ می گوید.

B . در آن زمان این قدر آدم قتل عام شدند.

C. جوزف درخانه است.
D. لیدیا در لینکلن پارک است.

C. ۰۲

D. ۰۳

B. ۰۴

A. ۰۵

۰۶. بله.

۰۷. بله.

۰۸. بله.

۰۹. بله.

۱۰. تمام مقدمات آن.

۱۱. نادرست.

۱۲. دروغ.

۱۳. راست.

۱۴. متفاوت از.

۱۵. گزاره.

۱۶. چیزی متفاوت از.

G. ۱۷

۱۸. یا ... یا.

F, E. ۱۹

۲۰. وزراء درباره اقدام اتحاد آتلانتیک شمالی در به وجود آوردن فضای انسانی بهتر آشکارانگران بودند. بعضی از وزراء از این ترس داشتند که مبادا دو ایده دیگر آقای نیکسون براندیشه شورای دائمی تفوق جوید.

۲۱. مرکب.

۲۲. مرکب.

۲۳. d, b را علامت درست بزنید.

۲۴. اعلامیه، بعضی از افکار رئیس جمهور را درباره آینده ناتو منعکس می‌کند، اما مسئولیت مستقیم هیچ‌یک از سه ایده او را در مورد تجهیزات اضافی اتحادیه نمی‌پذیرد.

۲۵. اگر دانشکده از بحث آشکار در مورد موضوع تحقیر اساسی دانشگاه خودداری کند، در این صورت برای همیشه از دفاع کردن از اصل رفع صلح‌آمیز منازعات عاجز خواهد بود.

۲۶. حیات‌مان با حمله از خارج پایان خواهد پذیرفت یا حیات‌مان با انقلاب از داخل پایان خواهد پذیرفت.

۲۷. به هیچ وجه گزاره نیست.

۲۸. a و g را علامت درست بزنید.

۲۹. ارتش علاقه بسیاری به حفظ نظم دارد، اما تدابیر استخدامی از نوع مک‌کارتی توجه کسی را جلب نخواهد کرد.

۳۰. سیاهان در این مملکت مشکلات بسیاری دارند که با مباحثات صلح‌آمیز برطرف نشده است و حتی در کلمبیا حماقت‌های وحشتناکی وجود داشته

که به نظر نمی‌رسد که هیچ تعداد سخن‌رانی مؤدبانه آن‌ها را تغییر دهد.

۳۱. تنها اگر دولت در مقابل اعتراض سیاهان مسئول باشد بحث‌هایی از این نوع تأثیر خواهد داشت. مؤلفه دیگر عبارت است از: «دولت در مقابل

اعتراض سیاهان مسئول است». (به خاطر داشته باشید، هر چیز را که مؤلفه

می‌نامید باید گزاره‌ئی که از عهده گزاره بودن خود برآید باشد. عبارت

«دولت در مقابل سیاهان مسئول باشد»، گزاره نیست.

۳۲. برای ده‌ها سال انسان‌ها از اقیانوس‌ها و آب‌های قابل کشتی‌رانی

به‌عنوان منطقه دمپینگ مجانی استفاده کرده‌اند. مؤلفه دیگر عبارت

است از: برای ده‌ها سال انسان‌ها از آب‌های قابل کشتی‌رانی به‌عنوان

منطقه دمپینگ مجانی استفاده کرده‌اند.

۳۳. برات مذکور صاحب یا عامل خود را تا ده میلیون دلار متعهد می‌کند.

مؤلفه دیگر عبارت است از: برات مذکور عامل خود را تا ده میلیون

دلار متعهد می‌کند.

۳۴. رابط.

۳۵. مرکب.
۳۶. مؤلفه.
۳۷. گزاره.
۳۸. مرکب.
۳۹. مرکب.
۴۰. مرکب.
۴۱. رابط.
۴۲. مؤلفه.
۴۳. گزاره.
۴۴. اولی «نه» درخود دارد و چیزی مخالف دومی مطرح می‌کند.
۴۵. نقیض‌های.
۴۶. مرکب.
۴۷. تحمیل تمرینات انضباطی عهد حجر توجه مردان جوان تحصیل کرده‌یی را که برای مجهز کردن يك ارتش مدرن لازم‌اند به‌خود جلب می‌کند.
۴۸. مرکبی.
۴۹. است.
۵۰. بله.
۵۱. G.
۵۲. E.
۵۳. G.
۵۴. نیست.
۵۵. نه.
۵۶. بله.
۵۷. راست نیست که طرح‌های نظامی‌ئی وجود دارند که ... (یا، طرح‌های نظامی‌ئی وجود ندارند که ...).
۵۸. مؤلفه‌های مبنائی.
۵۹. رابط‌ها: اما، نه.

مؤلفه‌ها: ارتش ... دارد.

تحویل روش‌های ... تحصیل کرده‌بی ... جلب می‌کند.

۶۰. رابطه‌ها: راست نیست که، یا.

مؤلفه‌ها: اومی تواند از فقدان آزادی در هاروارد شکایت کند.

اومی تواند از سوءعمل ... در هاروارد شکایت کند.

۶۱. رابطه‌ها: اگر، نه.

مؤلفه‌ها: هر يك از انواع موجودات آلی به طور طبیعی نوع خود را

با چنان نرخی تولید می‌کند که زمین به زودی از زادوولد يك

زوج منفرد پوشیده می‌شود.

مؤلفهٔ دوم: غالب اعضایش نابود می‌شوند.

۶۲. رابطه‌ها: و، نه، حتی، به طور جدی.

مؤلفه‌ها: انسان کند زادوولد طی ۲۵ سال دو برابر می‌شود. با این نرخ،

در کمتر از ۱۰۰۰ سال جابرای ایستادن اخلافش خواهدداشت.

فصل ۱۱ «و»، «یا»، و «نه».

۱. یا.

۲. جوزف درخانه است.

۳. جوزف در دفتر کارش است.

۴. نه.

۵. جوزف درخانه است.

۶. در لینکلن پارک است.

۷. همان.

۸. او پنج سال در زندان خواهد گذرانید یا ۱۰،۰۰۰ دلار جریمه خواهد

پرداخت.

او پنج سال در زندان نخواهد گذرانید.

بنابراین، ۱۰،۰۰۰ دلار جریمه خواهد پرداخت.

۹. یا، نه.
 ۱۰. دروغ.
 ۱۱. راست.
 ۱۲. ارزش راستی.
 ۱۳. F.
 ۱۴. T.
 ۱۵. مخالف.
 ۱۶. F.
 ۱۷. F.
 ۱۸. T.
 ۱۹. F.
 ۲۰. T.
 ۲۱. $\neg Q$
 ۲۲.

P	$\neg P$
T	F
F	T

۲۳. یا.
 ۲۴. بله.
 ۲۵. بله.
 ۲۶. بله.
 ۲۷. نه.
 ۲۸. P یا Q امانه‌ردو.
 ۲۹. نه.
 ۳۰. دو.

۳۱. P یا Q امانه هردو.

۳۲. جامع.

۳۳. مانع.

۳۴. مانع.

۳۵. P یا Q یا هردو.

۳۶. P یا Q یا هردو.

۳۷. Vel.

۳۸. P یا Q یا هردو.

۳۹. نه.

۴۰. گروه.

۴۱. مفهوم جامع «یا».

۴۲. یا.

۴۳. جوزف شناگر است.

جوزف دونده است.

۴۴. بله.

۴۵. بله.

۴۶. بله.

۴۷. نه.

۴۸. جامع.

۴۹. چهار.

۵۰. راست.

۵۱. هردو.

۵۲. بله.

۵۳. بله.

۵۴. بله.

۵۵. نه.

۵۶. F.

.F .۵۷

.۵۸ چهارم.

.F .۵۹

.F .۶۰

.T .۶۱

.T .۶۲

.T .۶۳

.F .۶۴

.T .۶۵

.F .۶۶

.T .۶۷

.T .۶۸

.F .۶۹

.F .۷۰

.F .۷۱

.۷۲ تنها.

۷۳. بناها از بتون آرمه استفاده خواهند کرد، یا ساختمان طی زلزله فرو خواهد ریخت.

.۷۴ نریزد.

.۷۵ احتمال.

.F .۷۶

.T .۷۷

.۷۸ نکنند.

.۷۹ ریزد.

.۸۰ احتمال.

.F .۸۱

.F .۸۲

۸۳. نریزد.

۸۴. چهار.

۸۵. جوزف شغل خوبی دارد.

جوزف همسرزیبائی دارد.

۸۶. نه.

۸۷. نه.

۸۸. بله.

۸۹. F.

۹۰. ۱.

۹۱. F.

۹۲. یا.

۹۳. نه.

۹۴. و.

۹۵. ۱.

۹۶. T.

۹۷. تنها.

۹۸. T.

۹۹. F.

۱۰۰. F.

۱۰۱. F.

۱۰۲. T.

۱۰۳. F.

۱۰۴. ندارد.

۱۰۵. دارد.

۱۰۶. F.

۱۰۷. T.

۱۰۸. F.

.T.۱۰۹

.F.۱۱۰

.F.۱۱۱

.T.۱۱۲

.F.۱۱۳

.۱۱۴

P	Q	$P \vee Q$	$P \& Q$	$\neg P$	$\neg Q$
T	T	T	T	F	F
T	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	F
F	F	F	F	T	T

۱۱۵. او ثروتمند یا بیرومند است.

۱۱۶. او ثروتمند و بیرومند است.

.۱۱۷

P	Q	$P \vee Q$	$Q \vee P$	$P \& Q$	$Q \& P$
T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	F	F

.۱۱۸ . نه.

.۱۱۹ . نیست.

.۱۲۰ . نه.

.۱۲۱ . نیست.

.۱۲۲ . *PVQ*.

.۱۲۳ . «اما».

.۱۲۴ . «و».

.۱۲۵ . یکسان.

.۱۲۶ . عاطف.

فصل ۱۲ جداول ارزش

.۱ . *PVQ*.— *P*.. *Q*، بنا بر این

.۲ . درست.

.۳ . راست.

.۴ . نادرست.

.۵ . روش تشخیص.

.۶ . جو درخانه است و در دفتر کارش نیست.

.۷ . احتمال.

.۸ . *F*..۹ . *T*.

.۱۰ . جو درخانه نیست، و در دفتر کارش است.

.۱۱ . *F*..۱۲ . *F*.

.۱۳ . جو درخانه نیست، و در دفتر کارش نیست.

.۱۴ . *T*.

- .F .۱۵
.۱۶ نه
.۱۷ نه
.۱۸ بله
.۱۹ نه
.۲۰ سوم
.F .۲۱
.۲۲ بله
.۲۳ بله
.۲۴ يك
.T .۲۵
.۲۶ بله
.T .۲۷
.F .۲۸
.۲۹ درست
.۳۰

P	Q	$P \vee Q$	$\neg Q$	P
T	T	T	F	T
T	F	T	T	T
F	T	T	F	F
F	F	F	T	F

.۳۱ بله

.۳۲ .۲۰۱

.۳۳ نه.

.۳۴ بله.

.۳۵ نه.

.۳۶ صورت استدلالی « $P \vee Q$ ، $\neg Q$ ، بنابراین P » درست است.

.۳۷ بله.

.۳۸ بله.

.۳۹ نه.

.۴۰ نه.

.۴۱

P	Q	$P \vee Q$	Q	$\neg P$
T	T	T	T	F
T	F	T	F	F
F	T	T	T	T
F	F	F	F	T

.۴۲ نه.

.B.۴۳

.۴۴ صورت استدلالی « P یا Q ، P ، بنابراین $\neg Q$ » درست نیست..۴۵ رابط‌های گزاره‌ای $P \vee Q$ — عبارتند از: \neg ، \vee .

.P.۴۶

.Q .۴۷

.-P .۴۸

.-Q .۴۹

.-P .۵۰

.-Q .۵۱

.-P .۵۲

.Q .۵۳

.۵۴ هر دو منفصل دروغ باشند.

.F .۵۵

.T .۵۶

.نه .۵۷

.T .۵۸

.۵۹ هر دو منفصل آن دروغ باشند.

.-P .۶۰

.Q .۶۱

.۲ .۶۲

.نه .۶۳

۶۴-۶۶. ۶۴ و ۶۶ صحیح اند. ۶۵ نیست، زیرا در سطر ۴، مقدمات T اند،

اما P، F می باشد.

P	Q	-P	-P ∨ Q	P	Q	-Q	P ∨ -Q	P	-P	-Q	-P ∨ -Q	Q	-P
T	T	F	T	T	T	F	T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	F	T	F	T	T	T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	T	F	F	F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	F	T	T	F	T	T	T	F	T

.۶۷ بله.

.نه .۶۸

.۶۹ متفاوت.

۷۰. یکسان.

۷۱. خط تیره.

۷۲. $\neg P$.۷۳. $\neg\neg P$.

۷۴. نه.

۷۵. بله.

۷۶. نه.

۷۷. بله.

۷۸-۸۳. به عنوان صحیح، ۷۹، ۸۰، ۸۱ را علامت بزینید.

۸۴. Q .۸۵. $\neg Q$.۸۶. Q .۸۷. $P \vee Q$.

۸۸-۹۳. به عنوان صحیح: ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۳ را علامت بزینید.

۹۴. بله.

۹۵. نمی توانید.

۹۶. نادرست.

۹۷.

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

درست، زیرا هر سطر که در آن مقدمه Q ، T است، $P \vee Q$ نیز T است.

P	Q	$P \vee Q$	Q
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	F	F

نادرست، زیرا در سطر ۲، مقدمه $P \vee Q$ ، T و نتیجه Q ، F است.
 ۹۹-۱۰۱. به عنوان صحیح: ۱۰۰، ۱۰۱ را علامت بزنیید.

۱۰۲.

P	Q	$P \vee Q$	$Q \vee P$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	F

۱۰۳. بله.

۱۰۴. نه.

۱۰۵. $P \& Q$ نیرومندتر از $P \vee Q$ است زیرا مورد اخیر تنها در سطر ۱، T است. گزاره اول در آنجا نیز T است. بنابراین $P \& Q \vdash P \vee Q$ اما

$P \vee Q$ در سطرهای ۳ و ۲ نیز T است، بنا بر این، $P \vee Q$ مستلزم $P \& Q$ نیست.

P	Q	$P \& Q$	$P \vee Q$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	F

۱۰۶. بله.

۱۰۷-۱۲۶. به عنوان صحیح: ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۴، ۱۲۵ را علامت بزنید.

فصل ۱۳ قوانین دومورگان

۱. $\neg \neg P$

۲. $\neg \neg Q$

۳. $\neg P$

۴. $\neg Q$

۵. $\neg P$

۶. $\neg (P \& Q)$

۷. متفاوت.

۸. $\neg P \& \neg Q$

۹. $\neg (P \& Q)$

۱۰. بله.

.۱۱ . نه

.۱۲ . بله

تکمیل کنید.

	T
F	T

.۱۳ . با:

.P .۱۴

.-Q .۱۵

.T .۱۶

.P .۱۷

.-Q .۱۸

.T .۱۹

.F .۲۰

.نه .۲۱

.۲۲ . نیستند.

.نه .۲۳

.بله .۲۴

.(d) .۲۵

.(e) .۲۶

.(c) .۲۷

.(f) .۲۸

.(b) .۲۹

.(h) .۳۰

.(g) .۳۱

.(a) .۳۲

.۳۳

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \& Q$	$\neg P \& Q$	$P \& \neg Q$	$\neg P \& \neg Q$
T	T	F	F	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F	F
F	F	T	T	F	F	F	T

$\neg(P \& Q)$	$\neg(\neg P \& Q)$	$\neg(P \& \neg Q)$	$\neg(\neg P \& \neg Q)$
F	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	T
T	T	T	F

.T.۳۴

.T.۳۵

.F.۳۶

. $\neg P \& \neg Q$.۳۷

.ن.۳۸

.B.۳۹

.(m).۴۰

.۴۱ (l)

.۴۲ (k)

.۴۳ (o)

.۴۴ (j)

.۴۵ (p)

.۴۶ (n)

.۴۷ (i)

.T ۴۸

.F ۴۹

.T ۵۰

.F ۵۱

.۵۲ معادل.

.۵۳ منطقاً معادل.

.۵۴ بله.

.۵۵ بله.

.۵۶ بله.

.۵۷ بله.

.۵۸ هر دو در تنها سطر ۴ ارزش T می گیرند.

.۵۹ هر دو در تنها سطر ۲ ارزش T می گیرند.

.۶۰ $-(\neg PV \neg Q)$

.۶۱ $\neg P$

.۶۲ Q

.۶۳ $\neg PV Q$

.۶۴ $\neg \neg PV \neg Q$

.۶۵ $\neg(\neg \neg PV \neg Q)$

.۶۶ $\neg(PV \neg Q)$

$$\cdot \neg (PV - Q) \cdot ۶۷$$

$$\cdot \neg (PV - Q) \cdot ۶۸$$

$$\cdot PV - Q \cdot ۶۹$$

$$\cdot P \cdot ۷۰$$

$$\cdot \neg Q \cdot ۷۱$$

$$\cdot \neg P \& \neg \neg Q \cdot ۷۲$$

$$\cdot \neg (\neg P \& \neg \neg Q) \cdot ۷۳$$

$$\cdot \neg (\neg P \& Q) \cdot ۷۴$$

$$\cdot PV - Q \cdot ۷۵$$

$$\cdot \neg (\neg P \& Q) \cdot ۷۶$$

$$\cdot \neg (\neg P \& Q) \cdot ۷۷$$

$$\cdot \neg \neg (\neg P \& Q) \cdot ۷۸$$

$$\cdot \neg P \& Q \cdot ۷۹$$

$$\cdot \neg (PV - Q) \cdot ۸۰$$

$$\cdot \neg P \& Q \cdot ۸۱$$

$$\cdot ۲۶ \cdot ۸۲$$

$$\cdot ۲۵ \cdot ۸۳$$

$$\cdot ۲۸ \cdot ۸۴$$

$$\cdot ۲۷ \cdot ۸۵$$

$$\cdot ۳۱ \cdot ۸۶$$

$$\cdot ۳۲ \cdot ۸۷$$

$$\cdot ۲۹ \cdot ۸۸$$

$$\cdot ۳۰ \cdot ۸۹$$

$$\cdot ۹۰ \text{ معادل}$$

$$\cdot ۹۱ \text{ منطقاً معادل}$$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \& Q$	$\neg(P \vee \neg Q)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	F	F

$$. \neg(\neg F \& D) . ۹۳$$

$$. FV - D . ۹۴$$

۹۵. او یا در امتحان مردود شد یا مورد تنفر آموزش گارش نبود.

$$. \neg(\neg R \& \neg T) . ۹۶$$

$$. RVT . ۹۷$$

۹۸. او مسئول است یا قابل اعتماد است (یا هر دو).

$$. \neg(\neg RV - E) . ۹۹$$

$$. R \& E . ۱۰۰$$

۱۰۱. گلیپ تودون خزنده‌یی ناموجود است.

$$. \neg(PV - R) . ۱۰۲$$

$$. \neg P \& R . ۱۰۳$$

۱۰۴. نقطه آغازی در زمان موجود نیست، و زمان توانائی بازگشت به عقب

را دارد.

$$. ۱۰۵ . \text{یکسان}$$

$$. T . ۱۰۶$$

$$. T . ۱۰۷$$

۱۰۸. درست.

۱۰۹. « Q ، بنا بر این P » درست است بدین معنی است که P هر جا Q ، T است
 T است، و این اگر P و Q منطقاً معادل باشند باید اتفاق بیفتد، زیرا
 اگر این دو معادل باشند و Q ، T باشد P نیز هست.

فصل ۱۴ تشکیل جداول ارزش

۱. صورت استدلالی « P ، بنا بر این Q » درست است.

۲. نه.

۳. بله.

۴-۱۴. $۱۳،۱۰،۶،۴$ را علامت درست بنویسید.

۱۵. $۱۳،۶$

۱۶. یا، یا، و، و.

۱۷. شیکاگو به فیلادلفیا باخت.

۱۸. $((M \& S) \vee (P \& H))$.

۱۹. (شیکاگو مونت رئال را شکست داد) و (یا به سنت لوئیز باخت) یا

(پیتز بورگ را شکست داد) و (به فیلادلفیا نیز باخت).

۲۰. $(M \& (S \vee P)) \& H$.

۲۱. یا شیکاگو مونت رئال را شکست داد و به سنت لوئیز باخت، یا،

پیتز بورگ را شکست داد؛ نیز، به فیلادلفیا باخت.

۲۲. (a).

۲۳. (b).

۲۴. (c).

۲۵. (d).

۲۶. $\neg P$.

۲۷. $\neg (P \vee Q)$.

۲۸. ترکیب فصلی.

۲۹. ترکیب فصلی.

۳۰. عطفی.

.T. ۳۱

.F. ۳۲

.PVQ. ۳۳

.RVS. ۳۴

.T. ۳۵

.T. ۳۶

.T. ۳۷

.T. ۳۸

.T. ۳۹

.F. ۴۰

.F. ۴۱

.T. ۴۲

.F. ۴۳

.T. ۴۴

.دو. ۴۵

.۴۶. يك

.دو. ۴۷

.۴۸. يك

.دو. ۴۹

.دو. ۵۰

.F. ۵۱

.دو. ۵۲

.T. ۵۳

.F. ۵۴

.دو. ۵۵

۵۶. دو برابر.

۵۷. چهار.

۵۸. هشت.

۵۹. هشت.

۶۰. ۱۶.

۶۱. چهار.

۶۲. هشت.

۶۳. ۱۶.

۶۴. ترکیب عطفی.

۶۵. $Q \vee R$.

۶۶. ترکیب فصلی.

۶۷. Q .

۶۸. R .

۶۹. مکان‌ها باید به‌طریق زیر پر شوند:

$-R$	$Q \vee -R$	$P \& (Q \vee -R)$
F	F	F
T	T	T
F	T	F
T	T	F
F	F	F
T	T	F

- .T .۷۰
- .F .۷۱
- .Q .۷۲
- .— R .۷۳
- .T .۷۴
- .F .۷۵
- .T .۷۶
- .F .۷۷
- .P .۷۸
- .QV— R .۷۹
- .T .۸۰
- .T .۸۱
- .T .۸۲
- .T .۸۳
- .F .۸۴
- .۸۵. ترکیب فصلی.
- .F .۸۶
- .F .۸۷
- .Q .۸۸
- .— R .۸۹
- .F .۹۰

فصل ۱۵ امتحان درستی

۸-۱، ۶ را خط بزینید.

۹-۱۶، ۱۳، ۱۴، ۱۶ را خط بزینید.

۱۷. « $P \rightarrow Q$ » بدین معنی است که صورت استدلالی « P ، بنا بر این Q »

درست است.

۱۸-۲۱. ۲۱، ۱۹، ۲۱ را خط بزینید.

۲۲-۲۶. ۲۶، ۲۵، ۲۴، ۲۳ را خط بزینید.

.T.۲۷

.T.۲۸

.T.۲۹

۳۰. نادرست، زیرا در سطر ۴ مقدمات T اند در حالی که نتیجه F است.

نتیجه مقدمه مقدمه

P	R	$\neg R$	$P \vee \neg R$	P
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	T	F

۳۱. درست، هر دو مقدمه تنها در سطر ۱، T اند. آنجا نتیجه نیز T است.

نتیجه مقدمه مقدمه

P	R	$\neg R$	$P \vee \neg R$	R	P
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T
F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	F	F

۳۲.۱ یا (دانشکده به سفارش ناظم دانشکده در لغو مجازات تحمیل شده بر پنج دانشجو احترام می‌گذارد (H))، یا (ناظم دانشکده (D) استعفاء می‌دهد). در واقع، (دانشجویان (S) تسلیم ناپذیر باقی می‌مانند)، اما (دانشکده به سفارش ناظم دانشکده احترام نمی‌گذارد). در نتیجه (ناظم دانشکده استعفاء می‌دهد) در حالی که (دانشجویان تسلیم ناپذیر باقی می‌مانند).

۲. $H \vee D$

$S \& \neg H$

$D \& S$ ، بنابراین

۳.

نتیجه مقدمه مقدمه

H	D	S	$\neg H$	$H \vee D$	$S \& \neg H$	$D \& S$
T	T	T	F	T	F	T
T	T	F	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	F
F	F	T	T	F	T	F
F	F	F	T	F	F	F

۴. درست، تنها در سطر ۵ هر دو مقدمه T اند و نتیجه نیز آنجا T است.

۱.۳۳. یا (جهان در لحظه‌ی ازمون آغاز شده (B))، یا (ازلی بوده است (F)). (خداوند (G) جهان را خلق کرده)، و (جهان آغاز معینی در زمان دارد). بنابراین، یا (خداوند جهان را خلق کرده)، یا (جهان ازلی بوده است).

.۲. $B \vee F$.

$G \& B$.

$G \vee F$ ، بنابراین

.۳

نتیجه مقدمه مقدمه

B	F	G	$B \vee F$	$G \& B$	$G \vee F$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	T	F	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	F	T
F	F	F	F	F	F

۴. درست. تنها در سطرهای ۱ و ۳ هر دو مقدمه T اند. در این سطور، نتیجه نیز T است.

۱.۳۴. یا (خداوند (G) جهان را خلق کرده)، یا (جهان ازلی بوده است (F)).

یا (جهان ازلی بوده است)، یا (جهان آغاز معینی در زمان دارد (B)).
 (جهان آغاز معینی در زمان دارد). در نتیجه، (جهان توسط خداوند
 خلق شده است).

GVF. ۰۲

FVB.

B.

G، بنابراین

۰۳

نتیجه مقدمه مقدمه مقدمه

G	F	B	$G \vee F$	$F \vee B$	G
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	F
F	T	F	T	T	F
F	F	T	F	T	F
F	F	F	F	F	F

۰۴. نادرست. در سطر ۵ تمام مقدمات T اند اما نتیجه F می باشد.
 ۰۳۵. ۰۱. آبل: یا (اودر ارتش نام نویسی (E) نکرده)، یا، (بعد از این همه،
 تصمیم نگرفته (R) که از جنگ اجتناب کند). کاین: در واقع، یا (در
 ارتش نام نویسی کرده) و (در ضمن تصمیم گرفته که از جنگ اجتناب

کند))، یا (خیلی ساده فکر نکرده (T) که چه کار می کند). آبل:
بنابراین (خیلی ساده فکر نکرده که چه کار می کند).

$$-EV - R. ۲$$

$$(E \& R) \vee -T.$$

$$-T. ، بنا بر این$$

.۳

نتیجه مقدمه مقدمه

E	R	T	-E	-R	-T	E & R	-E ∨ -R	(E & R) ∨ -T	-T
T	T	T	F	F	F	T	F	T	F
T	T	F	F	F	T	T	F	T	T
T	F	T	F	T	F	F	T	F	F
T	F	F	F	T	T	F	T	T	T
F	T	T	T	F	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	F	T	F	F

۴. درست. تمام مقدمات در سطرهای ۴، ۶، ۸، T اند. اما نتیجه نیز در

این سطرها T است.

۳۶. مشمول در مقدمات.

۳۷. صحیح.

۳۸. درست.

۳۹. T.

۴۰. F.

۴۱. چهار.

۴۲. FF.

۴۳. نه.

۴۴. نه حیات در مریخ، اما حیات در زهره.

۴۵. نه حیات در مریخ یا زهره.

۴۶. هستند.

۴۷. تعبیری.

۴۸. F.

۴۹. نه.

۵۰. F.

۵۱. درست.

۵۲. نادرست.

۵۳. ۳.

۵۴. ۴.

۵۵. F.

۵۶. نادرست.

۵۷. T.

۵۸. F.

۵۹. تعبیری.

۶۰. F.

۶۱. بله.

۶۲. دروغ.

۶۳. بله.

۶۴. مقدمه T است اگر $Q = T, P = F$. اما نتیجه دروغ است. بنا بر این

مثال نقضی با قرار دادن P به جای قضیه‌ی دروغ، و Q به جای قضیه‌ی

راست تشکیل دهید. به عنوان مثال، فرض می‌کنیم P: مریخ بزرگتر

از زمین است؛ Q: مریخ کوچکتر از زمین است.

۶۵. مقدمه T است اگر هم P هم Q، T باشند و نتیجه F است. برای مثال

نقض، فرض می‌کنیم P: لینکلن آمریکائی بود؛ Q: چرچیل انگلیسی بود.

۶۶. هر مثال که در آن P، T و Q، F باشد مثال نقض است.

۶۷. اند.
۶۸. بله.
۶۹. ضعیف تر
۷۰. (c).
۷۱. (b).
۷۲. (a).
۷۳. $P \& Q | - Q \vee P$.
۷۴. $P \vee Q$.
۷۵. تبدیل.
۷۶. تبدیل.
۷۷. دومورگان.
۷۸. دومورگان در مورد منفصل آخر به کار رفته است.

فصل ۱۶ رابط‌های تابع ارزش

۱. عطفی.
۲. آن مرد هدیه‌یی برای آن زن آورد.
۳. آن زن از او تشکر نکرد.
۴. نفیض.
۵. آن زن از او تشکر کرد.
۶. T.
۷. T.
۸. بله.
۹. بله.
۱۰. بله.
۱۱. بله.
۱۲. زیرا.

- ۰.۱۳. و.
- ۰.۱۴. بله.
- ۰.۱۵. مؤلفه‌ها.
- ۰.۱۶. ارزش راستی مؤلفه‌های مرتبطه.
- ۰.۱۷. لیدیا مهربان است.
- ۰.۱۸. نیستیم.
- ۰.۱۹. نشده.
- ۰.۲۰. نه.
- ۰.۲۱. بله.
- ۰.۲۲. T.
- ۰.۲۳. F.
- ۰.۲۴. بله.
- ۰.۲۵. بله.
- ۰.۲۶. T.
- ۰.۲۷. T.
- ۰.۲۸. F.
- ۰.۲۹. T.
- ۰.۳۰. T.
- ۰.۳۱. به‌طور منحصر به فردی.
- ۰.۳۲. ترکیب.
- ۰.۳۳. دوم.
- ۰.۳۴. اول.
- ۰.۳۵. داستان اول: جوزف ابله‌است، اما در امتحان قبول شده، زیرا آموزگار او را دوست دارد، و دلیل دیگری در دست نیست.
- داستان دوم: جوزف بی تردید یک محصل درجه یک است. آموزگار او را دوست دارد، اما به این دلیل نیست که قبول شده است.

در هر دو داستان، مؤلفه‌ها T اند، اما ارزش راستی گزاره مرکب از آن‌ها تعیین نمی‌شود، زیرا در داستان اول، گزاره مرکب T است، درحالی‌که این گزاره در داستان دوم F می‌باشد.

.۳۶. T

.۳۷. T

.۳۸. T

.۳۹. T

.۴۰. T

.۴۱. T

.۴۲. F

.۴۳. T

.۴۴. معین.

.۴۵. تابع ارزش.

.۴۶. F

.۴۷. T

.۴۸. مقدم: ۷ درصد اعتبار مالیاتی سرمایه‌گذاری کنونی ادامه می‌یابد.

تالی: نائل شدن به هم‌آهنگی نژادی حتی از حال حاضر مشکل‌تر خواهد شد.

.۴۹. استدلالات.

.۵۰. گزاره‌های اگر، در این صورت.

.۵۱. تالی.

.۵۲. مقدمه.

.۵۳. نتیجه.

.۵۴. نه.

.۵۵. نه.

.۵۶. آدام بسیار وظیفه‌شناس است. او سعی دارد بی‌توجه به آنچه اتفاق

می افتد سرکار بماند. او تنها اگر خیلی مریض باشد به منزل می رود.
بنا بر این اگر آدام برای استراحت به منزل رفته، مریض بوده است:
 H, T است. اما حتی اگر مریض بوده، امکان دارد به منزل نرفته باشد:
 F, G است.

۵۷. نمی توانیم.

۵۸. مقدم: جوزف در ژانویه امسال ماری جوانا می کشد.

تالی: تاکریسمس معتاد خواهد شد.

۵۹. F.

۶۰. F.

۶۱. مقدم.

۶۲. T.

۶۳. تالی.

۶۴. F.

۶۵. گزاره مرکب.

۶۶. F.

۶۷. نه.

۶۸. F.

۶۹. نه.

۷۰. تالی.

۷۱. مقدم.

۷۲. F.

۷۳. F.

۷۴. F.

۷۵. تابع ارزش.

۷۶. انتخاباتی برگزار می شود.

۷۷. هرج و مرج داخلی به وجود می آید.

۷۸. F

.F. ۷۹

.بله. ۸۰

.F. ۸۱

.T. ۸۲

.بله. ۸۳

.بله. ۸۴

.F. ۸۵

.F. ۸۶

.F. ۸۷

.F. ۸۸

.T. ۸۹

.F. ۹۰

.F. ۹۱

.۹۲. تابع ارزش.

۹۳. مثال. داستان اول: او با دختر رئیس قرار ملاقات داشته و به او اخطار شده اگر این وضع ادامه یابد اخراج خواهد شد. تهدید فوق تو خالی نیست، لذا قرار گذاشتن با دختر را متوقف می کند و اخراج نمی شود. در این صورت هر دو مؤلفه F اند، و ترکیب با اینهمه T می باشد.

داستان دوم: برعکس، مرد مورد بحث در خطر از دست دادن کارش نیست. چه خیلی ساده از دختر خسته می شود و رهايش می کند. در این حالت هر دو مؤلفه F اند، در حالی که گزاره مرکب نیز F می باشد.

۹۴. «اگر، در این صورت» تابع ارزش نیست زیرا ارزش راستی ترکیب آن توسط ارزش های راستی F، F، مؤلفه ها به طور منحصر به فرد تعیین نشده است.

.F. ۹۵

.بله. ۹۶

- .T .۹۷
- .F .۹۸
- .F .۹۹
- .T .۱۰۰
- .F .۱۰۱
- .۱۰۲ .چهار.
- .۱۰۳ .بله.
- .۱۰۴ .بله.
- . $N \rightarrow M$.۱۰۵
- . $-NVM$.۱۰۶
- .۱۰۷ .بله.
- .۱۰۸ .است.
- .۱۰۹ .نیست.
- .T .۱۱۰
- .T .۱۱۱
- .T .۱۱۲
- .F .۱۱۳
- .T .۱۱۴
- .T .۱۱۵
- .T .۱۱۶
- .T .۱۱۷
- .F .۱۱۸
- .F .۱۱۹
- .F .۱۲۰
- .T .۱۲۱
- .F .۱۲۲
- .T .۱۲۳

فصل ۱۷ شرطی

۱. $D \rightarrow M$.

۲. $A \rightarrow C$.

۳. $(C \& P) \vee (\neg C \& R)$.

۴. $A \rightarrow (E \vee M)$.

۵. $(C \rightarrow B) \& (\neg C \rightarrow H)$.

۶. اگر هواپیما سقوط کرده باشد، در این صورت گروه نجات خلبان را پیدا کرده است.

۷. اگر اجساد مسافرین مشخص نشده باشد، در این صورت گروه نجات خلبان را پیدا کرده است.

۸. اگر گروه نجات خلبان را پیدا کرده باشد، در این صورت اجساد مسافرین مشخص نشده است.

۹. اگر گروه نجات خلبان را پیدا نکرده باشد، در این صورت یا هواپیما سقوط کرده یا اجساد مسافرین مشخص نشده است.

۱۰. اگر گروه نجات خلبان را پیدا نکرده باشد، در این صورت اگر هواپیما سقوط نکرده باشد، اجساد مسافرین مشخص نشده است.

۱۱. P, T و Q, F است.

۱۲. T, F .

۱۳. T, T .

۱۴-۱۷ و ۱۶ را علامت بزنید.

۱۵ نادرست است زیرا وقتی Q, T و P, F باشد، مقدمه راست

و نتیجه دروغ است.

۱۷ نادرست است (فرض کنید $P = F, Q = F$).

۱۸. $\neg H \vee A$.

بنابراین، $H \rightarrow A$.

H	A	$\neg H$	$\neg H \vee A$	$H \rightarrow A$
T	T	F	T	T
T	F	T	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

درست.

۱۹. $H \rightarrow A$.

بنابراین، $\neg H \vee A$.

درست. همان جدول ۱۸.

۲۰. $J \rightarrow S$.

$W \rightarrow S$.

بنابراین، $W \vee J$.

J	S	W	$J \rightarrow S$	$W \rightarrow S$	$W \vee J$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F

نادرست.

$$\cdot -P \rightarrow -M \cdot ۲۱$$

$$\cdot -P \rightarrow B$$

$$\cdot -P \rightarrow (-M \& B), \text{ بنا بر این،}$$

P	M	B	$-P$	$-M$	$-M \& B$	$-P \rightarrow -M$	$-P \rightarrow B$	$-P \rightarrow (-M \& B)$
T	T	T	F	F	F	T	T	T
T	T	F	F	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T	F	F

درست.

$$\cdot B \rightarrow A \cdot ۲۲$$

$$\cdot -(B \& -A), \text{ بنا بر این،}$$

B	A	$-A$	$(B \& -A)$	$B \rightarrow A$	$-(B \& -A)$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	T	T

درست.

$$\cdot A \cdot ۲۳$$

.B .۲۴

.A .۲۵

.B .۲۶

.۲۷ یکسان.

. $P \rightarrow Q$.۲۸

.۲۹ مقدم.

.۳۰

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

.۳۱ نه.

.۳۲ یکسان.

.۳۳ بله.

.F .۳۴

. $R \leftrightarrow P$.۳۵

.۳۶ نه.

. $P \rightarrow R$.۳۷

.۳۸ اگر و تنها اگر.

.۳۹ اگر.

. $P \rightarrow R$.۴۰

. $R \rightarrow P$.۴۱

.(f)،(e) .۴۲

.(g)،(d) .۴۳

۴۴. «اگر P در این صورت Q »

۴۵. «تنها اگر P ، Q »

۴۶. «تنها G ها F اند.»

. $R \rightarrow C$.۴۷

. $B \rightarrow C$.۴۸

. $E \rightarrow P$.۴۹

۵۰. جوزف سخت تر از سال پیش کار کرده است.

۵۱. ایو ثروتمند است.

۵۲. « P — مگر اینکه Q »

.(e)،(a) .۵۳

.(d)،(b) .۵۴

.(f)،(c) .۵۵

. $\neg F \rightarrow R$.۵۶

. $\neg N \rightarrow M$.۵۷

. $R \rightarrow D$.۵۸

. $\neg A \rightarrow J$.۵۹

.(e) .۶۰

.(j) .۶۱

.(c) .۶۲

.(a) .۶۳

.(m) .۶۴

.(f) .۶۵

.(d) .۶۶

.۶۷.(k)

.۶۸.(g)

.۶۹.(i)

.۷۰.(h)

فصل ۱۸ استنتاج

۱. قابل تعویض بایکدیگر.

.P .۲

.۳ تعادل.

.۴. $-(-P \& -Q)$.۵. $P \vee -Q$.۶. $Q \& P$.۷. $Q \vee P$.۸. $P \vdash P \vee Q$ ، $Q \vdash P \vee Q$.۹. $P, Q \vdash P \& Q$. $P \& Q \vdash P$. $P \& Q \vdash Q$

۱۰-۱۵. ناصحیح: ۱۱، ۱۲، ۱۴.

۱۶-۲۳. ناصحیح: ۱۶، ۱۷، ۲۱، ۲۲.

.۲۴.(b)

.۲۵.(a)

.۲۶.(d)

.۲۷.(f)

.۲۸.(g)

.۲۹.(e)

.۳۰.(c)

.۳۱.T

.F.۳۲

.۳۳. P, T باشد، Q, F باشد.

.۳۴. معادل.

.Q.۳۵

.Q.۳۶

.P→Q.۳۷

.¬PVQ.۳۸

.¬(P&¬Q).۳۹

.¬(P&¬Q).۴۰

.T.۴۱

.F.۴۲

.¬(¬P&¬Q).۴۳

.Q&¬P.۴۴

.¬P&¬Q.۴۵

.۴۶

.۴۷

P	Q	P→Q	¬Q→¬P
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

.P→¬Q.۴۱

۴۹. $Q \rightarrow P$

۵۰. $\neg (RVP) \rightarrow Q$

۵۱. فاصل-پیکان $1. \neg P \rightarrow \neg Q \vdash \neg PV \neg Q$

۲. « $\vdash PV \neg Q$ نقیض دو گانه

۳. « $\vdash \neg QVP$ تبدیل

۴. « $\vdash Q \rightarrow P$ فاصل-پیکان

۵۲. دومین.

۵۳. دومورگان.

۵۴. عکس نقیض.

۵۵. انفصال.

۵۶. دومورگان.

۵۷. ترکیب عطفی.

۵۸. تضعیف.

۵۹. فاصل-پیکان.

۶۰. ترکیب عطفی.

۶۱. دومورگان.

۶۲. انفصال.

۶۳. P

۶۴. $P \rightarrow Q$

۶۵. R

۶۶. $Q \rightarrow R$

۶۷. عکس نقیض.

۶۸. انفصال.

۶۹. انفصال.

۷۰. $\neg (PVQ) \rightarrow \neg R, R \vdash R \rightarrow (PVQ)$

« $\vdash PVQ$

دلایل هر مرحله را خود به دست دهید.

$$\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg R, R \vdash \neg(\neg P \& \neg Q). \quad .\gamma 1$$

$$\neg P \rightarrow \neg Q, P \rightarrow R, Q \vdash Q \rightarrow P. \quad .\gamma 2$$

$$\text{» } \vdash P.$$

$$\text{» } \vdash R.$$

$$(P \vee Q) \rightarrow \neg R \vdash R \rightarrow \neg(P \vee Q). \quad .\gamma 3$$

$$\text{» } \vdash R \rightarrow (\neg P \& \neg Q).$$

$$P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q. \quad .\gamma 4$$

$$\text{» } \vdash Q \vee \neg P.$$

$$\text{» } \vdash \neg(\neg Q \& P).$$

$$(\neg P \vee \neg Q) \vee R, P \& Q \vdash \neg(\neg P \vee \neg Q). \quad .\gamma 5$$

$$\vdash R.$$

$$.88, 85, 84, 79, 77, 76, 89-76$$

فصل ۱۹ اثبات شرطی

۱. صورت استدلالی « P, Q ، بنا بر این R » درست است.

.F. ۲

.۳. بله.

.۴. بله.

.۵. نه.

.۶. بله.

.Q. ۷

۸. اگر P ، در این صورت Q .

.Q. ۹

.۱۰. $P \rightarrow Q$.

.۱۱. درست.

.P. ۱۲

۱۳. $P \rightarrow Q$.
۱۴. $Q \rightarrow R$.
۱۵. $Q \rightarrow R$.
۱۶. $Q \rightarrow R$.
۱۷. $P \rightarrow R$.
۱۸. اثبات شرطی.
- ۱۹-۲۳. ۲۰، ۲۲ را خط بزینید.
۲۴. Q .
۲۵. $P \rightarrow Q$.
۲۶. نیستند.
۲۷. مقدمه، انفصال.
۲۸. اثبات شرطی.
۲۹. بله.
۳۰. نه.
۳۱. صورت استدلالی « P ، $P \rightarrow (P \rightarrow Q)$ ، $P \rightarrow Q$ » بنا بر این « $P \rightarrow Q$ » درست است.
۳۲. صورت استدلالی « P ، $P \rightarrow (P \rightarrow Q)$ ، $P \rightarrow Q$ » بنا بر این « $P \rightarrow Q$ » درست است.
۳۳. نه.
۳۴. اثبات شرطی.
۳۵. اثبات شرطی.
۳۶. $Q \rightarrow R$.
۳۷. $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$.
۳۸. P .
۳۹. $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$.
۴۰. انفصال از P ، $P \rightarrow R$.
۴۱. انفصال از P ، $P \rightarrow Q$.
۴۲. اثبات شرطی.
۴۳. اگر آن مرد بیمار است، در این صورت به بیمارستان می‌رود و به‌دکتر

نیاز دارد.

۴۴. QVP .

۴۵. $Q\&P$.

۴۶. جوزف را می بیند.

۴۷. منفصل

۴۸-۵۲. ۵۱ را خط بزنی.

۵۳. ترکیب عطفی بر مقدمه $P\&Q$.

۵۴. ۱، تضعیف.

۵۵. ۲، مقدمه، انفصال.

۵۶. اثبات شرطی.

۵۷. نه. (سطر $P=T$ ، $Q=F$ ، $R=F$ ، نشان می دهد نادرست است.)

۵۸. $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$.

۵۹. بیگان.

۶۰. اثبات شرطی.

۶۱. بالا.

۶۲. $P \rightarrow R$.

۶۳. \rightarrow (بیگان).

۶۴. اثبات شرطی.

۶۵. $Q \rightarrow R$.

۶۶. Q .

۶۷. انفصال.

۶۸. انفصال.

۶۹. انفصال. $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ ، $P \rightarrow Q$ ، $P \vdash R$.

۷۰. اثبات شرطی. $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ ، $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow R$.

۷۱. اثبات شرطی. $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$.

۷۲-۷۹. صحیح: ۷۲، ۷۳، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹.

۸۰. ترکیب عطفی.

فصل ۲۰ صادقها

۱. اگر نتیجه گرفته باشیم که $P, Q \vdash R$ ، در این صورت $P \vdash Q \rightarrow R$.

۲. F.

۳. T.

۴.

P	$P \rightarrow P$
T	T
F	T

۵. نه.

۶. F.

۷. درست.

۸. F.

۹. F.

۱۰. تعادل فاصل-پیکان.

۱۱.

P	$\neg P$	$P \vee \neg P$
T	F	T
F	T	T

۱۲. نه.

۱۳-۱۶ و ۱۳ صادقند.

۱۷. عینیت.

۱۸. اثبات شرطی.

۱۹. ترکیب عطفی.

۲۰. اثبات شرطی.

۲۱. دومورگان.

۲۲. فاصل-پیکان.

۲۳. فاصل-پیکان.

۱. $P \& (-Q \rightarrow -P) \vdash P$. ۲۴. ترکیب عطفی.

۲. » $\vdash -Q \rightarrow -P$. ترکیب عطفی.

۳. » $\vdash P \rightarrow Q$. عکس نقیض.

۴. » $\vdash Q$. انفصال با استفاده از ۱، ۳.

۵. » $\vdash (P \& (-Q \rightarrow -P)) \rightarrow Q$. اثبات شرطی.

۲۵. « Q ، بنابراین P » درست است مگر اینکه سطری وجود داشته باشد که

در آن Q ، T و P ، F است. اما از آنجا که P صادق است، سطری که

در آن P ، F باشد موجود نیست.

۲۶. دو.

۲۷. T .

۲۸. F .

۲۹. F .

۳۰. T .

۳۱. صادق.

۳۲. T .

۳۳. F .

۳۴. درست.

۳۵. اگر P ، Q ، R ، بنابراین S درست باشد، سطری موجود نیست که در

آن P ، Q ، و R همه T بگیرند و S ، F بگیرد. در نتیجه:

$S \rightarrow ((P \& Q) \& R)$ هیچگاه F نمی گردد و صادق است.
از طرف دیگر، اگر $S \rightarrow ((P \& Q) \& R)$ صادق باشد، سطری وجود ندارد که در آن S، F و $(P \& Q) \& R$: T بگیرد. در نتیجه، سطری موجود نیست که در آن P، Q، و R همه T بگیرند در حالی که S، F می گیرد. بنابراین، $S \vdash P, Q, R$.

۳۶. T.

۳۷. یکسان.

۳۸. اگر P و Q منطقاً معادل باشند، در هر سطر ارزش های راستی یکسان می گیرند. در نتیجه، $P \leftrightarrow Q$ هیچ گاه در هیچ سطری F نمی گیرد، و بنابراین $P \leftrightarrow Q$ صادق است.

از طرف دیگر، اگر $P \leftrightarrow Q$ صادق باشد، هیچگاه در هیچ سطری F نمی گیرد. در نتیجه، P و Q هیچگاه در هیچ سطری در ارزش راستی تفاوت ندارند، بنابراین P و Q منطقاً معادند.

۳۹

P	-P	P & -P
T	F	F
F	T	F

۴۰. بله.

۴۱. نه.

۴۲-۴۴. ۴۲ و ۴۳ کاذبند.

۴۵. صادق در هر سطر T می گیرد. بنابراین نقیض آن در هر سطر F می گیرد و بنابراین کاذب است. به همین ترتیب نقیض کاذب در هر سطر T می گیرد و به این ترتیب صادق است.

۴۶. کاذب.
۴۷. است.
۴۸. P - کاذب نیست.
۴۹. $P \rightarrow Q$.
۵۰. از اسکار می پرسیم آیا $(P \rightarrow Q) -$ ، که در آن P مقدمه، و Q نتیجه صورت استدلالی مان است، کاذب است یا خیر.
۵۱. $P \leftrightarrow Q$.
۵۲. صادق.
۵۳. می پرسیم آیا دو شرطی آنها صادق است یا خیر.
۵۴. صادق.
۵۵. T .
۵۶. یکسان.
۵۷. T .
۵۸. صادق.
۵۹. اگر بخواهیم بدانیم Q صادق است یا نه، از پارد می پرسیم آیا $(P \vee P) \leftrightarrow Q$ صادق است یا خیر.
۶۰. می تواند.
۶۱. نه.
۶۲. بله.
۶۳. می پرسیم آیا $(P \vee P) \leftrightarrow Q -$ صادق است یا خیر. یا می پرسیم: آیا $(P \& - P) \leftrightarrow Q$ صادق است یا خیر.
۶۴. نه.
۶۵. نه.
۶۶. A .
۶۷. T .
۶۸. T .
۶۹. یکسان.

- ۷۰. یکسان.
- ۷۱. معادل.
- ۷۲. F.
- ۷۳. T.
- ۷۴. کاذب.
- ۷۵. راست.
- ۷۶. صادق.
- ۷۷. نه.
- ۷۸. بله، دوشرطی راست است.
- ۷۹. نه، دوشرطی راست نیست.
- ۸۰. F.
- ۸۱. راجر. (او می تواند هرچه را که می خواهید بدانید بگوید!)
- ۸۲. T.
- ۸۳. F.
- ۸۴. T.
- ۸۵. T.
- ۸۶. F.
- ۸۷. T.
- ۸۸. T.
- ۸۹. F.
- ۹۰. T.
- ۹۱. T.
- ۹۲. T.
- ۹۳. F.
- ۹۴. F.
- ۹۵. T.
- ۹۶. T.

۰۹۷ F (زیرا Q نیز می‌تواند کاذب باشد).

۰۹۸ F.

۰۹۹ T.

۱۰۰ نه.

۱۰۱ سازگار.

۱۰۲ T.

۱۰۳.

P	Q	$P \vee Q$	$\neg P \& \neg Q$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

ناسازگار.

۱۰۴.

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	R
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F

سازگار. در سطرهای ۱، ۵، و ۷ هر سه گزاره ارزش T می گیرند.

۱۰۵

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	$P \& \neg R$
T	T	T	T	T	F
T	T	F	F	F	T
T	F	T	T	T	F
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	F
F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	F

ناسازگار. سطری که در آن هر سه ارزش T بگیرند وجود ندارد.

۱۰۶

P	Q	R	$\neg P \vee Q$	$\neg Q \vee R$	$\neg R \vee P$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	T

سازگار. درسطرهای ۸۹۱ هر سه گزاره ارزش T می گیرند.

$$W \rightarrow M.$$

.۱۰۷

$$M \rightarrow N.$$

$$W \rightarrow \neg N.$$

W	M	N	$W \rightarrow M$	$M \rightarrow N$	$W \rightarrow \neg N$
T	T	T	T	T	F
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

سازگار. درسطرهای ۸۹۵ هر سه گزاره ارزش T می گیرند.

$$P \rightarrow A.$$

.۱۰۸

$$A \rightarrow S.$$

$$\neg S.$$

P	A	S	$P \rightarrow A$	$A \rightarrow S$	$\neg S$
T	T	T	T	T	F
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	T

سازگار. در سطر ۸ هر سه گزاره ارزش T می گیرند.

$$B \vee \neg C.$$

.۱۰۹

$$C \rightarrow G.$$

$$\neg G \rightarrow \neg B.$$

$$G \rightarrow \neg B.$$

B	C	G	$B \vee \neg C$	$C \rightarrow G$	$\neg G \rightarrow \neg B$	$G \rightarrow \neg B$
T	T	T	T	T	T	F
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	T	T	F
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T

سازگار. در سطرهای ۸۹۷ هر سه گزاره ارزش T می گیرند.

۱۱۰. $\neg S$.

$\neg S \rightarrow G$.

S .

G .

ناسازگار، زیرا حتی S و $\neg S$ — ناسازگارند.

۱۱۱. ناسازگار.

۱۱۲. سازگار.

۱۱۳. نکردیم.

۱۱۴. نه.

۱۱۵. بله.

۱۱۶. نیستند.

۱۱۷. نه.

۱۱۸. «مقدمات» را به «گزاره‌ها» تغییر دهید.

۱۱۹. نه.

۱۲۰. تالی.

۱۲۱. مقدم.

فصل ۲۱ تحویل به محال

۱. صورت استدلالی « P ، بنابراین Q » درست است.

۲. T.

۳. نه.

۴. نه.

۵. F.

۶. باید جنایتکاران محکوم، به خاطر اینکه جانیان احتمالی دیگر بترسند، اعدام

شوند.

- .F .۷
- .F .۸
- .F .۹
- .۱۰ . نتیجه.
- .۱۱ . مقدمه‌ها.
- .T .۱۲
- .F .۱۳
- .T .۱۴
- .F .۱۵
- .T .۱۶
- .T .۱۷
- .۱۸ . درست.
- .۱۹ . عکس نقیض.
- .۲۰ . انفصال.
- .۲۱ . زمین گرد نیست.
- .۲۲ . بله.
- .۲۳ . بله.
- .۲۴ . مقدمه‌ی دروغ که مردم خواهند افتاد موجود است.
- .۲۵ . فیزیک.
- .۲۶ . نیست.
- .۲۷ . صادق.
- .۲۸ . کاذب.
- .F .۲۹
- .T .۳۰
- .۳۱ . محال.
- .۳۲ . دروغ.
- .F .۳۳

۳۴. $Q - QV$.

۳۵. عکس نفیض $P \rightarrow Q$.

۳۶. عکس نفیض $P \rightarrow -Q$.

۳۷. نفیض دو گانه، ۳.

۳۸. قاعده منفصل، ۲، ۴.

۳۹. انفصال، ۱، ۵.

۴۰. F.

۴۱.

P	$-P$	$P \rightarrow -P$	$-P$
T	F	F	F
F	T	T	T

۴۲. رابط تابع ارزش چنان رابط گزاره‌ئی بی است که ارزش راستی ترکیب بناشده از استعمال آن رابط توسط ارزش‌های راستی مؤلفه‌های به هم مربوط شده توسط آن رابط به طور منحصر به فرد معین شود.

۴۳. و؛ یا؛ نه این، نه آن؛ نه؛ چنین نیست که.

۴۴. مقدمه گزاره‌ئی است که شخص از آن در استدلال نتایج را استخراج می‌کند؛ مقدم مؤلفه اول در گزاره شرطی یا «اگر، در این صورت» است.

۴۵. صادق در هر سطر جدول ارزشش T می‌گیرد.

۴۶. کاذب در هر سطر جدول ارزشش F می‌گیرد.

۴۷. نه.

۴۸. اگر P همواره ارزش F بگیرد، در این صورت $P \rightarrow Q$ همواره ارزش

T می‌گیرد.

۴۹. به همین ترتیب، اگر Q همواره ارزش T بگیرد، $P \rightarrow Q$ نیز می‌گیرد.

۵۵. وقتی تمامشان نتوانند در آن واحد ارزش T بگیرند.
۵۱. اگر مقدمات همواره ارزش F بگیرند، استدلال هیچگاه نمی‌تواند مقدمات T و نتیجه F بگیرد، و بنا بر این درست است.
۵۲. مقدمات به‌طور هم‌زمان نمی‌توانند T باشند.
۵۳. تعبیری که در آن مقدمات T و نتیجه F باشد.
۵۴. اگر R همواره ارزش T بگیرد، در این صورت در جدول ارزش سطری با T بودن مقدمات P ، Q درحالی که نتیجه R ، F باشد موجود نیست.
۵۵. باید مثالی به‌دست دهید که در آن ارزش‌های راستی مؤلفه‌ها ارزش‌های راستی نتیجه را به‌طور منحصر به‌فرد معین نمی‌کنند. از فصل ۱۶ کمک بگیرید.
۵۶. برای تبدیل ترکیب فصلی به عطفی: به‌جای فاصل عاطف قرار دهید، در رجلو مؤلفه‌ها و ترکیب علامت نقیض بگذارید، بعد نقیض‌های دوگانه را حذف کنید. به‌همین ترتیب در تبدیل عطفی به فصلی، به‌جای عاطف فاصل قرار دهید و مانند فوق عمل کنید.
۵۷. اگر P و Q هیچگاه در ارزش راستی تفاوت نکنند، $P \leftrightarrow Q$ همواره ارزش T می‌گیرد.
۵۸. اگر $P \vdash Q$ ، در این صورت اگر P ، T باشد، Q نیز T است. اگر $Q \vdash P$ ، در این صورت اگر Q ، T باشد، P نیز هست. در نتیجه، P ، T است اگر و تنها اگر Q ، T باشد. در نتیجه، این دو هیچگاه در ارزش راستی تفاوت نمی‌کنند و منطقیاً معادلند.
۵۹. اطمینان حاصل کنید که مثالان مقدمه‌ی دروغ دارد. مثال: تمام سگ‌ها گر به‌اند؛ تمام سگ‌ها حرف می‌زنند؛ بنا بر این تمام گر به‌ها حرف می‌زنند.
۶۰. مثال: بعضی زن‌ها انسانند. بعضی انسان‌ها حرف می‌زنند. بنا بر این، بعضی زن‌ها حرف می‌زنند.
۶۱. P و Q در جداول ارزششان در تمام سطوح ارزش T می‌گیرند، و در نتیجه هیچگاه در ارزش راستی تفاوت نمی‌کنند، و بنا بر این منطقیاً معادلند.
۶۲. مشابهاً، چون P و Q هر دو در هر سطح جداول ارزششان ارزش F بگیرند،

هیچگاه در ارزش راستی تفاوت نمی‌کنند بنا بر این $P \leftrightarrow Q$ همواره
ارزش T می‌گیرد.

۶۳. (h).

۶۴. (j).

۶۵. (a).

۶۶. (e).

۶۷. (b).

۶۸. (k).

۶۹. (e).

۷۰. (i).

۷۱. (c).

۷۲. (g).

۷۳. (k).

۷۴. (j).

۷۵. (f).

۷۶. (b).

۷۷. (d).

۷۸. (c).

۷۹-۹۰. ۷۹، ۸۱، ۸۵، ۸۷، ۸۹، ۹۰ را خط بزنید.

۹۱. (o).

۹۲. (m).

۹۳. (v).

۹۴. (u).

۹۵. (s).

۹۶. (t).

۹۷. (r).

۹۸. (o).

۰۹۹. (۷).

۰۱۰۰. (۲).

۱۰۱-۱۰۵، ۱۰۲، ۱۰۵ را خط بزنیید.

۱۰۶. سازگار، همان طور که توسط سطوری که در آنها $P=T$ و $R=T$ است نشان داده شده.

۱۰۷. سازگار، همان طور که توسط سطوری که در آنها R, F, P, T, Q ، F است یا P, F, Q, T است نشان داده شده.

۱۰۸. سازگار، همان طور که توسط سطوری که در آنها P, Q, R, F اند نشان داده شده.

۱۰۹. سازگار، همان طور که توسط سطوری که در آنها P, Q, R, F اند نشان داده شده.

فصل ۲۲ سور وجودی

۱. $CVI, -C$ ، بنا بر این، I .

۲. یا این، یا آن.

۳. نه.

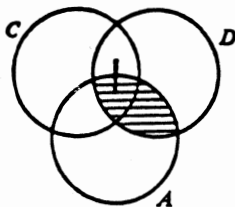
۴. رابطهای گزاره‌یی.

۵. قیاس.

۶. بعضی C ها D اند.

هیچ D ئی A نیست.

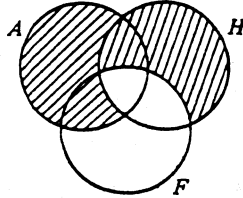
بنا بر این، بعضی C ها A نیستند.



۷. تمام A ها H اند.

تمام H ها F اند.

بنابراین، تمام A ها F اند.



۸. ۷۰۶.

۹. تمام، بعضی، نه.

۱۰. درست.

۱۱. هر، بعضی، هیچ.

۱۲. نمودارهای ون.

۱۳. گاندی.

۱۴. يك.

۱۵. محمول.

۱۶. شهر واشنگتن.

۱۷. محمول.

۱۸. دریاچه سوپریور.

۱۹. قابل کشتی رانی است.

۲۰. بزرگترین دریاچه جهان.

۲۱. دریاچه سوپریور.

۲۲. سنت لورنس، اقیانوس آرام، می سی سی پی، و غیره.

۲۳. ریودوژانیرو.

۲۴. زیباترین شهر جهان.

۲۵. مندل.

۲۶. بیشتر از بزرگ ژنتیک.
۲۷. از لحاظ مس غنی است.
۲۸. شهری طوفانی است.
۲۹. طوفانی است.
۳۰. برای دویدن يك مایل هیچگاه عملاً به بیش از چهار دقیقه نیاز ندارد.
۳۱. e, d, a .
۳۲. محمول.
۳۳. گاندی.
۳۴. گاندی.
۳۵. نه.
۳۶. Gb .
۳۷. $Fa \& Gb$.
۳۸. آبراهام پدراست یا بوز عاشق بزرگی است.
۳۹. $Fa \rightarrow Gb$.
۴۰. اگر آبراهام پدراست و آبراهام عاشق بزرگی است، در این صورت بوز پدر است یا بوز عاشق بزرگی است.
۴۱. مقدم.
۴۲. Pk .
۴۳. $Pk \& Pg$.
۴۴. $Cg \vee Ck$.
۴۵. $(Ck \& Pk) \& - Ik$.
۴۶. $Ig \rightarrow Ck$.
۴۷. (c).
۴۸. (e).
۴۹. (a).
۵۰. (b).
۵۱. (d).

۵۲. $\neg((Dc \& Dd) \& Md) \vee \neg Dc \& (\neg Dc \rightarrow \neg Md)$

۵۳. می باشند.

۵۴. نه.

۵۵. گزاره‌های در مورد راسل، سارتر، و معلم افلاطون (سقراط) راست اند.

۵۶. به عنوان مثال:

۱. هایدگر.

۲. ارسطو.

۳. لایب‌نیتز.

۵۷. نافیلسوف‌ها را خود انتخاب کنید.

۵۸. نه.

۵۹. نیست.

۶۰. _____ بلندترین کوه است.

۶۱. _____ اولین رئیس جمهور آمریکا بود.

۶۲. در _____ حیات نباتی موجود است.

۶۳. مریخ، زهره.

۶۴. سه.

۶۵. _____ از تقریباً _____ را فتح کرد.

۶۶. _____ حقوق را به ماداد، فلسفه را به ماداد، اما _____ فلسفه به ما نداد.

۶۷. شخصی، کشوری، سندی، و دانشگاهی:

توماس جفرسون، ایالات متحده، اعلامیه استقلال، دانشگاه ویرجینیا.

۶۸. نقطه چین دوم را به خط تیره طولانی تبدیل کنید.

۶۹. _____ رئیس جمهور طی _____ بود، و

_____ توسط * * * * * به قتل رسید.

A. ۷۰

۷۱. به عنوان مثال، راسل.

۷۲. به عنوان مثال، سارتر.

۷۳. x دیکتاتور است.

۷۴. گزاره‌ی راست.
۷۵. برای پر کردن مکان خالی x در « x تك شاخ است»، برای به دست آوردن گزاره‌ی راست، طریقی موجود است.
۷۶. بعضی ستاره‌های بیس بال وجود دارند.
۷۷. Sb .
۷۸. $(\exists x)(Sx)$.
۷۹. x ستاره بیس بال است.
۸۰. خط بزنید: $(\exists x)(Sy)$ ، $(Sb)(\exists b)$.
۸۱. x يك ملیون به دست آورد و x بازنشسته شد.
۸۲. $Mx \& Rx$.
۸۳. $(\exists x)(Mx \& Rx)$.
۸۴. (f)، (c).
۸۵. (e)، (b).
۸۶. (e)، (b).
۸۷. (f)، (c).
۸۸. (d)، (a).
۸۹. (d)، (a).
۹۰. درج کنید: «&».
۹۱. آخرین «)» را اضافه کنید.
۹۲. حرف « p » را بزرگ کنید.
۹۳. « x » را به « y » تبدیل کنید. (یا، « y » را به « x » تبدیل کنید.)
۹۴. « X » را به « x » تبدیل کنید.
۹۵. دور « $\exists y$ » پرانتز بگذارید.
۹۶. دور « $Pz \& Wz$ » پرانتز بگذارید.
۹۷. «)» مفقود را درج کنید.
۹۸. A.
۹۹. B.

- .B .۱۰۰
- .A .۱۰۱
- .(c) .۱۰۲
- .۱۰۳ به پرانتز بستنده « \exists » نیازمند است.
- .(b) .۱۰۴
- .۱۰۵ برای « $\exists z$ » دوم به پرانتز نیازمند است.
- .(a) .۱۰۶
- .(d) .۱۰۷
- .(E y)(P y & - A y) .۱۰۸
- .۱۰۹-۱۱۲ خط بنویسید: ۱۰۹، ۱۱۲.
- .۱۱۱، ۱۰۶ .۱۱۳
- .۱۱۴ (E x)(A x & - (P x & T x)) (می توان حروف دیگر، چون «y» یا «z» را به طور ثابت در این پاسخ و پاسخ های بعدی به کار برد.)
- .۱۱۵ (E x)(T x & - (P x & A x))
- .۱۱۶ (E x)(P x & - (T x & A x)) & (E x)(A x & - (T x & P x))
- .۱۱۷-۱۲۲ خط بنویسید: ۱۱۹، ۱۲۲. غالباً برای بیان بقیه به فارسی سلیس چندین راه وجود دارد.
- .۱۱۷ بعضی پلیس های با گذشت بی دست و پا نیستند.
- .۱۱۸ بعضی پلیس ها مردم آزادند و بعضی پلیس ها مردم آزار نیستند.
- .۱۲۰ پلیس های با گذشتی وجود دارند که بی دست و پا هستند، اما مردم آزار نیستند.
- .۱۲۱ بعضی پلیس ها بی دست و پا نیستند و بعضی اشیاء با گذشت پلیس نیستند.

فصل ۲۳ سور عمومی

(E x)(B x) .۱

.۲ نیست.

۳. F.

۴. هر چیز زیباست.

۵. $(\exists x)$.

۶. $(\forall x)(Wx)$. (بسیاری کتاب‌ها $(Wx)(x)$ را به کار می‌برند اما این صورت

طبق قرارداد ما نیست. در این مورد «A»ی سروته را به کار برید.)

۷. $(\forall x)(-Wx)$ یا $(\forall x) - (Wx)$.

۸. $(\exists x) - (Wx)$.

۹. $-(\forall x)(Wx)$.

۱۰. B.

۱۱. نه.

۱۲. نه.

۱۳. نه.

۱۴. نه.

۱۵. هر چیز که باشد آن چیز احمق نیست.

۱۶. C.

۱۷. A و C.

۱۸. B.

۱۹. هر چیز که باشد آن چیز با گذشت نیست.

دروغ است که چیزی با گذشت است.

۲۰. $-(\exists x)(Sx)$.

۲۱. $(\forall x) - (Sx)$.

۲۲. $(\exists x) - (Sx)$.

۲۳. $-(\forall x)(Sx)$.

۲۴. نفیض دو گانه.

۲۵. (b).

۲۶. (d).

۲۷. به «(» و «)» به دور « $\exists x$ » نیاز دارد.

.۲۸ (d).

.۲۹ (c).

.۳۰ (c).

.۳۱ به «(» و «(» به دور « Ox » نیاز دارد.

.۳۲ (a).

.۳۳ (b).

.۳۴ (a).

.۳۵ هر چیز توسط خداوند آفریده شده است.

.۳۶ چیزی توسط خداوند آفریده نشده است.

.۳۷ راست نیست که هر چیز توسط خداوند آفریده نشده است = چیزی توسط خداوند آفریده شده است.

.۳۸ راست نیست که چیزی توسط خداوند آفریده شده است = هیچ چیز توسط خداوند آفریده نشده است.

.۲۹ $(\exists x)(Cx \& Bx)$.

.۴۰ به عنوان مثال، خود شما سیاره‌یی در منظومه شمسی که دور خورشید می‌گردد نیستید.

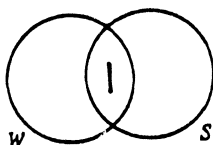
.۴۱ ناصحیح.

.۴۲ $(\forall x)(Px \rightarrow Sx)$..۴۳ $(\exists x)(Px \& Cx)$..۴۴ $(\exists x)(Wx \& Jx)$..۴۵ $(\forall x)(Wx \rightarrow Jx)$..۴۶ $(\forall x)(Mx \rightarrow Bx)$..۴۷ $(\exists x)(Mx \& Fx)$..۴۸ $(\forall x)(Ax \rightarrow Lx)$..۴۹ $(\exists x)(Ax \& \neg Px)$.

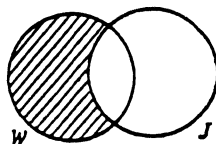
.۵۰ پیکان.

.۵۱ عاطف.

۰۵۲



(۴۴)



(۴۵)

۰۵۳. قرار دادن خط تیره.

۰۵۴. هاشور زدن سطح.

۰۵۵. پیکان.

۰۵۶. عاطف.

۰۵۷. $\neg(\neg P \vee \neg Q)$.

۰۵۸. $\neg(P \vee \neg Q)$.

۰۵۹. $\neg(P \vee Q)$.

۰۶۰. $\neg P \vee \neg Q$.

۰۶۱. $P \vee \neg Q$.

۰۶۲. $\neg(\neg P \rightarrow Q)$.

۰۶۳. $P \rightarrow \neg Q$.

۰۶۴. $\neg P \rightarrow \neg Q$.

۰۶۵. $\neg(P \rightarrow \neg Q)$.

۰۶۶. $\neg(\neg P \vee \neg Q) \vdash \neg(P \rightarrow \neg Q)$.

۰۶۷. $\neg P \vee Q \vdash P \rightarrow Q$.

۰۶۸. $\neg(P \vee Q) \vdash \neg(\neg P \rightarrow Q)$.

۰۶۹. $P \vee \neg Q \vdash \neg P \rightarrow \neg Q$.

۰۷۰. $\neg(\forall x) \neg (Fx)$.

۰۷۱. $\neg(\forall x)(Fx)$.

۰۷۲. $(\forall x)(Fx)$.

$$.۷۳. (\forall x) - (Fx)$$

$$.۷۴. - (\exists x)(Ax \& - Lx)$$

$$.۷۵. (\forall x) - (Ax \& - Lx)$$

$$.۷۶. (\forall x) - - (- Ax \vee Lx)$$

$$.۷۷. (\forall x)(Ax \rightarrow Lx)$$

$$.۷۸. (\forall x)(Ax \rightarrow Lx)$$

$$.۷۹. (\forall x)(Ax \rightarrow Lx)$$

۸۰. بیگان.

۸۱. عاطف.

۸۲. هنر پیشه‌های مرد شهوت پرست نیستند.

۸۳. بعضی هنر پیشه‌های مرد شهوت پرست اند (یا، مثلاً، هنر پیشه‌های مرد شهوت پرست وجود دارند).

۸۴. تمام هنر پیشه‌های مرد شهوت پرست اند.

۸۵. هر چیز، هنر پیشه‌ی مرد شهوت پرستی است.

۸۶. تمام کسانی که هنر پیشه‌ی مرد نیستند شهوت پرست نیستند.

۸۷. بعضی هنر پیشه‌های مرد شهوت پرست نیستند.

۸۸. هر چیز هم شهوت پرست نیست هم هنر پیشه‌ی مرد است.

۸۹. هر چیز نه شهوت پرست، هنر پیشه‌ی مرد است.

۹۰. راست نیست که هر چیز نه شهوت پرست، هنر پیشه‌ی مرد است.

$$.۹۱. (\forall x)(Ax \rightarrow Lx)$$

$$.۹۲. (\exists x)(- Ax \vee Lx)$$

فصل ۲۴ منطق محمولی تک واحدی

۱. بیگان.

۲. عاطف.

$$.۳. (\forall x)(Sx \rightarrow Hx)$$

۴. $(\exists x)(Sx \& Hx)$.
۵. $(\forall x)(Sx \rightarrow \neg Hx)$ یا $\neg(\exists x)(Sx \& Hx)$.
۶. $\neg(\exists x)(Sx \& Hx)$.
۷. $(\forall x)(Sx \rightarrow \neg Hx)$.
۸. منطقاً معادل.
۹. نه بعضی F ها G اند.
۱۰. $\neg(\exists x)(Rx \& Gx)$.
۱۱. $(\forall x)(Cx \rightarrow Ex)$.
۱۲. $\neg(\exists x)(Ix \& Tx)$.
۱۳. $(\exists x)(Mx \& Ix)$.
۱۴. $(\exists x)((Sx \& Tx) \& Ix)$.
۱۵. $(\forall x)((Sx \& Tx) \rightarrow Ix)$.
۱۶. چیزی متفاوت.
۱۷. $(\forall x)(Sx \rightarrow (Tx \& Ix))$.
۱۸. اگر چیزی نطق است، در این صورت، اگر آن خسته کننده است، بی اهمیت است.
۱۹. نیست.
۲۰. هر چیز نطق خسته کننده بی است که بی اهمیت است.
۲۱. $(\forall x)(Sx \rightarrow Tx)$.
۲۲. $(\forall x)(Sx \rightarrow Tx)$.
۲۳. تمام شاهدان تحت نفوذ قرار گرفته غیر قابل اعتمادند.
۲۴. بعضی شاهدان تحت نفوذ قرار گرفته قابل اعتمادند.
۲۵. هر چیز شاهد تحت نفوذ قرار گرفته بی است که قابل اعتماد است.
۲۶. خط بزیند.
۲۷. تمام شاهدها تحت نفوذ قرار نگرفته یا غیر قابل اعتمادند.
۲۸. شاهدان تحت نفوذ قرار گرفته بی که قابل اعتماد باشند وجود ندارند.
۲۹. خط بزیند.

۳۰. خط بز نید.
۳۱. خط بز نید.
۳۲. خط بز نید.
۳۳. $(\forall x)((Rx \& Gx) \rightarrow Tx)$.
۳۴. $\neg(\exists x)(Ex \& Kx)$.
۳۵. $(\forall x)(Sx \rightarrow (Mx \& Ax))$.
۳۶. $(\exists x)((Dx \& Cx) \& Mx)$.
۳۷. $(\forall x)(Vx \rightarrow (Mx \vee Ix))$.
۳۸. $(\exists x)((Mx \& Px) \& (Ix \& \neg Vx))$. (در ۳۵ و ۳۸ پرانتز بندی های دیگر نیز مجازند.)
۳۹. تمام G ها F اند.
۴۰. تمام F ها G اند.
۴۱. $(\forall x)(Lx \rightarrow (\neg Rx \& Cx))$.
۴۲. $(\forall x)((Cx \& Lx) \rightarrow \neg Rx)$.
۴۳. $(\forall x)(Cx \rightarrow (Px \& Ox)) \& (\exists x)((Px \& Ox) \& \neg Cx)$.
۴۴. $(\forall x)((Px \& Dx) \rightarrow (Mx \& (\neg Yx \& \neg Ox)))$.
۴۵. ترکیب شرطی.
۴۶. مقدم.
۴۷. تمام رأی دهندگان بد اطلاعند.
۴۸. تالی.
۴۹. هیچکس نباید رأی دهد.
۵۰. $(\forall x)(Vx \rightarrow Mx)$.
۵۱. $\neg(\exists x)(Vx \& Sx)$.
۵۲. $(\forall x)(Vx \rightarrow Mx) \rightarrow \neg(\exists x)(Vx \& Sx)$.
۵۳. $(\exists x)(Vx \& Mx) \vee (\exists x)(Vx \& Ix)$.
۵۴. $(\exists x)((Px \& Ox) \& Mx)$
 $\rightarrow ((\forall x)((Px \& Ox) \rightarrow Vx) \rightarrow (\exists x)(Vx \& Mx))$
۵۵. $\neg(\exists x) \neg(Fx \rightarrow Gx)$.
۵۶. $\neg(\exists x) \neg(Fx) \rightarrow \neg(\forall x) \neg(Gx)$.

۵۷. $(\exists x) \neg (Fx) \vee \neg (\forall x) \neg (Gx)$

۵۸. برای « Fx » به پراتز نیاز دارد.

۵۹. $(\forall x)(Fx) \& \neg (\exists x) \neg (Gx) \rightarrow \neg (\exists x) \neg (Hx)$

۶۰. $\neg (\neg Fx \& Gx)$

۶۱. نه.

۶۲. $(\exists x) \neg (\neg Fx \vee \neg Gx)$

۶۳. بله.

۶۴. $(\forall x)(Gx), (\exists x)(Fx)$

۶۵. نامعادل.

۶۶. معادل.

۶۷. نامعادل.

۶۸. غیر دستوری.

۶۹. نامعادل.

۷۰. نامعادل.

۷۱. $(\exists x) \neg (\neg Fx \vee \neg Gx)$

۷۲. $(\exists x)(Fx \& Gx)$

۷۳. $(\exists x)(Fx \vee Fx)$

۷۴. $(\forall x)(Fx \& Gx)$

۷۵. $(\exists x)(Gx) \vee (\forall x)(Gx)$

۷۶. (c).

۷۷. (a).

۷۸. (j).

۷۹. (f).

۸۰. (d).

۸۱. (b).

۸۲. (g).

۸۳. (h).

۰۸۴. (e).
۰۸۵. (i).
۰۸۶. $\sqrt{\quad}$.
۰۸۷. \times (صحیح). $(\neg(\forall x)(\neg Fx \vee \neg Gx))$.
۰۸۸. به پراتز نیاز دارد.
۰۸۹. $\sqrt{\quad}$.
۰۹۰. به «)» بعد از آخرین سور نیاز دارد.
۰۹۱. $\sqrt{\quad}$.

فصل ۲۵ استنتاجات و مثال‌های نقض

۰۱. است.
۰۲. نمودارهای.
۰۳. نادرست.
۰۴. تعبیری.
۰۵. T.
۰۶. F.
۰۷. نه.
۰۸. به عنوان مثال،
بعضی اتومبیل‌ها فوردند.
بعضی فوردها می‌میرند.
بنا بر این، بعضی اتومبیل‌ها می‌میرند.
۰۹. نیست.
۰۱۰. درست.
۰۱۱. نادرست.
۰۱۲. درست.
۰۱۳. بله.

- ۱۴. جداول.
- ۱۵. نادرست.
- ۱۶. منفی.
- ۱۷. T.
- ۱۸. F.
- ۱۹. مثبت.
- ۲۰. روش‌های.
- ۲۱. منفی.
- ۲۲. نادرست.
- ۲۳. نه.
- ۲۴. درست.
- ۲۵. درست.
- ۲۶. نه.
- ۲۷. درست.
- ۲۸. مثبت.
- ۲۹. نه.
- ۳۰. مثبت.
- ۳۱. منفی.
- ۳۲. استنتاج.
- ۳۳. مثال نقض.
- ۳۴. نه.
- ۳۵. نه.
- ۳۶. هم مثبت هم منفی.
- ۳۷. نه.
- ۳۸. روش‌های.
- ۳۹. نمودارهای ون.
- ۴۰. جداول ارزش.

۴۱. نمی تواند.

۴۲. ندارد.

۴۳. درست.

۴۴. مثال نقض.

۴۵. حروف بزرگ.

۴۶. حروف کوچک از آخر الفبای انگلیسی.

۴۷. حروف کوچک از ابتدای الفبای انگلیسی.

۴۸. «خالی».

۴۹. اسم.

۵۰. بعضی فلاسفه وجود دارند.

۵۱. درست.

۵۲. Fb .

بنا بر این، $(\exists x)(Fx)$.

۵۳-۶۲. صحیح: ۵۳، ۶۱.

۶۳. فیلسوف.

۶۴. درست.

۶۵. $(\forall x)(Lx \rightarrow Px)$.

بنا بر این، $Lg \rightarrow Pg$.

۶۶. هر چیز درنده خو است، بنا بر این، آبراهام درنده خو است.

۶۷. x . به علت G در مقدمات، در حالی که F در نتیجه.

۶۸. x . به پرانتز نیاز دارد.

۶۹. x . برای تمثیل، باید $(\forall x)$ باشد. توجه کنید که $Gc \vdash (\exists x)(Gx)$

نتیجه وجودی صحیح است.

۷۰. x . « x » و « y » متفاوت اند. تمثیل صحیح $Ha \vdash (\forall x)(Hx)$ است.

۷۱. x . به عنوان مثال، برای نتیجه وجودی باید $Fc \vdash (\exists x)(Fx)$ باشد.

۷۲. x . برای نتیجه وجودی به سور وجودی نیاز داریم.

۷۳. x .

۰۷۴. X.

۰۷۵. پیش و پس است. جای مقدمه و نتیجه را عوض کنید.

۰۷۶-۰۷۸. صحیح.

۰۷۹. هیچ اسم «a» یا «b» در نتیجه، به «x» تبدیل نشده است.

۰۸۰. «a» و «b» هر دو در نتیجه به «x» تبدیل شده اند.

۰۸۱-۰۸۳. صحیح.

۰۸۴. «b» باید «a» باشد.

۰۸۵. صحیح.

۰۸۶. «b» باید «a» باشد، یا «a» باید «b» باشد.

۰۸۷. در نتیجه، به عنوان مثال «x» باید «a» باشد.

۰۸۸. در نتیجه، «z» باید «c» باشد.

۰۸۹. نتیجه باید: $(\forall x)(Fx \rightarrow Ga)$ باشد.

۰۹۰. تمثیل.

۰۹۱. نتیجه وجودی.

۰۹۲. $(\forall x)(Fx) \vdash Fa$

« $\vdash (\exists y)Fy$ ».

۰۹۳. نه.

۰۹۴. نادرست.

۰۹۵. مثال نقض.

۰۹۶. تعبیری.

۰۹۷. T.

۰۹۸. F.

۰۹۹. چیزی.

۰۱۰۰. هر چیز.

۰۱۰۱. بله.

۰۱۰۲. نه.

۰۱۰۳. مثال نقض.

۱۰۴. نادرست.

۱۰۵. به عنوان مثال، F : مؤنث است.

۱۰۶. نتیجه وجودی. $Fa \vdash (\exists x)(Fx)$

« $\vdash \neg(\forall x) \neg (Fx)$ تعویض سوری.

۱۰۷. تعویض سوری. $\neg(\exists x) \neg (Fx) \vdash (\forall x)(Fx)$

« $\vdash Fb$ تمثیل.

۱۰۸. نادرست. به عنوان مثال، از F : رئیس جمهور ایالات متحده، c : برتر اندر اسل استفاده کنید.

۱۰۹. تعویض سوری. $\neg(\exists x)(Fx \vee Gx) \vdash (\forall x) \neg (Fx \vee Gx)$.

« $\vdash (\forall x)(\neg Fx \& \neg Gx)$ دومورگان.

« $\vdash \neg Fb \& \neg Gb$. تمثیل. ۱۱۰.

۱۱۱. F : زنان؛ G : مردان؛ a : خانم نیکسون؛ b : آقای نیکسون.
مقدمه:

هیچ چیز زن و مرد هر دو نیست.

بنابراین، خانم نیکسون زن نیست، یا

آقای نیکسون مرد نیست.

فصل ۲۶ استنتاجات بیشتر

۱. مقدم: Q .

مقدمه: اولین P .

۲. مقدم: $(\exists x)(Gx)$.

مقدمه: اولین $(\forall x)(Fx)$.

۳. صحیح.

۴. ناصحیح.

۵. ناصحیح.

۶. صحیح.

۰۷. صحیح.

۰۸. صحیح.

۰۹. $Fa \rightarrow Ga$.

۰۱۰. عکس نقیض.

۰۱۱. خوش خوراک.

۰۱۲. $(\forall x)(Hx)$.

۰۱۳. $(\forall y)(Hy)$.

۰۱۴. تمثیل مقدمه دوم.

۰۱۵. تمثیل مقدمه اول.

۰۱۶. انفصال.

۰۱۷. $(\forall x)(Gx)$.

۰۱۸. نه.

۰۱۹. Ga .

۰۲۰. G : رئیس جمهور ایالات متحده است.

a : ریچارد نیکسون.

۰۲۱. Ga .

۰۲۲. $(\forall x)(Gx)$.

۰۲۳. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ ، $(\forall x)(Fx) \vdash Fe$.

« $\vdash Fe \rightarrow Ge$

« $\vdash Ge$

۰۲۴. Ga .

۰۲۵. نمی دهد.

۰۲۶. نه.

۰۲۷. نه.

۰۲۸. بله.

۰۲۹. $(\forall x)(Fx)$ یا $(\forall y)(Fy)$ ، و غیره.

۰۳۰. $(\forall x)(Gx)$ ، و غیره.

۳۱. « a » درمقدمه است.
۳۲. $(\forall x)(Gx)$ ، و غیره.
۳۳. $(\forall x)(Gx \rightarrow Fx)$.
۳۴. « a » درمقدمه سوم است.
۳۵. صحیح است.
۳۶. ناصحیح است، زیرا « a » درمقدمه سوم است.
۳۷. تمثیل.
۳۸. تمثیل.
۳۹. تعمیم.
۴۰. تعمیم.
۴۱. تمثیل.
۴۲. تمثیل.
۴۳. انفصال.
۴۴. تعمیم.
۴۵. اثبات شرطی.
۴۶. اثبات شرطی.
۴۷. هیج.
۴۸. به عنوان مثال،
- $(\forall x)(Fx) \vdash \neg (\exists x) \neg (Fx)$
۴۹. به عنوان مثال، $Fa \vdash (\exists x)(Fx)$
۵۰. به عنوان مثال، $(\forall x)(Fx) \vdash Fa$
۵۱. صحیح.
۵۲. ناصحیح.
۵۳. صحیح.
۵۴. ناصحیح.
۵۵. چهار.
۵۶. تمثیل.

۵۷. X . نتیجه وجودی عبارت است از $Fa \vdash (\exists x)(Fx)$. مقدمه وجودی
بر این است که، اگر «نتیجه $Fa \vdash$ » را استخراج کرده باشیم، «نتیجه
 $(\exists x)(Fx)$ » را استنتاج می‌کنیم.
۵۸. خط بزنید. نتیجه « \neg » ندارد. در غیر این صورت تمثیل صحیح است.
۵۹. تمثیل.
۶۰. خط بزنید. « x » را در سرتاسر نتیجه مثلاً به « a » یا « b »، و غیره تبدیل
کنید.
۶۱. X .
۶۲. نتیجه وجودی.
۶۳. X .
۶۴. خط بزنید. سور فاقد پرانتز است.
۶۵. نتیجه وجودی.
۶۶. X . برای تمثیل، جای مقدمه و نتیجه را عوض کنید.
۶۷. مقدمه وجودی.
۶۸. X . « a » در نتیجه.
۶۹. X . « a » در مقدمه.
۷۰. تعمیم.
۷۱. تمثیل. $(\forall x)(Fx) \vdash Fa$.
تعمیم. « $\vdash (\forall y)(Fy)$ »
۷۲. نتیجه وجودی. $Fa \vdash (\exists y)(Fy)$.
مقدمه وجودی. $(\exists x)(Fx) \vdash (\exists y)(Fy)$
۷۳. تمثیل. $(\forall x)(\forall y)(Fx \& Gy) \vdash (\forall y)(Fa \& Gy)$.
تمثیل. « $\vdash Fa \& Gb$ »
تعمیم. « $\vdash (\forall x)(Fx \& Gb)$ »
تعمیم. « $\vdash (\forall y)(\forall x)(Fx \& Gy)$ »
۷۴. نتیجه وجودی. $Fa \& Gb \vdash (\exists x)(Fx \& Gb)$
نتیجه وجودی. $Fa \& Gb \vdash (\exists y)(\exists x)(Fx \& Gy)$

$(\exists y)(Fa \& Gy) \vdash (\exists y)(\exists x)(Fx \& Gy)$. مقدمه وجودی.

$(\exists x)(\exists y)(Fx \& Gy) \vdash (\exists y)(\exists x)(Fx \& Gy)$. مقدمه وجودی.

فصل ۲۷ نسب

۱. «آن».

۲. قشنگ است.

۳. آن زن است.

۴. اگر x زن است، در این صورت x قشنگ است.

۵. تمام زن‌ها قشنگ‌اند.

۶. دو.

۷. x مادر y است.

۸. x خواهر است.

۹. x برادر است.

۱۰. x خواهر y است.

۱۱. آدام، کاین.

۱۲. پدر... است.

۱۳. aFc .

۱۴. bFa .

۱۵. (b).

۱۶. (d).

۱۷. (a).

۱۸. (e).

۱۹. (c).

۲۰. نه.

۲۱. پدر تیموثی پل باشد.

۲۲. $(\exists x)(xFd)$.

۲۳. $(\exists x)(dFx)$.

۲۴. نه.

۲۵. (e).

۲۶. (b).

۲۷. (g).

۲۸. (f).

۲۹. (d).

۳۰. (c).

۳۱. (a).

۳۲. (h).

۳۳. مشتری از زمین بزرگتر است.

۳۴. eLj .

۳۵. چیزی بزرگتر از زمین است.

۳۶. مشتری بزرگتر از چیزی است.

۳۷. x بزرگتر از y است.

۳۸. $(\exists x)(\exists y)(xLy)$.

۳۹. $(\exists x)(\exists y)(xFy)$.

۴۰. تنها جواب‌های صحیح عبارتند از:

$(\exists y)(\exists x)(yMx)$ و $(\exists z)(\exists w)(zMw)$

۴۱. $(\forall x)(xLj)$.

۴۲. $(\forall x)(jLx)$.

۴۳. $(\forall x)(xLe)$.

۴۴. $(\forall x)(eLx)$.

۴۵. $(\forall z)(\forall w)(zLw)$ ، $(\forall x)(\forall y)(xLy)$.

۴۶. (d).

۴۷. (l).

۴۸. X.

۴۹. (c).

۵۰. $\cdot X$
۵۱. $\cdot(k)$
۵۲. $\cdot(b)$
۵۳. $\cdot X$
۵۴. $\cdot(f)$
۵۵. $\cdot(a)$
۵۶. $\cdot X$
۵۷. $\cdot(e)$
۵۸. $\cdot(j)$
۵۹. $\cdot(g)$
۶۰. $\cdot X$
۶۱. $\cdot(i)$
۶۲. $\cdot(h)$
۶۳. $\cdot jSe$
۶۴. $\cdot(\exists x)(xSj)$
۶۵. $\cdot(\exists x)(\exists y)(xSy)$
۶۶. $\cdot jSj$
۶۷. $\cdot jSj$
۶۸. $\cdot(\exists x)(xSx)$
۶۹. $\cdot(\forall x)(xSx)$
۷۰. هر چیز، چیزی.
۷۱. هر چیز.
۷۲. (چیزی بزرگتر از x است) $(\forall x)$ را خط بزنید.
۷۳. $\cdot(\exists x)(jLx)$
۷۴. (x) بزرگتر از y است $(\forall y)(x \forall y)$ را خط بزنید.
۷۵. $\cdot(\forall y)(\exists x)(yLx)$ را خط بزنید.
۷۶. (هر چیز بزرگتر از x است) $(\exists x)$ را خط بزنید.

۷۷. $(x \text{ بزرگتر از } y \text{ است}) (\exists x)(\forall y)$ را خط بزنید.

۷۸. $(\exists x)(\forall y)(yLx)$ را خط بزنید.

۷۹. نه.

۸۰. I, H

۸۱. I, F

۸۲. H, G

۸۳. پرتیل، رایلی، واونیل شوگر و نه کس دیگر را زدند.

۸۴. به عنوان مثال: رایلی هرسه را زد؛ دو پلیس دیگر هیچ کاری نکردند.

۸۵. به عنوان مثال: پرتیل تنها پیتر را می زند. رایلی تنها راشل را می زند.

اونیل تنها شوگر را می زند.

۸۶. به عنوان مثال: پرتیل تنها پیتر را می زند؛ رایلی واونیل تنها شوگر را

می زنند.

۸۷. رایلی تنها راشل، و شوگر را می زند، و پرتیل تنها پیتر را می زند.

۸۸. نه.

۸۹. نه.

۹۰. بله.

۹۱. (۸۷) و (۸۶).

۹۲. خارج.

۹۳. يك ... هست.

۹۴. ترکیب عطفی.

۹۵. نه.

۹۶. هر.

۹۷. عمومی.

۹۸. پیکان.

۹۹. x سرهر پلیس فریاد می زند.

۱۰۰. $(x \text{ سر } y \text{ فریاد می زند} \rightarrow y \text{ پلیس است}) (\forall y)$.

۱۰۱. دو.

۱۰۵۲. اولی صحیح است.
 ۱۰۵۳. اولی صحیح است.
 ۱۰۵۴. اولی صحیح است.
 ۱۰۵۵. سومی صحیح است.
 ۱۰۵۶. سومی صحیح است.
 ۱۰۵۷. سومی صحیح است.
 ۱۰۵۸. سومی صحیح است.
 ۱۰۵۹. دومی صحیح است.
 ۱۱۰. اولی صحیح است.
 ۱۱۱. سومی صحیح است.
 ۱۱۲. سومی صحیح است.
 ۱۱۳. دومی صحیح است.
 ۱۱۴. $(\exists x)(Sx \& (\forall y)(Py \rightarrow xOy))$.
 ۱۱۵. $(\exists x)(Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow xHy))$.
 ۱۱۶. بله.
 ۱۱۷. H.
 ۱۱۸. پلیسی هست که هر دانشجو را می زند.
 ۱۱۹. $(\exists x)(Px \& (\forall y)(Sy \rightarrow yOx))$.
 ۱۲۰. $(\exists x)(Sx \& (\forall y)(Py \rightarrow yHx))$.
 ۱۲۱. $(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& xOy))$.
 ۱۲۲. $(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Sy \& xHy))$.
 ۱۲۳. $(\forall x)(Px \rightarrow (\exists y)(Sy \& yOx))$.
 ۱۲۴. $(\forall x)(Sx \rightarrow (\exists y)(Py \& yHx))$.
 ۱۲۵. (d).
 ۱۲۶. (a).
 ۱۲۷. (f).
 ۱۲۸. (i).

۱۲۹. (j).

۱۳۰. (e).

۱۳۱. (g).

۱۳۲. (c).

۱۳۳. (b).

۱۳۴. (h).

۱۳۵. هر روزنامه از این یا آن کاندیدها حمایت می‌کند.

۱۳۶. هر کاندیدها توسط این یا آن روزنامه حمایت شده است.

۱۳۷. کاندیدایی هست که توسط هیچ روزنامه‌یی حمایت نشده است.

۱۳۸. هیچ روزنامه‌یی تمام کاندیدها را حمایت نمی‌کند.

۱۳۹. $(\exists x)(Nx \& (\forall y)(Cy \rightarrow xSy))$.

۱۴۰. $(\exists x)(Vx \& \neg (\exists y)(Cy \& xSy))$.

۱۴۱. $(\exists x)(Vx \& (\forall y)((Cy \& (\exists z)(Nz \& zSy)) \rightarrow xSy))$.

فصل ۲۸ انواع نسبت

۱. بله.

۲. جداول ارزش.

۳. نه.

۴. نادرست.

۵. درست.

۶. درست.

۷. نه.

۸. T.

۹. F.

۱۰. هر چیز کوچکتر از این یا آن چیز است.

۱۱. نه.

۱۲. بله.

۱۳. بله.

۱۴. بله.

۱۵. بله.

۱۶. بله.

۱۷. نه.

۱۸. نه.

۱۹. بله.

۲۰. نه.

۲۱. نه.

۲۲. بله.

۲۳. هر انسان بزرگتر از خودش است.

۲۴. هر انسان دقیقاً هم‌سن خودش است.

۲۵. (۲۴).

۲۶-۳۷. ۳۷، ۳۲، ۳۰، ۲۹، ۲۷. R.

۳۸. حتی بیان مطلب ساده‌یی چون (۳۸) به زبان فارسی مشکل است. مورد

زیر ممکن است این عمل را انجام دهد:

با مشخص بودن دو انسان (امکاناً اما نه لزوماً اشخاص متفاوت) اگر

یکی بزرگتر از دیگری باشد، در این صورت دومی بزرگتر از اولی است.

۳۹. با مشخص بودن دو انسان، اگر یکی دقیقاً به‌سن دیگری باشد، دومی

دقیقاً به‌سن اولی است.

۴۰. (۳۹).

۴۱. نیست.

۴۲. S: ۳۵، ۲۹، ۲۷.

۴۳. به ازاء هر سه شخص (نه لزوماً متفاوت) که انتخاب کنیم، اگر اولی

بزرگتر از دومی، و دومی بزرگتر از سومی باشد، در این صورت اولی

بزرگتر از سومی است.

۴۴. مانند ۴۳، اما با «دقیقاً هم‌سن» به جای «بزرگتر از».

۴۵. بله.

۴۶. T: ۲۶، ۲۷، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳.

۴۷. نه.

۴۸. پدر پدر x پدر بزرگ x است نه پدر x .

۴۹. بله.

۵۰. (پاستور متفاوت از کوری است، و کوری متفاوت از پاستور است)

(پاستور متفاوت از پاستور است) →

۵۱. بله.

۵۲. نه.

۵۳. نه.

۵۴. نه.

۵۵. ۲۸. دوست دارد، درحوزه مردم. نیز ۳۴ و ۳۶.

۵۶. ۳۷. دانستن اسم، درحوزه مردمی که اسامی خودشان را می‌دانند.

۵۷. ۳۵. متفاوت از، درحوزه با دویا بیش از دوشیء در آن.

۵۸. ۲۶، ۳۱، و ۳۳ همه مثال به دست می‌دهند.

۵۹. ۲۹. متولد شده در طی پنج روز از روز تولد، درحوزه مردم.

۶۰. ۳۰ و ۳۲ هر دو مثال به دست می‌دهند.

۶۱. ۲۷. مساوی است با، درحوزه اعداد تمام.

۶۲. T.

۶۳. F.

۶۴. تسری پذیر.

۶۵. نه انعکاس پذیر.

۶۶. از ۲۹ استفاده کنید. تعبیر: R : متولد شده در طی پنج روز از.

حوزه: مردم.

۶۷. از ۳۰ یا ۳۲ استفاده کنید. تعبیر: R : نه ثروتمندتر از (یا، بلندتر از یا

مساوی درقد با).

حوزه: مردم.

۶۸. آبل برادر آبل است.

۶۹. نه.

۷۰. نه.

۷۱. $(xRy \& yRz) \rightarrow xRz$.

۷۲. $xRy \& yRz$.

۷۳. xRz .

۷۴. نه.

۷۵. نه.

۷۶. T.

۷۷. نه.

۷۸. بله.

۷۹. تقارن بر این تقاضاست که به ازاء هر روش پر کردن مکان‌های خالی در

$$xRy \rightarrow yRx$$

درحوزه مربوطه، گزاره راستی به دست آوریم. درحوزه تنها پسران،

مقدم xRy نمی تواند هیچ گاه به راستی پر شود، بنا بر این شرطی مربوطه

راست و تقارن برقرار است.

۸۰. نه.

۸۱. R : برادر.

۸۲. حوزه: تنها پسران.

۸۳. R : برادر.

۸۴. تنها پسران.

۸۵. پسران آدام.

۸۶. برادر.

۸۷. تنها پسران.

فصل ۲۹ صور پری نکس

۱-۴. صحیح: ۱، ۳.

۵. به عنوان مثال: تعبیر: F : رئیس جمهور آمریکا.

a : برتراندراسل.

حوزه: مردم.

۶. به عنوان مثال: تعبیر: F : رئیس جمهور آمریکا.

a : ریچارد نیکسون

حوزه: مردم.

۷-۱۰. درست: ۷، ۹.

۱۱. a در مقدمات رخ نمی دهد.

۱۲. تعمیم.

۱۳. a در مقدمات دیگر یا در نتیجه رخ نمی دهد.

۱۴. مقدمه وجودی.

۱۵. (x) هر ژنرال را تحقیق می کند $\rightarrow x$ صلح طلب است $(\forall x)$

$\rightarrow y$ ژنرال است $(\forall y)$ $\rightarrow x$ صلح طلب است $(\forall x)$.

(x, y) را تحقیق می کند

$(\forall x)(Px \rightarrow (\forall y)(Gy \rightarrow xDy))$.

$(\forall x)(Gx \rightarrow (\exists y)(Py \& xDy))$

۱۶

۱۷. تضعیف.

۱۸. نتیجه وجودی.

۱۹. اثبات شرطی.

۲۰. تضعیف.

۲۱. نتیجه وجودی.

۲۲. مقدمه وجودی.

۲۳. اثبات شرطی.

۲۴. فاصل-پیکان.

۲۵. فاصل-پیکان.
۲۶. تضعیف.
۲۷. نتیجه وجودی.
۲۸. اثبات شرطی.
۲۹. تضعیف.
۳۰. نتیجه وجودی.
۳۱. مقدمه وجودی.
۳۲. اثبات شرطی.
۳۳. تمثیل.
۳۴. فاصل-پیکان.
۳۵. تعمیم.
۳۶. فاصل-پیکان.
۳۷. توجه داشته باشید که ۱۷-۲۵ همان ۲۶-۳۶ جدا از دو عمل اضافی ۳۳ و ۳۵ است.
۳۸. ۵. زیرا b در مقدمه « Fb » رخ می‌دهد.
۶. توسط قواعدمان مجاز نشده است.
۳۹. نه.
۴۰. استنتاج.
۴۱. مثال نقض.
۴۲. تمثیل.
۴۳. تضعیف.
۴۴. تعمیم.
۴۵. بله، هر دو اظهار مشخص شده با «۶» یکسان‌اند.
۴۶. منطقیاً معادل.
۴۷. نتیجه وجودی.
۴۸. تضعیف.

۴۹. اثبات شرطی.
 ۵۰. تضعیف.
 ۵۱. اثبات شرطی.
 ۵۲. قانون منفصل.
 ۵۳. فاصل-پیکان.
 ۵۴. انفصال، با استفاده از (۶) و (۷).
 ۵۵. مقدمه وجودی.
 ۵۶. فاصل-پیکان.
 ۵۷. Q.
 ۵۸. معادل.
 ۵۹. $(\exists y)(Q \rightarrow Fy)$.
 ۶۰. تالی.
 ۶۱. $(\forall y)(Q \rightarrow Fy)$.
 ۶۲. $(\forall x)(Px \rightarrow Sx) \rightarrow Q$.
 ۶۳. مقدم.
 ۶۴. تعبیر.
 ۶۵. مقدم.
 ۶۶. T.
 ۶۷. نتیجه.
 ۶۸. F.
 ۶۹. دروغ.
 ۷۰. مقدمش.
 ۷۱. راست.
 ۷۲. در مورد هر چیز هر چه که باشد راست است که، اگر آن چیز ماهی باشد،
 اقیانوس‌ها نمی‌توانند حیات را حفظ کنند.
 ۷۳. نه
 ۷۴. مقدمه راست است زیرا مقدم آن دروغ است. (دروغ است که تمام

اعداد کوچکتر از ۱۵ می باشند). اما نتیجه دروغ است. مثلاً، در مورد عدد ۴، دروغ است که اگر کمتر از ۱۵ باشد، در این صورت

$$(0.2 + 2 = 6)$$

۷۵. بله.

۷۶. بله.

۷۷. نه.

۷۸. $\neg Q \rightarrow \neg(\forall x)(Fx)$

۷۹. $\neg Q \rightarrow (\exists x) \neg(Fx)$

۸۰. $\neg(Fx)$

۸۱. $(\exists x)(\neg Q \rightarrow \neg Fx)$

۸۲. تعادل سوری.

۸۳. تمثیل.

۸۴. تضعیف.

۸۵. اثبات شرطی.

۸۶. تضعیف.

۸۷. اثبات شرطی.

۸۸. قانون منفصل.

۸۹. فاصل-پیکان.

۹۰. انفصال، با استفاده از ۸۷.

۹۱. تعمیم.

۹۲. فاصل-پیکان.

۹۳. چپ.

۹۴. نه.

۹۵. $(\exists x)(Gx \rightarrow P)$

۹۶. $(\forall x)(Gx \rightarrow (P \vee Q))$

۹۷. $(\exists x)(P \rightarrow Fx)$

۹۸. $(\forall x)((P \& Q) \rightarrow Gx)$

۹۹. $(\forall x)(\forall y)(Fx \rightarrow Gy)$ یا $(\forall y)(\forall x)(Fx \rightarrow Gy)$.
 ۱۰۰. $(\exists y)(Gy)$.
 ۱۰۱. $(\forall x)(\forall y)(Fx \rightarrow Gy)$.
 ۱۰۲. $(\exists x)(\exists y)(\forall z)((Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (Fy \rightarrow Gz))$.

فصل ۳۰ ترتیب سورها

۱. نه.
۲. C.
۳. بله.
۴. نه.
۵. B مستلزم A است، اما A مستلزم B نیست.
۶. نادرست.
۷. درست.
۸. تمثیل.
۹. نتیجه وجودی.
۱۰. تعمیم.
۱۱. مقدمه وجودی.
۱۲. مرحله ۲ ناصحیح است. سور عمومی $(\forall x)$ باید خارج رفته $(\forall x)(\exists y)(x/y)$ را بدهد.
۱۳. تعمیم در مرحله ۱ ناصحیح است، زیرا «a» در مقدمه است.
۱۴. نه.
۱۵. مثال نقض.
۱۶. T.
۱۷. دروغ.
۱۸. نادرست.
۱۹. دروغ.

۲۰. بله.

۲۱. بله.

۲۲. نمی‌کنیم.

۲۳. هر دو درسطری از جدول ارزش ارزش T بگیرند.

۲۴. هر دو راست‌اند.

۲۵. تعبیر: V : مساوی است. حوزه: عدد ۲.

۲۶. به‌نسبتی نیاز داریم که متقارن و انعکاس‌پذیر باشد. به‌عنوان مثال، می‌توانیم ۲۹ از فصل ۲۸ را به‌کاربریم. تعبیر: R : متولدشده در طی پنج روز از روز تولد.

حوزه: مردم.

۲۷. به‌نسبتی نیاز داریم که نه‌انعکاس‌پذیر نه‌تسری‌پذیر باشد. به‌عنوان مثال، می‌توانیم ۲۸ از فصل ۲۸ را به‌کاربریم. تعبیر: R : دوست‌دارد. حوزه: مردم.

۲۸. به‌نسبتی نیاز داریم که تسری‌پذیر، انعکاس‌پذیر، اما نه‌متقارن باشد. می‌توانیم ۳۰ از فصل ۲۸ را به‌کاربریم. تعبیر: R : نه‌ثروتمندتر از. حوزه: مردم.

۲۹. سازگار.

۳۰. نه.

۳۱. استنتاج.

۳۲. مثال نقض.

۳۳. ناسازگار.

۳۴. استنتاج.

۳۵. مثال نقض.

۳۶. راست.

۳۷. استنتاج. (با استنتاج کاذب).

۳۸. P, Q .

۵۲۱ ~~۵۰۳~~ fb.com/aelib.af

www.ael.af

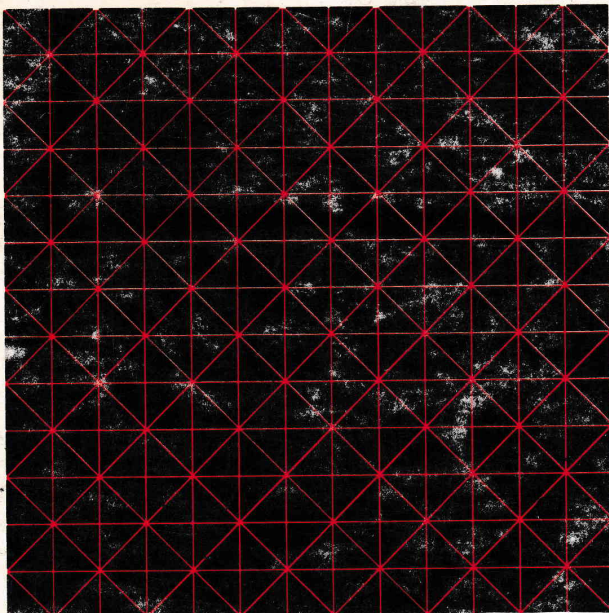
t.me/aelibaf

.T.۲۹

.F.۲۰

.T.۲۱

.T.۲۲



انتشارات پروین

نهران نجیب بان ناصر خسرو - کوچہ حاج نایب - پانسانہ شجرہ سی - طبقہ دوم